

УДК 533.6.071.1 : 536.423

© 1995 г. Ю. С. КОСОЛАПОВ

РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЙ СПОНТАННО КОНДЕНСИРУЮЩЕГОСЯ ПАРА В ПЛОСКОЙ ТУРБИННОЙ РЕШЕТКЕ

Представлены результаты численного исследования стационарных течений спонтанно конденсирующегося водяного пара в плоской турбинной решетке. Приведены сравнения с экспериментальными и расчетными данными других авторов. Проанализировано влияние режимных параметров на положение и интенсивность скачков конденсации. Сравняются локальные и интегральные характеристики потоков перегретого и влажного пара.

Рассматриваются стационарные течения водяного пара в турбинной решетке, сопровождающиеся неравновесной конденсацией, при которой часть переохлажденного пара скачком переходит в жидкое состояние, выпадая в виде капель. Такую конденсацию, следуя принятой терминологии (см., например, [1—3]), будем называть спонтанной гомогенной конденсацией (ниже просто спонтанной конденсацией).

Результаты многочисленных экспериментальных и расчетно-теоретических работ, посвященных исследованию течений спонтанно конденсирующегося пара в решетках турбин, можно найти в [1—3]. Подробный обзор различных подходов к расчету спонтанной конденсации в сверхзвуковых потоках приведен в [4, 5].

Численное исследование стационарных и нестационарных двумерных течений спонтанно конденсирующегося пара в решетках турбин проводилось в ряде работ, среди которых отметим [3, 6—8]. Эти работы отличаются как подходами к вычислению массовой концентрации влаги, так и методами интегрирования системы уравнений, описывающих движение смеси. В [3, 6] массовая концентрация влаги находилась в результате решения системы кинетических уравнений, которые получаются из интегродифференциального уравнения для функции распределения частиц по размерам в предположении независимости скорости роста капель от их размера (так называемый моментный подход). Это условие в [3, 6] выполнялось, поскольку конденсация (или испарение) пара на каплях рассматривалась в рамках модели Кнудсена. Система уравнений, описывающая течение смеси, решалась явным методом Годунова первого порядка точности. Более общий фракционный подход к определению массовой концентрации влаги, в котором нет ограничения на независимость скорости роста капель от их размера, использовался в [7, 8]. В этих работах система уравнений для смеси интегрировалась явным методом [9]. Скорость ядрообразования во всех цитированных выше работах определялась по классической формуле Френкеля — Зельдовича. Заметим, что вычислительная реализация фракционного подхода значительно сложнее, чем моментного.

В настоящей работе приведены результаты численного исследования стационарных течений спонтанно конденсирующегося водяного пара в плоской сужающейся турбинной решетке. Соответствующие краевые задачи решались численно явным двухшаговым методом [10], который на гладких решениях имеет второй порядок точности. Стационарные решения получались в результате установления по времени.

1. Математическая модель течения основана на следующих предположениях

(см., например, [2, 3]): движущаяся среда считается сжимаемой, невязкой и нетеплопроводной; течение может сопровождаться неравновесными фазовыми переходами, при этом жидкая фаза образуется в результате спонтанной гомогенной конденсации перенасыщенного пара; пренебрегается относительным скольжением фаз ($r < 10^{-6}$ м, где r — радиус капель) и отклонением формы капель от сферической; массовая концентрация конденсированной фазы невелика; рассматриваются течения как с конденсацией, так и с испарением, т. е. существует температурное рассогласование между фазами; скорость роста капель $\dot{r} = dr/dt$ определяется по модели Кнудсена и не зависит от их размера.

В рамках данной модели уравнения сохранения массы, импульса и энергии для среды в целом имеют тот же вид, что и соответствующие уравнения для совершенного газа.

Система уравнений сохранения дополняется уравнениями кинетики, описывающими неравновесные фазовые превращения и рост капель. Поскольку \dot{r} не зависит от размера капель, интегродифференциальное кинетическое уравнение можно заменить системой из трех дифференциальных уравнений в частных производных (см., например, [4]). Связь между уравнениями сохранения и уравнениями кинетики осуществляется через уравнение состояния среды.

Метод [10] численного решения сформулированной ниже краевой задачи о нестационарном плоском течении спонтанно конденсирующейся сжимаемой среды в решетке основывается на системе уравнений, записанной в дивергентном виде в произвольной криволинейной системе координат $\xi(x, y), \eta(x, y)$.

Система уравнений в переменных ξ, η имеет вид

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} = H \quad (1.1)$$

$$E = JA, \quad F = J \left(B \frac{\partial \xi}{\partial x} + C \frac{\partial \xi}{\partial y} \right), \quad G = J \left(B \frac{\partial \eta}{\partial x} + C \frac{\partial \eta}{\partial y} \right)$$

$$H = JD,$$

$$A = \begin{vmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \\ \rho \Omega_0 \\ \rho \Omega_1 \\ \rho \Omega_2 \\ \rho \beta \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} \rho u \\ \rho + \rho u^2 \\ \rho uv \\ \rho u (h + w^2/2) \\ \rho u \Omega_0 \\ \rho u \Omega_1 \\ \rho u \Omega_2 \\ \rho u \beta \end{vmatrix}, \quad C = \begin{vmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho + \rho v^2 \\ \rho v (h + w^2/2) \\ \rho v \Omega_0 \\ \rho v \Omega_1 \\ \rho v \Omega_2 \\ \rho v \beta \end{vmatrix}, \quad D = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \rho \omega_0 \\ \rho \omega_1 \\ \rho \omega_2 \\ -\rho \omega \end{vmatrix}$$

Термическое уравнение состояния паровой фазы принято таким же, как и для совершенного газа

$$p_i = \rho_i RT \quad (1.2)$$

Здесь $J = |D(x, y)/D(\xi, \eta)|$ — якобиан преобразования от прямоугольных декартовых координат x, y к ξ, η ; u, v — компоненты вектора скорости на оси x и y соответственно; $w^2 = u^2 + v^2$; p, ρ — давление и плотность смеси; p_i, ρ_i — парциальные давление и плотность пара; T — температура пара; R — газовая постоянная; h — удельная энтальпия смеси; $e = h - p/\rho + w^2/2$; β — массовая концентрация паровой фазы. Для небольших массовых концентраций конденсированной фазы и давлений, далеких от критического (в термодинамическом смысле), с достаточной степенью точности $p = p_i$ и $\rho = \rho_i/\beta$. Также можно пренебречь межфазным теплообменом и считать, что температура жидкой фазы соответствует температуре насыщения при заданном давлении газовой фазы. Это позволяет

ввести скрытую теплоту фазового перехода λ и записать калорическое уравнение состояния в виде

$$h = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho\beta} - \lambda(1 - \beta) \quad (1.3)$$

Здесь γ — показатель адиабаты газовой фазы. Параметры, входящие в уравнения кинетики, определялись следующим образом:

$$\omega_i = i\dot{r}\Omega_{i-1} + \frac{J_c}{\rho} r_*^i, \quad i = 0, 1, 2 \quad (1.4)$$

$$\omega = 4\pi\rho_2 \left(\dot{r}\Omega_2 + \frac{J_c}{3\rho} r_*^3 \right), \quad \Omega_i = \int_{r_*}^{\infty} r^i f(r) dr$$

Здесь r_* — критический радиус капли, $f(r)$ — функция распределения капель по размерам, J_c — скорость ядрообразования, определяемая по формуле Френкеля — Зельдовича с поправочным коэффициентом γ_k , корректирующим работу образования жидкой фазы

$$J_c = \frac{\rho_1^2}{\rho_2} \sqrt{\frac{2\sigma}{\pi m^3}} \exp\left(-\gamma_k \frac{4\pi\sigma r_*^2}{3kT}\right) \quad (1.5)$$

Здесь ρ_2 — плотность жидкости; m — масса молекулы; σ — коэффициент поверхностного натяжения; k — постоянная Больцмана.

Выражение для скорости роста капли имеет вид [3]

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\alpha}{\rho_2} \frac{p}{\sqrt{2\pi R}} \left(\frac{1}{\sqrt{T}} - \frac{1}{\sqrt{T_s(p)}} \right) \quad (1.6)$$

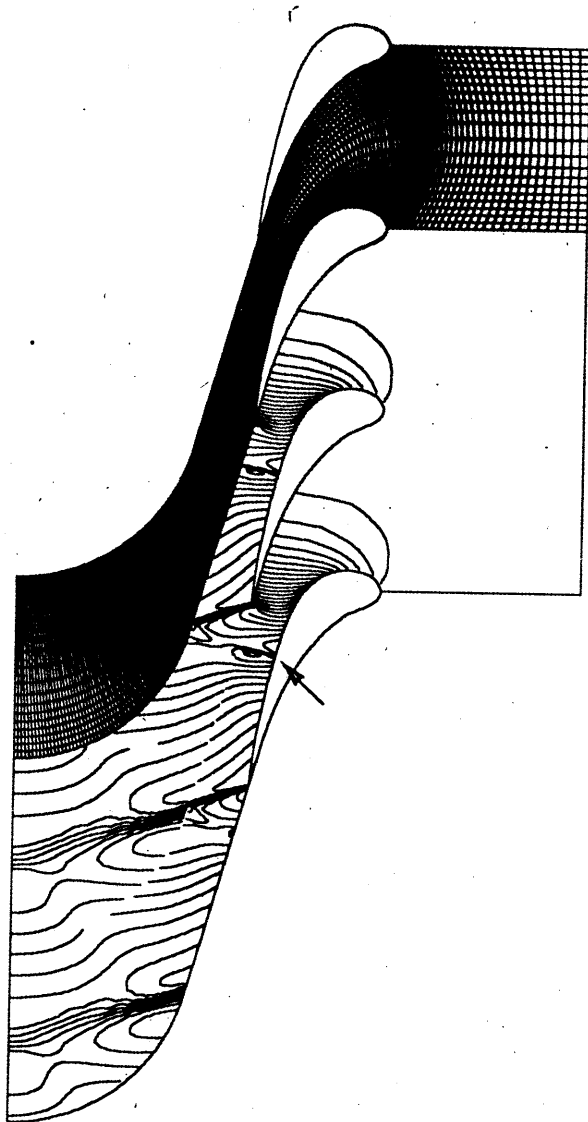
Здесь α — коэффициент конденсации, T_s — температура насыщения при заданном p .

Для системы уравнений (1.1), замкнутых соотношениями (1.2—1.6), формулируется следующая краевая задача для смешанных течений в плоской решетке профилей. На входе в решетку (см. фиг. 1) заданы давление и температура торможения, массовая концентрация конденсированной фазы, а также угол наклона вектора скорости к фронту решетки. В качестве дополнительного соотношения, позволяющего замкнуть систему алгебраических уравнений и связывающего параметры на левой границе и внутри ячейки, используется условие постоянства левого инварианта Римана. На границе профиля задается условие непротекания. На правой границе расчетной области при дозвуковой нормальной компоненте скорости задается давление, а при сверхзвуковой — условия на границе не задаются. На остальных участках границ расчетной области задаются условия периодичности течения.

Сформулированная краевая задача решалась численно явным двухшаговым методом, изложенным в [10]. Расчетная сетка (типа «Н»), содержащая 21×291 узлов, показана на фиг. 1. Для ее построения использовался алгебраический метод. Все расчеты в настоящей работе проводились с $\gamma = 1,3$.

2. Оценка адекватности математической модели течения и точности метода проведена на примере расчетов стационарного течения водяного пара через решетку С-9012А, для которой имеются многочисленные экспериментальные данные (см. например, [1, 2]).

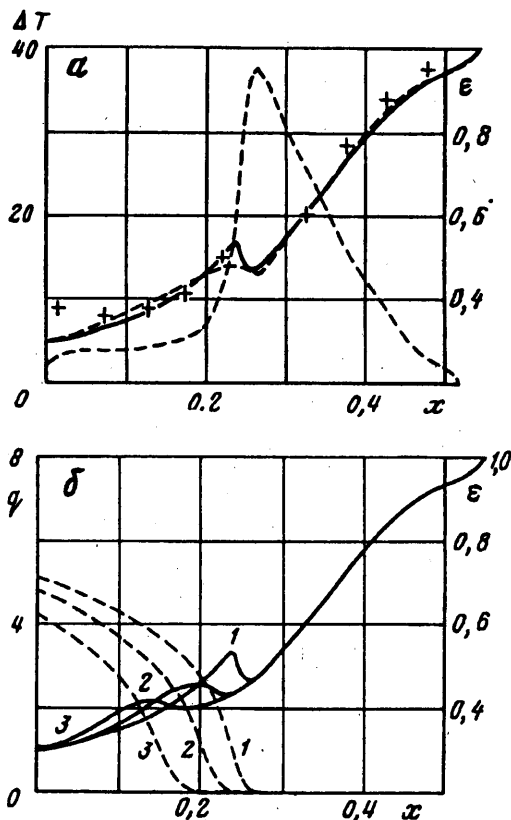
Конкретизируем граничные условия. Сначала остановимся на особенностях численной реализации граничных условий справа, использовавшихся в данной работе. Хотя на всех рассмотренных ниже режимах модуль вектора скорости на правой границе был сверхзвуковым, его нормальная к границе компонента была



Фиг. 1

дозвуковой. Поэтому справа необходимо было задать распределение давления, адекватное газодинамической структуре потока. Существенной особенностью последней являлось наличие в потоке ударной волны, возникающей при обтекании кромки профиля со стороны «спинки» и приходящей на правую границу.

Простейшая формулировка граничных условий справа заключается в задании однородного распределения давления, соответствующего условию на бесконечно удаленной правой границе. Опыт расчетов показал, что для данной решетки такое распределение можно задать на безразмерном расстоянии $h' = 4-5$ ($h' = h/t$, h — расстояние, t — шаг) от ее выходных кромок. Тогда «паразитные» волны, распространяющиеся с правой границы, затухают и, начиная с расстояния $h' \approx 1$ за решеткой, практически не оказывают влияния на численное решение выше по потоку. Если задать однородное распределение давлений на расстоянии $h' \approx 1,5$ от решетки, то возникает система «паразитных»



Фиг. 2, а, б

ударных волн, заметно искажающих течение в косом срезе решетки. Поскольку основная цель данной работы — изучение течения в косом срезе решетки, то такая формулировка граничных условий, требующая расположения правой границы на расстоянии $h' \approx 4-5$ от решетки, оказывается нерациональной из-за относительно больших затрат ресурсов ЭВМ на расчет области течения, не представляющий для данного исследования интерес.

Граничные условия справа можно сформулировать и на основе экспериментальных распределений давления, измеренных на некотором расстоянии от решетки. Но такая информация в цитированных источниках не приводится. Поэтому в настоящей работе был выбран следующий способ задания граничных условий справа¹. По величинам давлений в ячейках, примыкающих к правой границе, находим среднее по шагу давление

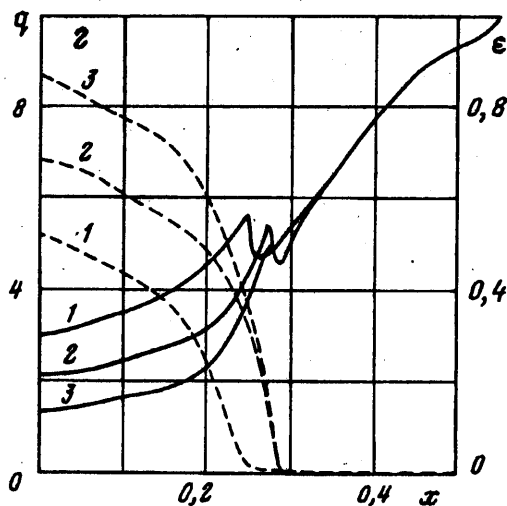
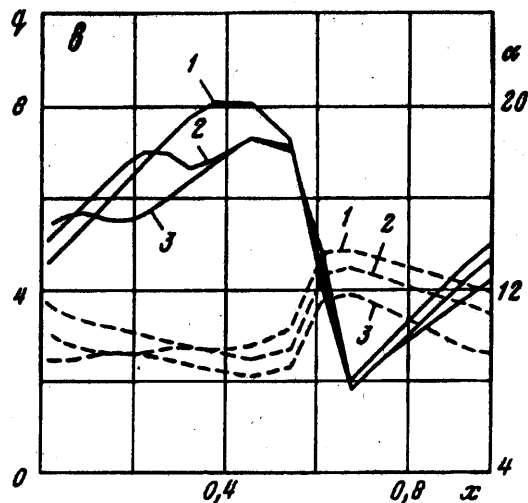
$$\langle p \rangle = \frac{1}{l} \int_0^l p(y) dy$$

Затем — распределение по шагу добавок давления $\Delta p(y) = p(y) - \langle p \rangle$ и, наконец, — давление на правой границе $p_e(y) = p_e + \Delta p(y)$, где p_e — давление, задающее режим течения. (Заметим, что интеграл по шагу от добавок давления равен нулю.) Такой способ задания граничных условий позволил получать хорошее качество результатов в области косога среза при расположении правой границы на расстоянии $h' \approx 1,5$ от решетки.

На левой границе расчетной области во всех проведенных расчетах угол наклона вектора скорости по отношению к фронту решетки задавался постоянным по шагу и равным 90° .

Сравнение с экспериментальными данными из [1, с. 310—312] было проведено на режиме с параметрами торможения пара на входе в решетку $p_0 = 0,1$ МПа, $T_0 = 375,15$ К и числом Маха на выходе из решетки $M_2 = 1,2$. (Здесь и далее

¹ Разработка этого способа стимулирована соображениями, высказанными Ивановым М. Я.



Фиг. 2, а, б

M_2 рассчитывалось в изэнтропическом приближении по заданному распределению давления.) Заметим, что M_2 , определяемое в эксперименте, равно среднему значению по шагу решетки. Обычно M_2 измеряется на расстоянии $h' = 0,1-0,2$ от выходных кромок. Все приводимые ниже распределения величин по шагу решетки получены в сечении, отстоящем от кромок на расстоянии $h' = 0,2$. Результаты расчетов этого режима на сетке, содержащей 21×291 узлов, в виде изобар, построенных с шагом $0,03$, приведены на фиг. 1 (стрелкой показан скачок конденсации). Отметим, что положение скачка конденсации хорошо соответствует его положению в эксперименте, приведенном в [1] на с. 310—311.

Соответствующие распределения давлений $\epsilon = p/p_0$ и переохлаждения потока $\Delta T = T_s - T$ (T_s — температура насыщения) по «спинке» профиля приведены на фиг. 2, а. Здесь точками нанесены экспериментальные значения давлений из [1, с. 312] (режим IV), сплошной и штриховой линиями — результаты расчетов, полученные на сетках, содержащих 21×291 и 11×146 узлов соответственно, а пунктирной линией — расчет ΔT . Соответствие по распределению давлений между экспериментальными и расчетными данными удовлетворительное, за исключением

области в окрестности выходной кромки, где наблюдается перерасширение рассчитанного потока по сравнению с реальным. Этот эффект возникает из-за того, что в расчетах выходные кромки задаются острыми, тогда как в действительности они выполнены с небольшим скруглением, а также потому, что математическая модель течения не учитывает влияние вязкости. Рассчитанные на разных сетках распределения давлений заметно отличаются лишь в окрестности скачка конденсации.

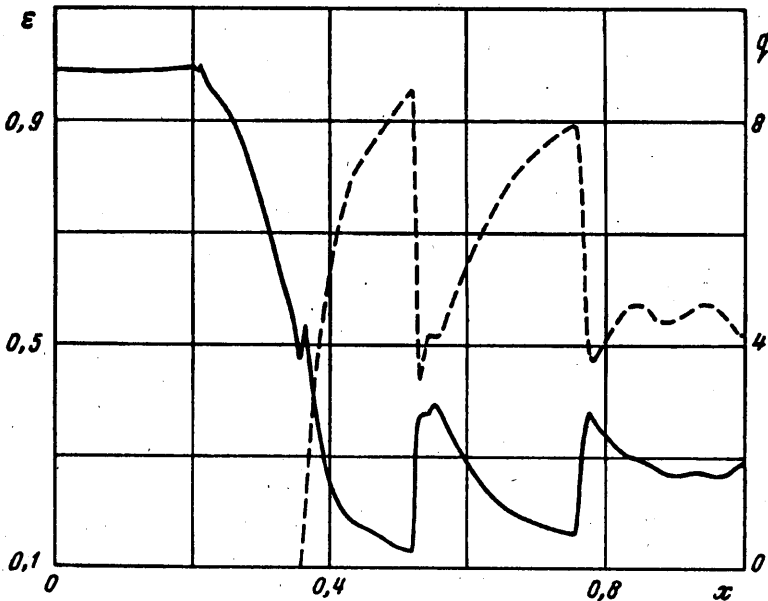
Дополнительное представление о точности получаемых численных решений дают ошибки в энтропии и полной энтальпии. Как известно, в стационарном адиабатическом потоке невязкого и нетеплопроводного газа (пара) полная энтальпия сохраняется вдоль линий тока. Энтропия вдоль линий тока сохраняется лишь в областях потока, не содержащих ударные волны и скачки конденсации. Расчеты показали, что наибольший уровень ошибок в энтропии и полной энтальпии возникал в окрестности точки торможения на профиле и ниже по потоку он локализовался в узких слоях вдоль профиля. В ядре потока уровень ошибок был на порядок меньше. Так, например, при расчете течения перегретого (неконденсирующегося) пара на режиме с $M_2 = 1,2$ на сетке, содержащей 11×146 узлов, ошибки в энтропии, отнесенные к ее точному значению, изменялись вдоль «спинки» (в области потока до ударной волны) от 0,5 до 0,9%. Соответствующие изменения энтропийных ошибок, полученные на сетке из 21×291 узлов, были от 0,3 до 0,45%. Уровень энтропийных ошибок в ядре потока в межлопаточном канале не превышал 0,03%. Ошибки в полной энтальпии, отнесенные к ее точному значению, изменялись вдоль «спинки» от 0,4 до 0,05 (сетка 11×146) и от 0,2 до 0,05% (сетка 21×291). В остальной области потока уровень ошибок в полной энтальпии не превышал 0,02%.

Все приведенные ниже результаты расчетов были получены на сетке, состоящей из 21×291 узлов. Давление торможения пара на входе в решетку во всех случаях было равным 0,1 МПа. Коэффициент конденсации α был принят равным единице, а корректирующий множитель $\gamma_k = 1,5$.

Влияние перегрева потока $\Delta T_0 = T_0 - T_s$ на положение и форму скачков конденсации иллюстрирует фиг. 2, б, где для режима с $M_2 = 1,2$ приведены распределения давлений (сплошные линии) и массовой концентрации влаги $q = 1 - \beta$ (пунктирные линии) по спинке профиля. (Здесь и далее q приводится в процентах.) На фиг. 2, б и в кривые 1—3 соответствуют $\Delta T_0 = 2, 5, 10^\circ$. С ростом ΔT_0 скачки конденсации смещаются по потоку, их профиль становится более размытым, а интенсивность и вызванное ими влагосодержание — уменьшаются. На фиг. 2, в показано влияние ΔT_0 на распределения по шагу решетки углов выхода потока (сплошные линии) и массовой концентрации влаги (штриховые линии). Видно, что с уменьшением ΔT_0 углы выхода потока и q в среднем по шагу возрастают.

Для потоков с $\Delta T_0 = 0$ на фиг. 2, г показаны распределения давлений и массовой концентрации влаги по спинке профиля в зависимости от M_2 . (Здесь $M_2 = 1,2; 1,4; 1,6$ соответствуют кривые 1—3.) С ростом M_2 интенсивность скачков уменьшается, а массовая концентрация влаги возрастает. Видно, что в рассматриваемом диапазоне $1,2 \leq M_2 \leq 1,6$ положение скачка конденсации изменяется мало, хотя и имеет тенденцию несколько смещаться против потока с увеличением M_2 . Расчеты показали, что при $M_2 \geq 1,4$ положение скачка конденсации остается практически неизменным, что соответствует экспериментальным данным из [1]. Данное обстоятельство объясняется стабилизацией той части потока в косом срезе решетки, которая предшествует линии Вильсона. Интересно, что на режиме с $M_2 = 1,2$ наблюдается кризис течения первого рода (терминология [3]), при котором за счет конденсации формируется ударная волна, подтормаживающая поток до дозвуковых скоростей, и последующий разгон потока до сверхзвуковых скоростей. На остальных режимах скачок конденсации оставляет поток сверхзвуковым.

В результате расчетов установлено, что спонтанная конденсация заметно меняет структуру потока в косом срезе решетки по сравнению с течением



Фиг. 3

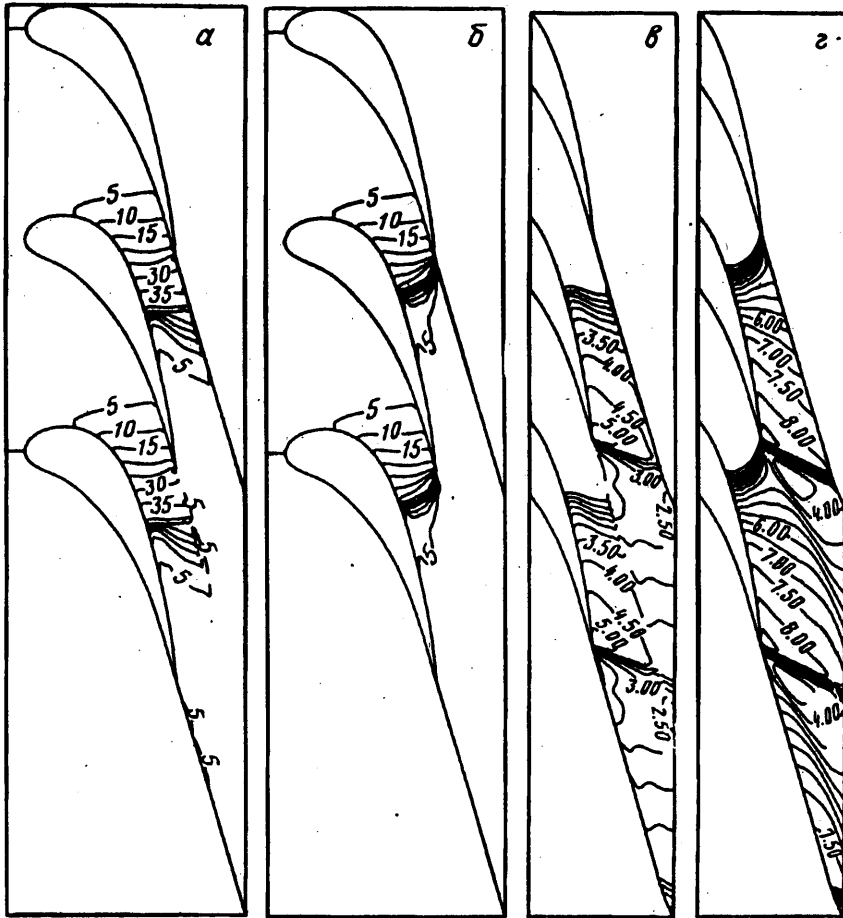
перегретого пара. В частности, подтормаживание потока в скачке конденсации приводит к уменьшению интенсивности хвостовой ударной волны.

Проследим за эволюцией влаги в потоке пара со сложной волновой структурой. В качестве примера рассмотрим результаты расчета течения насыщенного на входе в решетку пара на режиме с $M_2 = 1,6$. Для этого режима на фиг. 3 приведены распределения давления ε (сплошная линия) и массовой концентрации влаги q (пунктирная линия) вдоль нижней границы расчетной области, включающей в себя линию периодичности до «спинки» профиля, собственно «спинку» и линию периодичности за «спинкой» вплоть до конца расчетной области. Представленные распределения показывают, как влагосодержание отзывается на изменение газодинамической структуры потока. Так, появившись в скачке конденсации, влагосодержание возрастает в областях гладкого течения и резко падает при прохождении через ударные волны, в которых температура потока резко возрастает, вызывая его подсушивание.

Исследование влияния M_2 на переохлаждение и влажность потока показало, что с ростом M_2 конденсация начинается выше по потоку и протекает более интенсивно. Переохлаждение снимается раньше, а массовая концентрация влаги в сходственных точках потока увеличивается. На фиг. 4 для $M_2 = 1,2$ и $1,6$ приведены поля переохлаждений (фиг. 4, а и б соответственно; шаг построения 5°) и массовых концентраций влаги (фиг. 4, в и г соответственно; шаг построения $0,5\%$). На режиме с $M_2 = 1,6$ спонтанная конденсация происходит в районе горла решетки в непосредственной близости от звуковой линии. При этом со стороны корытца точка начала конденсации совпадает с выходной кромкой решетки. На режиме с $M_2 = 1,2$ соответствующая точка располагается заметно ниже по течению. На спинке профиля конденсация на режиме с $M_2 = 1,6$ начинается на расстоянии от горла решетки примерно в 2 раза меньшем, чем на режиме с $M_2 = 1,2$. Линии постоянства переохлаждения потока и массовой концентрации влаги повторяют все газодинамические особенности течения (см., например, фиг. 1).

В заключение рассмотрим влияние M_2 на интегральные характеристики течения: средний угол выхода потока и среднюю массовую концентрацию влаги, которые определялись как

$$\langle \alpha \rangle = \arctg \left(\int_0^1 u \rho u \, dy / \int_0^1 v \rho u \, dy \right), \quad \langle q \rangle = \int_0^1 q \rho u \, dy / \int_0^1 \rho u \, dy$$



Фиг. 4

Ниже в интервале $1,2 \leq M_2 \leq 1,6$ приведены $\langle \alpha \rangle$ для перегретого и $\langle \alpha_n \rangle$ для насыщенного на входе в решетку пара, а также $\langle q \rangle$, осредненные на расстоянии $h' = 0,2$ от выходных кромок решетки. С ростом M_2 $\langle \alpha \rangle$, $\langle \alpha_n \rangle$ и $\langle q \rangle$ увеличиваются, при этом $\langle \alpha \rangle$ меньше, чем $\langle \alpha_n \rangle$. Эта разница в $\langle \alpha \rangle$ с ростом M_2 возрастает, что соответствует данным работы [11].

M	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
$\langle \alpha \rangle$	14,123	14,795	15,929	17,336	18,625
$\langle \alpha_n \rangle$	15,592	16,72	18,428	20,05	22,218
$\langle q \rangle$	3,428	3,877	4,376	4,804	5,286

Расчет типичного стационарного течения на сетке, содержащей 21×291 узлов, при уменьшении невязки разностных уравнений на 4 порядка требовал примерно 20 000 временных слоев и занимал около 4 ч времени центрального процессора ЭВМ HP-735/99.

Автор благодарит М. Я. Иванова и А. С. Либерзона за внимание к работе и полезные обсуждения результатов, а также Я. С. Булчинского за помощь в оформлении статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дейч М. Е., Филиппов Г. А. Газодинамика двухфазных сред. М.: Энергия, 1968. 423 с.
2. Дейч М. Е., Филиппов Г. А. Двухфазные течения в элементах теплоэнергетического оборудования. М.: Энергоатомиздат, 1987. 326 с.
3. Салтанов Г. А. Неравновесные и нестационарные процессы в газодинамике однофазных и двухфазных сред. М.: Наука, 1979. 286 с.
4. Стернин Л. Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М.: Машиностроение, 1974. 212 с.
5. Горбунов В. Н., Пирумов У. Г., Рыжов Ю. А. Неравновесная конденсация в высокоскоростных потоках газа. М.: Машиностроение, 1984. 201 с.
6. Филиппов Г. А., Салтанов Г. А., Симановский Г. П. Численное исследование до-, транс- и сверхзвуковых разрывных течений спонтанно-конденсирующегося и влажного пара в решетках турбин//Теплоэнергетика. 1979. № 9. С. 62—65.
7. Moheban M., Young J. B. A time-marching method for the calculation of blade-to-blade non-equilibrium wet steam flows in turbine cascades//Computational Methods in Turbomachinery: IMechE Conf. Birmingham. United Kingdom: IMechE, 1984. Paper C76/84. P. 89—99.
8. Young J. B. Two-dimensional, nonequilibrium, wet-steam calculations for nozzles and turbine cascades//Trans. ASME. 1992. V. 114. № 3. P. 569—579.
9. Denton J. D. An improved time-marching method for turbomachinery flow calculation//Trans. ASME J. Eng. Power. 1983. V. 105. № 3. P. 514—524.
10. Косолапов Ю. С., Проценко Е. Ю., Чирихин А. В. Метод расчета стационарных и нестационарных двумерных течений спонтанно конденсирующегося пара в соплах//Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1994. Т. 34. № 4. С. 597—607.
11. Симановский Г. П. Численное исследование неоднородных смешанных течений с неравновесными фазовыми превращениями в соплах и решетках турбин: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М.: МЭИ. 1982. 19 с.

Москва

Поступила в редакцию
21.VII.1994