

УДК 533.6.011:532.516.5.013.2

© 1996 г. В. М. ПАСКОНОВ, С. В. ФОРТОВА

## ТЕЧЕНИЕ ВБЛИЗИ КОРМЫ ПРОДОЛЬНОГО ОБТЕКАЕМОГО ТЕЛА ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ВДУВЕ С ЕГО БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Исследуется течение вблизи кормы пластины конечной толщины, обтекаемой сверхзвуковым потоком, на основе численного решения нестационарных уравнений Навье — Стокса для вязкого сжимаемого теплопроводного газа. Рассмотрен процесс изменения структуры течения в ближнем следе при включении поперечного щелевого вдува с боковой поверхности вблизи кормового среза. В зависимости от величины некоторых определяющих параметров получены стационарные и нестационарные режимы течения при постоянном сверхзвуковом вдуве.

Стационарные течения в ближнем следе за плоскими и осесимметричными телами при дозвуковом, трансзвуковом и сверхзвуковом обтекании на базе численного решения соответствующих краевых задач для полной системы уравнений Навье—Стокса исследовались в работах многих авторов (см., например, [1—3]). Изменение структуры течения в ближнем следе под воздействием струи двигателя, вдуваемой с кормы обтекаемого сверхзвуковым потоком тела, и процесс образования ударно-волновой структуры струи изучались в [4, 5]. В [6] исследованы режимы отрыва потока на боковой поверхности обтекаемого тела при больших степенях нерасчетности струи выхлопного двигателя. В [7, 8] изучено сверхзвуковое обтекание передней части пластины конечной толщины сверхзвуковым продольным потоком вязкого газа при поперечном щелевом вдуве с боковой поверхности.

Настоящая работа посвящена численному исследованию влияния поперечного щелевого вдува, осуществляемого с боковой поверхности пластины конечной толщины вблизи кормового среза, на течение в ближнем следе.

Численное моделирование проведено на основе решения нестационарной системы уравнений Навье—Стокса для вязкого совершенного теплопроводного газа разностным методом в области  $G$ , изображенной на фиг. 1. В качестве характерных величин при образовании безразмерных переменных были выбраны параметры набегающего потока вне пограничного слоя у пластины и половина толщины пластины  $L$ . Область, в которой рассматривалось плоское симметричное течение, ограничена поверхностью обтекаемого тела  $AFE$ , входной границей  $AB$ , боковой поверхностью пластины  $AF$ , ее кормовым срезом  $FE$ , отрезком оси симметрии  $ED$ , выходной границей  $CD$  и прямой  $BC$ , параллельной оси. На участке боковой поверхности  $F_1F_2$  шириной  $a$  осуществляется нормальный к  $AF$  вдув. Расстояние середины отрезка  $F_1F_2$  от угловой точки равно  $b$ . Удаленность прямых  $BC$  и  $CD$  от тела и прямой  $AB$  от участка вдува определялась в процессе проведения расчетов, основываясь на критерии независимости решения (в пределах точности расчета) от местоположения этих границ расчетной области.

Система уравнений Навье—Стокса для вязкого совершенного сжимаемого теплопроводного газа была записана в безразмерной форме относительно продольной (по  $x$ ) и поперечной (по  $y$ ) компонент скорости  $U$  и  $V$ , плотности  $\rho$ , температуры  $T$  и замыкалась уравнением состояния [3]. При этом критериями подобия были числа Маха  $M = U/a_\infty$ , Рейнольдса  $Re = \rho_\infty U_\infty L / \mu_\infty$  и Прандтля  $Pr = \mu_\infty c_p / \lambda_\infty$ . Здесь используются общепринятые обозначения, а индекс  $\infty$  относится

к значениям соответствующих величин на границе  $AB$  вне пограничного слоя у пластины. Для вычисления коэффициента динамической вязкости использовалась формула Саттерленда.

Граничные условия ставились следующим образом. На прямой  $AB$  задавались все искомые функции: вблизи поверхности пластины для  $y \leq \delta$  из решения уравнений пограничного слоя, а для  $y > \delta$  полагались равными соответствующим значениям равномерного потока ( $U=1, V=0, T=1, \rho=1$ ). На верхней границе  $BC$  и правой границе  $CD$  ставились «мягкие» граничные условия: соответственно  $\partial^2 f / \partial y^2 = 0$  и  $\partial^2 f / \partial x^2 = 0$ , где  $f$  — любая из искоемых функций. На  $ED$  использовались условия симметрии. На боковой поверхности пластины, за исключением участка вдува  $F_1 F_2$ , и на кормовом срезе использовались условия прилипания для компонент скорости ( $U=V=0$ ) и постоянства температуры ( $T=T_w$ ), а плотность находилась из уравнения неразрывности с учетом условия прилипания.

Прежде чем описать постановку граничных условий на участке вдува  $F_1 F_2$ , отметим, что в качестве начальных условий для всех искоемых функций в задаче со вдувом использовалось стационарное решение без вдува при соответствующих значениях определяющих параметров.

В процессе расчета перехода от течения без вдува к течению со вдувом на  $F_1 F_2$  ставились граничные условия, учитывающие наличие дозвукового и сверхзвукового этапов в развитии вдуваемой струи [5]. При дозвуковом нормальном вдуве использовалась следующая модель:

$$x, y \in F_1 F_2: \rho V = \psi(t) \varphi(x); U = 0; T = T_w; \psi(t) = kt, t \leq t_c;$$

$$\psi(t) = \psi_c, t > t_c \quad (1)$$

где  $\psi(t)$  — заданный временной закон изменения расхода,  $k = \text{const}$  — темп увеличения расхода,  $t_c$  — время выхода на заданный уровень расхода  $\psi_c = kt_c$ . Функция  $\varphi(x)$  позволяет формировать профиль скорости, учитывающий наличие пограничного слоя у кромки сопла, из которого осуществляется вдув:

$$\varphi(x) = \cos^3 \left( \frac{\pi}{2} \frac{a_1^* - x}{a_1^* - x_1^*} \right), x_1^* \leq x \leq a_1^*; \varphi(x) = 1, a_1^* < x < a_2^*$$

$$\varphi(x) = \cos^3 \left( \frac{\pi}{2} \frac{x - a_2^*}{x_2^* - a_2^*} \right), a_2^* \leq x \leq x_2^* \quad (2)$$

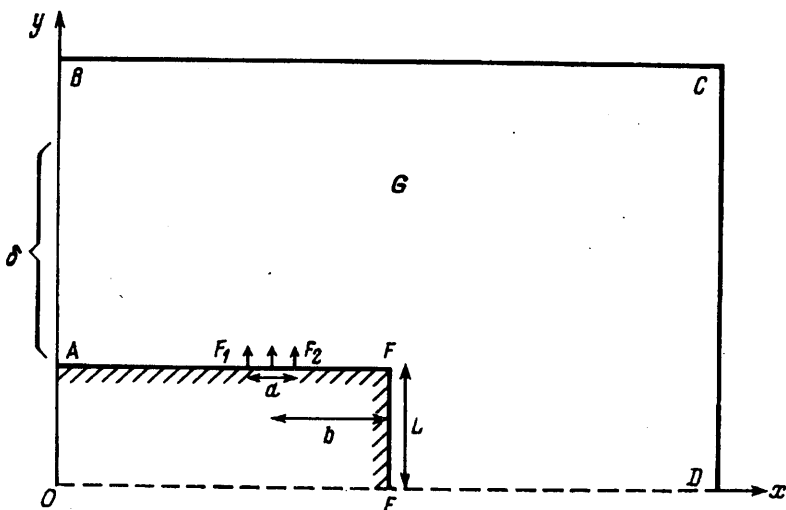
где  $a_1^*$  и  $a_2^*$  характеризуют толщины пограничных слоев на срезе сопла вблизи  $F_1$  и  $F_2$  соответственно. Плотность на срезе сопла  $F_1 F_2$  вычисляется экстраполяцией из внутренних точек расчетной области  $G$ , а скорость находилась из первой формулы (1).

Таким образом, на дозвуковом этапе скорость на  $F_1 F_2$  определяется из задаваемого расхода вдуваемого газа и характера течения вблизи участка вдува. На сверхзвуковом этапе скорость на срезе сопла  $F_1 F_2$  вычислялась следующим образом. Пусть  $V_i$  — заданный сверхзвуковой уровень скорости вдува. Тогда, если в некоторой точке  $x'$ , принадлежащей отрезку  $[F_1 F_2]$ , скорость  $V$  превышает скорость звука в момент времени  $t$ , то в дальнейшем расчет в ней определялся формулами

$$V(x', t + \tau) = \begin{cases} V(x', t + \tau) + k\tau, & V(x', t) < V_i \\ V_i, & V(x', t) \geq V_i \end{cases} \quad (3)$$

$$\rho(x', t + \tau) = \psi(t) \varphi(x) / V(x', t + \tau)$$

Здесь  $\tau$  — шаг по времени,  $k$  имеет тот же смысл, что и в (1). Формулы (1)–(3) полностью определяют граничные условия на  $F_1 F_2$  для дозвукового и сверхзвукового этапов вдува.



Фиг. 1

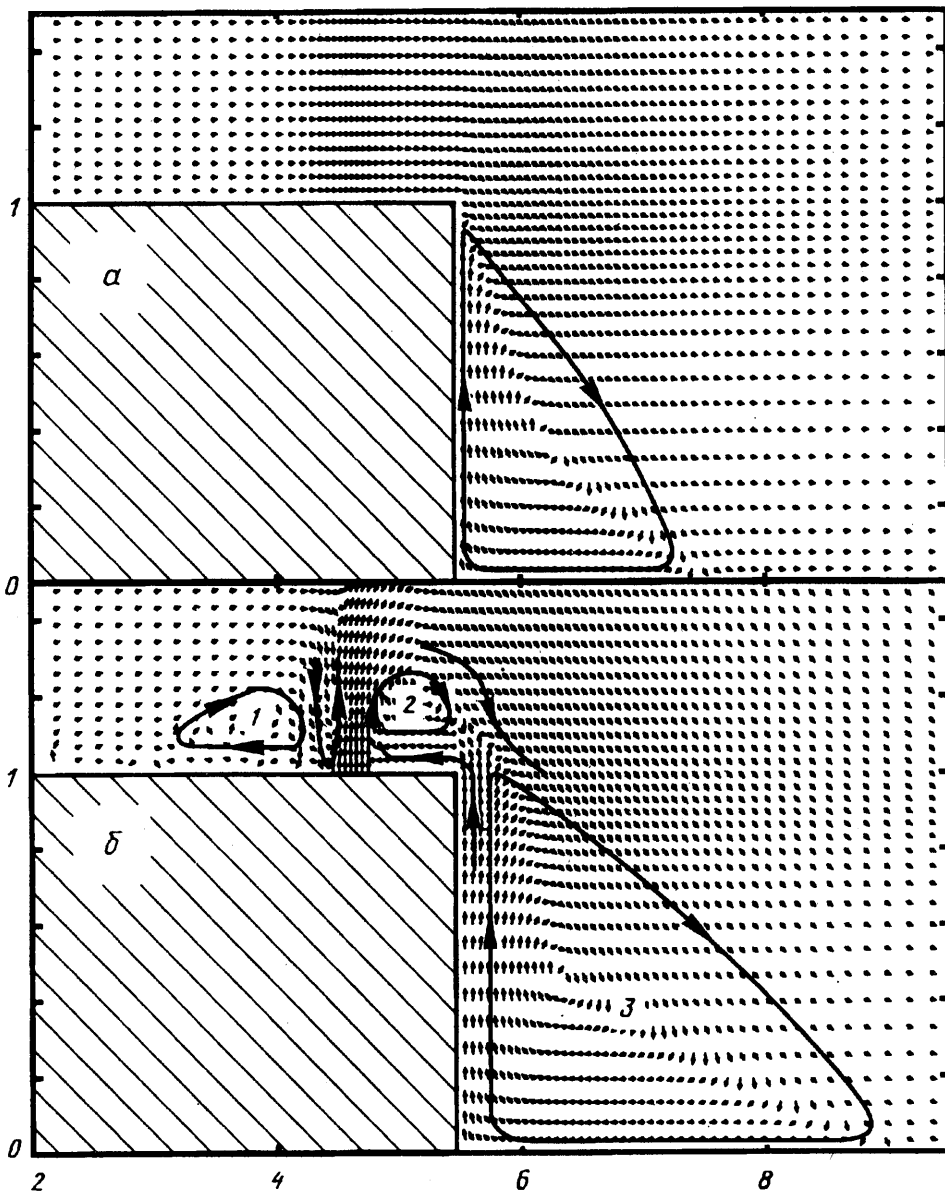
Для численного решения нестационарной системы уравнений Навье — Стокса для вязкого совершенного сжимаемого теплопроводного газа с описанными выше граничными и начальными условиями использовалась явно-неявная разностная схема с итерациями типа Зейделя на каждом временном слое [5]. Схема имела второй порядок точности по пространственным переменным и первый порядок по времени. Для устранения возможных колебаний решения вводилось трехточечное сглаживание всех искомых функций по пространству с коэффициентом  $\sigma$  при вторых разностях. Сглаживание проводилось в процессе итераций на каждом временном слое один раз через  $I$  итераций. Для расчетов, результаты которых обсуждаются ниже, коэффициент сглаживания  $\sigma = 1,2 \cdot 10^{-5}$ , а  $I = 15$ . Сходимость итераций на каждом временном слое определялась критерием для каждой из искомых функций  $f(U, V, \rho, T)$

$$\|f^{k+I} - f^k\| = \sum_{m,n} \frac{|f_{m,n}^{k+I} - f_{m,n}^k|}{|f_{m,n}^{k+I}|} \leq 10^{-3}$$

где  $k$  — итерационный индекс,  $m$  и  $n$  — индексы точек разностной сетки по координатам  $x$  и  $y$ .

Расчеты проводились на существенно неравномерных сетках, имеющих до 27400 расчетных точек:  $(100 \times 69)$ ,  $(199 \times 137)$ . Сетки строились с помощью сплайнов и имели наибольшую густоту у боковой поверхности тела, в районе вдува и в окрестности кормовой части тела, т.е. в областях наибольшего изменения параметров течения. С удалением от поверхности тела шаги по координатам  $x$  и  $y$  увеличивались. Сравнение результатов на различных сетках позволило определить, что точность расчетов составляла 1—2% по пространству. Расчеты с более мелкими шагами по времени давали совпадение временных реализаций с точностью 2%. Расчеты проводились на PC/AT 486 DX с тактовой частотой 50 МГц и с использованием транспьютерной платы T-800. Программа для данной задачи была написана на языке параллельного программирования ОККАМ.

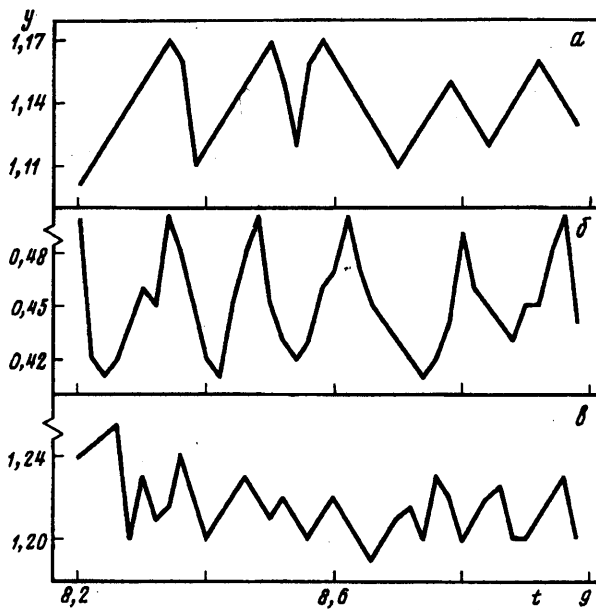
Результаты расчетов, которые приводятся ниже, получены при  $M_\infty = 2$ ,  $P_r = 0,72$ ; показатель адиабаты  $\gamma = 1,4$ ,  $T_w = 0,25$ , время выхода на заданный уровень расхода  $t_c = 0,8$ , темп увеличения расхода  $k = 1,875$ , толщина пограничного слоя на входной границе  $AB$ :  $\delta = 3,6$ . Ширина вдува  $a = 0,4$ , и его центр находился на расстоянии  $b = 0,8$  от угловой точки  $F$ . При этих значениях исходных данных путем серии расчетов были выбраны размеры области  $G$ , где находилось решение задачи —  $AB = 4,6$ ,  $AF = 5,4$ ,  $ED = 12$ ,  $AF_2 = 4,8$ . Дальнейшее увеличение размеров области не влияло на структуру решения вблизи участка вдува и в следе за телом.



Фиг. 2

При  $Re = 300$  и для чисел Маха вдуваемой струи, увеличивающихся от 0 до предельных значений  $M_1 = 1,02; 1,2; 1,3$ , было прослежено изменение структуры течения вблизи участка вдува и кормы тела. При этом с ростом расхода вдуваемого газа кормовой вихрь, существовавший в начальный момент времени при течении без вдува (фиг. 2, а), увеличивается в размерах, точка отрыва на корме поднимается к угловой точке, а точка возврата на оси смещается вниз по потоку. В дальнейшем осуществляется переход от одновихревого течения к течению с тремя вихрями: около боковой поверхности перед вдуваемой струей 1, после участка вдува 2 и за кормой пластины 3 (фиг. 2, б).

Наиболее резкое изменение структуры течения происходит при достижении числа Маха вдуваемой струи звукового значения: образуется вихрь 1 перед участком вдува, вихрь 2 увеличивается, «вершина» вихря 3 за кормой пластины



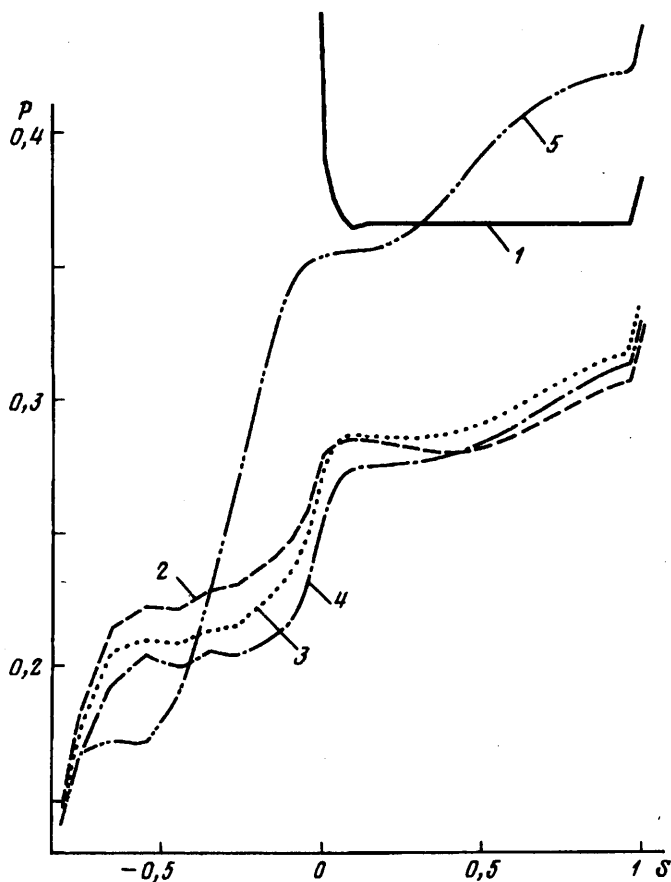
Фиг. 3

поднимается выше угловой точки коры. За счет эжектирующих свойств вдуваемой струи между первым вихрем около боковой поверхности и струей образуется *U*-образное течение. «Вершина» кормового вихря поднимается выше угловой точки кормы, вихрь 2 несколько поднимается над боковой поверхностью, в результате чего часть газа из кормового вихря имеет возможность за счет эжекции струи и воздействия вихря 2 безотрывно обогнуть угловую точку и слиться частично со струей и частично с вихрем 2.

Таким образом, в районе угловой точки организуется «канал взаимодействия» основного потока с вдуваемой струей посредством кормового вихря. В дальнейшем структура течения не меняется по времени, зависит лишь от значения числа Маха вдуваемой струи. При его увеличении от 1,02 до 1,3 координата *y* «вершины» вихря 3 за кормой пластины увеличивается, соответственно центр вихря 2 за вдувом смещается вверх, точка же отрыва потока от боковой поверхности перед вихрем 1 до вдува смещается вдоль боковой поверхности пластины вверх по потоку. Для указанных чисел Маха вдуваемой струи при  $Re = 300$  структура вихрей со временем стабилизируется и достигается стационарный режим течения.

При  $Re = 500$  и значении числа Маха вдуваемой струи  $M_1 = 1,02$  стабилизация структуры вихрей не происходит, а развивается нестационарный квазипериодический процесс, при котором центры вихрей, точки отрыва и присоединения колеблются относительно некоторого положения. Квазипериод колебаний составляет  $\Delta \approx 0,16 \pm 0,03$  безразмерного времени, на периоде координаты центров вихрей, точек отрыва и присоединения при этом меняются в среднем на 20%. На фиг. 2, б изображена часть поля скоростей в момент времени  $t = 8,2$ .

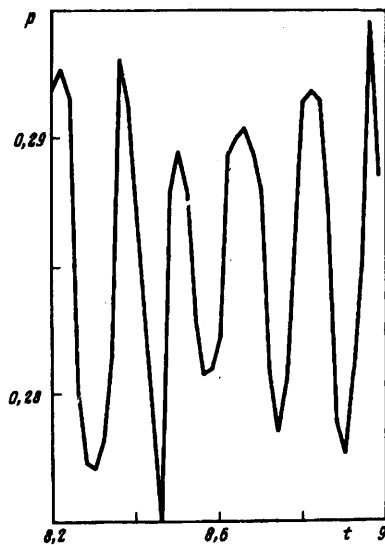
Рассмотрим более подробно возникший колебательный процесс на интервале  $0,82 \leq t \leq 9,0$ . На фиг. 3 представлены зависимости от времени координат «вершины» кормового вихря 3 (фиг. 3, а) и его центра (фиг. 3, б), а также центра вихря 2 (фиг. 3, в). Именно эти величины в основном определяют взаимное положение вихрей 2 и 3 и ширину «канала взаимодействия» основного потока с вдуваемой струей посредством кормового вихря. На рассматриваемом интервале можно выделить 4 квазипериода. Отметим, что «вершина» кормового вихря всплывает выше угловой точки, а его центр изменяет координату *y* от 0,5 до 0,42. При этом координата *x* меняется от 6,3 до 6,5, а точка возврата на оси



Фиг. 4

симметрии при  $x = 8,9$  не перемещается. Моменты подъема и спуска кормового вихря достаточно хорошо согласуются с подъемом и спуском вихря 2. Таким образом, изменяется ширина «канала взаимодействия» между боковой поверхностью пластины и вихрем 2, что приводит к пульсирующему режиму оттока части газа из кормового вихря к вдуваемой струе. На фиг. 4 представлены графики давления вдоль боковой поверхности пластины и кормового среза. Значение координаты  $S = 0$  соответствует угловой точке, вдоль кормы  $0 < S \leq 1$ , а отрицательные значения  $S$  соответствуют боковой поверхности пластины. Моментам времени  $t = 0; 8,2; 8,24; 8,28$  соответствуют линии 1—4 (1 — течение без вдува). Последние три значения времени соответствуют началу периода, четверти и половине периода. Давление за участком вдува на боковой поверхности и на кормовом срезе носит колебательный, почти периодический характер и существенно отличается от стационарного режима при  $t = 0$  (линия 1) и от установившегося режима при том же вдуве и  $Re = 300$  (линия 5).

На фиг. 5 показана зависимость от времени интеграла донного давления  $P$ . В соответствии с колебаниями центра кормового вихря 3 колеблется и  $P$  около среднего значения, равного 0,285. Отметим, что  $P(t = 0) = 0,3618$ , а при том же вдуве, но при  $Re = 300$  интеграл донного давления  $P = 0,4224$  на установившемся режиме. Приведем так же значения нерасчетности струи  $n$ , определенной как отношение давления на участке вдува  $F_1 F_2$  к давлению во внешнем по отношению к пограничному слою набегающем потоке:  $n = 0,4655$  для установившегося решения при  $Re = 300$  и  $n = 0,3812$  для почти периодического решения при  $Re = 500$ .



Фиг. 5

Описанный колебательный режим был получен при изменении температурного фактора  $T_w$  от 1 до 0,25. При этом для  $T_w = 1,0$ ; 0,75 осуществлялся стационарный режим.

В настоящее время идет накопление «вычислительных» фактов существования нестационарных решений полных уравнений Навье — Стокса при стационарных граничных условиях. Решение, полученное в данной работе, является еще одним примером течений, когда может происходить потеря устойчивости стационарного течения при соответствующих определяющих параметрах.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 95-01-00461).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мышенков В. И. Дозвуковое и трансзвуковое течение вязкого газа в следе плоского тела // Изв. АН СССР. МЖГ. 1970. № 2. С. 73—79.
2. Мышенков В. И. Численное исследование течений вязкого газа в следе плоского тела // Ж. вычисл. математика и мат. физики. 1972. Т. 12. № 3. С. 673—685.
3. Кокошинская Н. С., Павлов Б. М., Пасконов В. М. Численное исследование сверхзвукового обтекания тел вязким газом. М.: Изд-во МГУ, 1980, 247 с.
4. Пасконов В. М., Русаков С. В. Нестационарный переходный процесс в ближнем следе при вдуве с кормы цилиндра // Численные методы в аэродинамике. М.: Изд-во МГУ, 1981. С. 31—44.
5. Пасконов В. М., Петухова Т. П., Русаков С. В. Численное моделирование нестационарных ламинарных течений вязкого газа. М.: Изд-во МГУ, 1986. с. 78.
6. Мышенков Е. В., Мышенков В. И. Режимы ламинарного бокового отрыва, вызванного выхлопной струей // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 1. С. 132—138.
7. Кульнев С. С. Влияние интенсивности поперечного вдува на структуру сверхзвукового течения около цилиндра и пластины // Численные методы в аэродинамике. М.: Изд-во МГУ, 1980. С. 45—52.
8. Кульнев С. С., Пасконов В. М. О структуре течения вязкого газа при продольном обтекании тела, с боковой поверхности которого производится щелевой вдув // Численные методы в аэродинамике. М.: Изд-во МГУ, 1981. С. 45—52.

Москва

Поступила в редакцию  
19.XII.1994