

УДК 532.5.013.2

© 1995 г. В. А. ЕРОШИН

ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ ВХОД В ВОДУ ТЯЖЕЛОГО ДИСКА ПОД МАЛЫМ УГЛОМ К СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

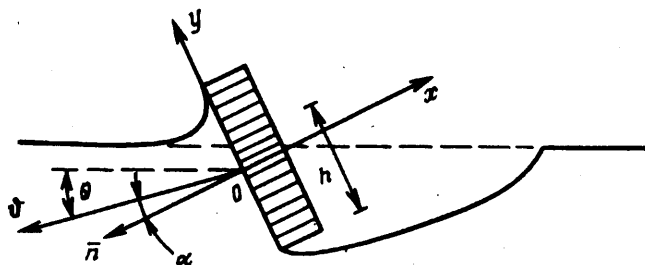
Проведена систематизация опытных данных, описывающих зависимости от времени силы сопротивления и момента гидродинамических сил, действующих на диск при несимметричном погружении, построена асимптотическая модель входа диска в воду под малыми углами к свободной поверхности и сформулирован закон подобия.

Исследованию погружения диска в воду посвящено большое количество теоретических и экспериментальных работ. Наиболее полно изучен плоский удар диска (короткого цилиндра) о поверхность жидкости. Имеются теоретические и экспериментальные данные о распределении давления и гидродинамических силах [1—9], исследованы продольные волны, возбуждающиеся в упругом цилиндре при плоском ударе о воду его нижнего основания [9, 10]. Большое число работ посвящено изучению несимметричного погружения. В широком диапазоне скоростей, углов входа и атаки исследованы гидродинамические силы и моменты [1, 9—16], а также продольные и изгибные волны, распространяющиеся в погружающихся цилиндрах [9, 10, 17].

Наименее изученным до настоящего времени остается вход в воду под малыми углами к свободной поверхности. Проведение прямых измерений в этой области, особенно при больших скоростях проникания, представляет большие трудности, а численные расчеты требуют большого количества машинного времени. Количество публикации здесь невелико. Рикошет тяжелого диска, плоскость которого близка к вертикальной, рассматривался в [18]. Момент гидродинамических сил, действующих на диск, и угловая скорость, приобретаемая за время входа в воду, исследованы в [10].

1. Особенности взаимодействия диска с жидкостью. При несимметричном проникании взаимодействие цилиндра (диска) с жидкостью в довольно широком диапазоне углов входа носит ударный характер и приводит к изменению величины и направления скорости, а также к появлению угловой скорости (вращению цилиндра). В жидкости возбуждаются ударные волны, а в погружающемся теле — продольные и изгибные волны [1, 4—10]. Импульсные нагрузки, действующие на торец цилиндра, особенно при ударах, близких к плоскому, могут быть очень большими, а продолжительность удара крайне малой [9, 10].

С уменьшением углов входа максимальные значения гидродинамических сил быстро убывают, а время погружения растет, т. е. проникание постепенно утрачивает ударный характер. Растягивание процесса по времени даже при большой дозвуковой (по отношению к жидкости) скорости входа приводит к тому, что сжимаемость воды, так же как и упругие свойства материала погружающегося цилиндра, становятся несущественными. Действительно, при угле входа 10° и скорости проникания 200 м/с за время погружения диска под невозмущенный уровень свободной поверхности ударная волна проходит расстояние порядка 50 диаметров, т. е. возмущения, возникающие в жидкости в момент касания, быстро уходят из области контакта и практически не оказывают влияния на гидродинамические силы. Если при этом длина цилиндра



Фиг. 1

имеет порядок диаметра, то амплитуда продольных и изгибных волн также пренебрежимо мала [9]. Таким образом, при малых углах входа жидкость можно считать несжимаемой, а погружающийся короткий цилиндр абсолютно твердым.

2. Сила сопротивления и скорость погружения. Рассмотрим несимметричное проникание диска в воду при произвольном угле входа и нулевом угле атаки $\alpha = 0$ (фиг. 1). Для описания закона погружения введем безразмерное время $\tau = (vt/d) \operatorname{tg} \theta$, где v — скорость погружения, θ — угол входа, d — диаметр диска, t — время. При этом время $\tau = 0$ соответствует моменту касания нижней кромки диска со свободной поверхностью, а $\tau = 1$ — погружению его верхней кромки под невозмущенный уровень. На фиг. 2 приведены экспериментальные данные [14, 15], описывающие зависимость безразмерной силы $C_x = 2F_x/\pi\rho v^2 R^2$, действующей на диск, от безразмерного времени τ при углах входа $45^\circ < \theta < 85^\circ$ и постоянной скорости погружения $v = 5-8$ м/с (цифры 1-6 соответствуют углам входа $\theta = 85; 82,5; 80; 70; 60$ и 45°). В приведенных экспериментах соотношение между скоростями погружения и углами входа выбиралось таким образом, чтобы числа Фруда были большими (невесомая жидкость), а числа Маха малыми (сжимаемость жидкости несущественна).

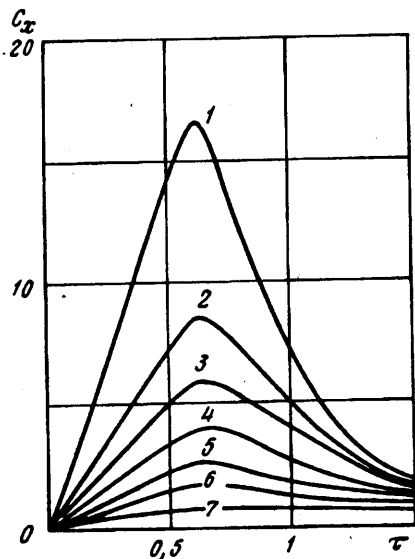
Во всем исследованном диапазоне углов входа сила сопротивления достигает максимума при $\tau_+ = 0,62$, причем [15] $C_x^+ = \max C_x = 0,8(1 + \operatorname{tg} \theta)$. На фиг. 2 приведена также зависимость сопротивления частично погруженного диска C_{x0} от безразмерной величины его погруженной части h/d (обозначена цифрой 7), полученная Г. В. Логвиновичем и Е. И. Федоровым при буксировке в гидроканале (так как отношение h/d в момент времени t равно $h/d = (vt/d) \operatorname{tg} \theta$, то $h/d = \tau$). При небольшой относительной глубине погружения эта зависимость линейна: $C_{x0} = 1,78(h/d)$, и при $0 < \alpha < 30^\circ$ практически не зависит от угла атаки [18].

Приведенные на фиг 2 экспериментальные данные показывают, что при $\theta \rightarrow 0$ семейство кривых $C_x(\tau, \theta)$ стремится к предельной линии — сопротивлению частично погруженного диска C_{x0} . Следовательно, при малых значениях углов входа $C_x(\tau, \theta) \approx C_{x0}$ и, пользуясь опытными данными, приведенными в [14, 15], можно найти зависимость скорости от времени. К моменту полного погружения $\tau = 1$ потеря скорости будет равна

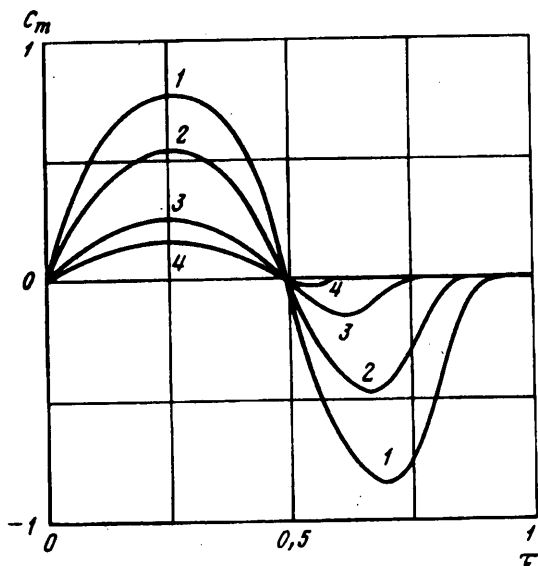
$$\Delta v = \frac{\pi\rho v R^3}{m \operatorname{tg} \theta} \int_0^1 C_{x0}(\tau) d\tau \approx 0,6 \frac{\pi\rho v R^3}{m \operatorname{tg} \theta} \quad (2.1)$$

Например, для диска массой $m = 180$ г и диаметром $d = 30$ мм потеря скорости при угле входа $\theta = 15^\circ$, вычисленная по формуле (2.1), составляет $(\Delta v/v) \approx 0,13$. При плоском ударе того же диска о воду [6, 9] $(\Delta v/v) = \pi\rho R^3/2m \approx 0,03$, т. е. значительно меньше.

Величина поперечной скорости при погружении диска в вязкую жидкость



Фиг. 2



Фиг. 3

зависит от изменения угла входа θ и имеет порядок $\Delta v \approx v \cdot \Delta \theta$, т. е. при $\Delta \theta \ll 1$ ее можно не учитывать.

3. Момент и угловая скорость. Отметим теперь некоторые общие свойства момента гидродинамических сил M_z относительно оси z (горизонтального диаметра) при несимметричном погружении диска в несжимаемую жидкость [13, 16]. Семейство кривых $C_m(\tau, \theta) = M_z / \pi \rho v^2 R^3$, описывающих зависимость безразмерного коэффициента момента от безразмерного времени τ при углах входа $15^\circ < \theta < 80^\circ$, приведено на фиг. 3. Кривые 1—3, соответствующие углам входа $\theta = 80^\circ$, 75° и 60° , получены в результате прямых измерений момента, кривая 4 — при обработке экспериментов по входу в воду при $\theta = 15^\circ$ и скорости проникания 135—230 м/с [10]. Время τ_0 , при котором происходит изменение знака момента, не зависит от угла входа и равно $0,5 \pm 0,05$. При $\tau_+ = 0,25$, которое также не зависит от угла входа, момент достигает максимума $C_m^+ = \max C_m \approx 0,12(1 + \operatorname{tg} \theta)$. Время наступления минимума τ_- и его величину можно определить, пользуясь эмпирическими формулами [10]

$$\frac{\tau_-}{\tau_0} \approx \frac{1 + 0,96 \operatorname{tg} \theta}{1 + 0,65 \operatorname{tg} \theta}, \quad \frac{C_m^-}{C_m^+} \approx 0,78 \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)^2 \operatorname{tg} \theta \quad (2.2)$$

При малых углах входа опытные данные по прямому измерению момента отсутствуют. Тем не менее, анализируя характер изменения момента с уменьшением угла входа, можно попытаться получить его приближенное выражение. Как следует из формул (2.2), с уменьшением угла входа отношение минимального значения момента к максимальному C_m^-/C_m^+ стремится к нулю, а отношение τ_-/τ_0 — к единице. Следовательно, при $\theta \rightarrow 0$ зависимость момента от времени вырождается в одну положительную полуволну. При углах входа $\theta = 60^\circ$ и 15° зависимость $C_m(\tau)$ хорошо аппроксимируется параболой, поэтому представим ее в виде

$$C_m = (4C_m^+/\tau_0^2) \tau (\tau_0 - \tau) \quad (2.3)$$

Формула (2.3) содержит две неизвестные константы: C_m^+ и τ_0 . Оценим C_m^+ при $\theta \rightarrow 0$. Для этого необходимо при $\tau = \tau_+$ иметь значение силы, действующей на диск, и y -координату центра давления.

Как показано в разд. 2, при $\theta \rightarrow 0$ зависимость силы от глубины погружения нижней кромки диска имеет тот же вид, что и при горизонтальной буксировке, т. е. $C_x(\tau_+) = 1,78\tau_+ = 0,89\tau_0$, причем при $0 < \alpha < 30^\circ$ практически не зависит от угла атаки. Зависимость безразмерной координаты центра давления ($y' = y/d$) от безразмерного времени τ при $\tau < \tau_0$ и $55^\circ < \theta < 85^\circ$ также не зависит от угла входа и может быть представлена в виде [16] $y' = -0,5(1 - \tau/\tau_0)$, т. е. при $\tau = \tau_+$ координата центра давления равна $y'(\tau_+) = -0,25$. Если при $\theta \rightarrow 0$ вид этой зависимости сохраняется, то величина максимального значения коэффициента момента при $\theta \rightarrow 0$ будет стремиться к $C_m^+ \rightarrow 0,22\tau_0$. При малых (но не нулевых) значениях угла входа для определения C_m^+ можно пользоваться приближенной формулой [10]

$$C_m^+ \approx 0,22\tau_0 (1 + 0,55 \operatorname{tg} \theta)$$

Следовательно, для зависимости коэффициента момента при малых углах входа получаем следующее выражение:

$$C_m(\tau, \theta) = (0,89/\tau_0) (1 + 0,55 \operatorname{tg} \theta) \tau (\tau_0 - \tau), \quad \tau < \tau_0$$

$$C_m(\tau, \theta) = 0, \quad \tau \geq \tau_0 \quad (2.4)$$

Описанные до сих пор результаты соответствуют случаю, когда значения скорости, углов входа и атаки в процессе погружения не изменялись. Рассмотрим теперь вход в воду свободного диска, т. е. короткого цилиндра, имеющего массу m и момент инерции J относительно поперечной оси, проходящей через центр масс. Зная момент гидродинамических сил и интегрируя по времени уравнение вращательного движения цилиндра относительно центра масс, можно получить значение угловой скорости. В частности, при малых углах входа и начальных условиях $\tau = 0$, $\theta = \theta_0$, $\alpha = 0$, $\omega = 0$ угловая скорость при $\tau = 1$ будет равна

$$\omega_* = 1,86J_* \tau_0^2 \frac{1 + 0,55 \operatorname{tg} \theta_0}{\sin \theta_0}, \quad \omega_* = \frac{\omega d}{v}, \quad J_* = \frac{1}{12} \frac{m(3R^2 + L^2)}{\rho R^3} \quad (2.5)$$

Формулы (2.4), (2.5) получены путем экстраполяции опытных данных в область малых значений углов входа. Для подтверждения справедливости предположений, сделанных при их выводе, и уточнения значения константы τ_0 были проведены эксперименты по измерению угловой скорости сплошных цилиндрических моделей диаметром $d = 30$ мм и длиной $L = 60$ и 120 мм ($m = 180$ и 360 г) при угле входа $\theta = 15^\circ$ и скорости погружения 150 — 250 м/с. Сравнение опытных данных по измерению угловой скорости с расчетами по формуле (2.5) показало, что значение константы τ_0 в этом случае равно $0,48$, т. е. удовлетворительно согласуется со сделанными выше предположениями (обработка экспериментов проводилась методом наименьших квадратов).

Формула (2.5) получена без учета изменения угла входа. Вращение модели приводит к появлению угла атаки и поперечной скорости цилиндра, т. е. уменьшению угла входа. В проведенных экспериментах изменение углов входа к моменту времени $\tau = 1$ составляло $\Delta\theta = 0,5$ — $0,7^\circ$, т. е. погрешность при использовании формулы была не более 5%. Тем не менее необходимо иметь в виду, что особенность вида $1/\theta$, которую имеет угловая скорость при $\theta \rightarrow 0$, ограничивает область использования формулы (2.5) снизу.

4. Закон подобия. Пусть скорость цилиндра и угол входа в процессе погружения не изменяются (влияние угла атаки при малых углах входа несущественно, поэтому как и прежде считаем $\alpha = 0$). Тогда при $\theta \ll 1$ сила сопротивления и безразмерный момент приблизительно равны: $C_x(\tau, \theta) \approx C_{x0}(\tau)$, $C_m(\tau, \theta) \approx C_{m0}(\tau)$, а поле скоростей и распределение давления на диске в момент времени τ будут такими же, как и при горизонтальной буксировке частично погруженного диска при $h/d = \tau$ (в размерных переменных функции $C_x(\tau, \theta)$ и $C_m(\tau, \theta)$ при разных углах входа будут аффинно подобны).

При входе в воду свободного цилиндра скорость погружения, углы входа и атаки изменяются и он приобретает угловую скорость. В общем случае для описания закона погружения необходимо решать совместно уравнения движения центра масс и вращательного движения относительно центра масс. Однако если масса цилиндра и момент инерции достаточно велики, а угол входа не слишком мал (как это было в экспериментах, описанных в разд. 3), для приближенного определения скорости можно использовать зависимость $C_{x0}(\tau)$, а угловую скорость определять по формуле (2.5). В частности, из формул (2.1), (2.5) следует, что, если при проникании двух различных моделей с разными (но малыми) углами входа параметры $K_1 = m\theta$ и $K_2 = J\theta$ одинаковы, линейные и угловые скорости моделей в соответствующие моменты времени τ будут равны (естественно, при одинаковых прочих начальных условиях). Обеспечение указанного выше равенства параметров кинематического подобия K_1 и K_2 возможно, так как массу и момент инерции можно изменять независимо.

Важное значение имеет оценка размеров области подобия. Если воспользоваться выражениями для C_x^+ и C_m^+ , то при точности $\pm 10\%$ малыми можно считать углы входа $0 < \theta < 15^\circ$. Более точная оценка может быть получена экспериментально.

Работа выполнена при содействии Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-013-17637).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Альев Г. А. Пространственная задача о погружении диска в сжимаемую жидкость//Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 1. С. 17—20.
2. Бивин Ю. К., Глухов Ю. М., Пермяков Ю. В. Вертикальный вход твердых тел в воду//Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 6. С. 3—9.
3. Егоров И. Т. Удар о сжимаемую жидкость//ПММ. 1956. Т. 20. № 1. С. 67—72.
4. Сагомонян А. Я. Удар и проникание тел в жидкость. М.: Изд-во МГУ, 1986. 172 с.
5. Логвинович Г. В. Гидродинамика течений со свободными границами. Киев: Наук. думка, 1969. 208 с.
6. Поручиков В. Б. Удар диска о поверхность идеальной сжимаемой жидкости//ПММ. 1964. Т. 28. № 4. С. 797—800.
7. Терентьев А. Г., Чечнёв А. В. Численное исследование входа пластины и диска в сжимаемую жидкость//Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 2. С. 104—107.
8. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1977. 440 с.
9. Ерошин В. А. Проникание упругого цилиндра в воду с большой скоростью: Препринт № 5—91. М.: МГУ, 1991. С. 82.
10. Ерошин В. А. Экспериментальное исследование входа упругого цилиндра в воду с большей скоростью//Изв. РАН. МЖГ. 1992. № 5. С. 20—30.
11. Ерошин В. А. Погружение диска в сжимаемую жидкость под углом к свободной поверхности//Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 2. С. 142—144.
12. Ерошин В. А., Константинов Г. А., Романенков Н. И., Якимов Ю. Л. Экспериментальное определение давления на диске при погружении в сжимаемую жидкость под углом к свободной поверхности//Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 2. С. 21—25.
13. Ерошин В. А., Константинов Г. А., Романенков Н. И., Якимов Ю. Л. Экспериментальное

определение момента гидродинамических сил при несимметричном проникании диска в сжимаемую жидкость//Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 5. С. 88—94.

14. Журавлев Ю. Ф. Погружение в жидкость диска с углом к свободной поверхности//Сборник работ по гидродинамике. М.: ЦАГИ, 1959. С. 227—233.
15. Шорыгин О. П., Шульман Н. А. Вход в воду диска с углом атаки//Уч. зап. ЦАГИ. 1977. Т. 8. № 1. С. 12—21.
16. Осьмилин Р. И. Измерение коэффициента момента силы, действующей на изолированный диск при погружении его под углом к свободной поверхности воды//Тр. ЦАГИ. 1976. Вып. 1741. С. 19—23.
17. Ерошин В. А., Плюснин А. В., Созоненко Ю. А., Якимов Ю. Л. О методике исследования изгибных колебаний упругого цилиндра при входе в воду под углом к свободной поверхности//Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 6. С. 164—167.
18. Стрекалов В. В. Рикошет при входе в воду диска, плоскость которого близка к вертикальной//Уч. зап. ЦАГИ. 1977. Т. 8. № 5. С. 66—73.

Москва

Поступила в редакцию
28.VI.1994