

УДК 533.6.011

© 1995 г. М. К. АУКИН, А. Н. КРАЙКО, Д. А. ЛЮБИМОВ,
В. Е. МАКАРОВ, Н. И. ТИЛЛЯЕВА

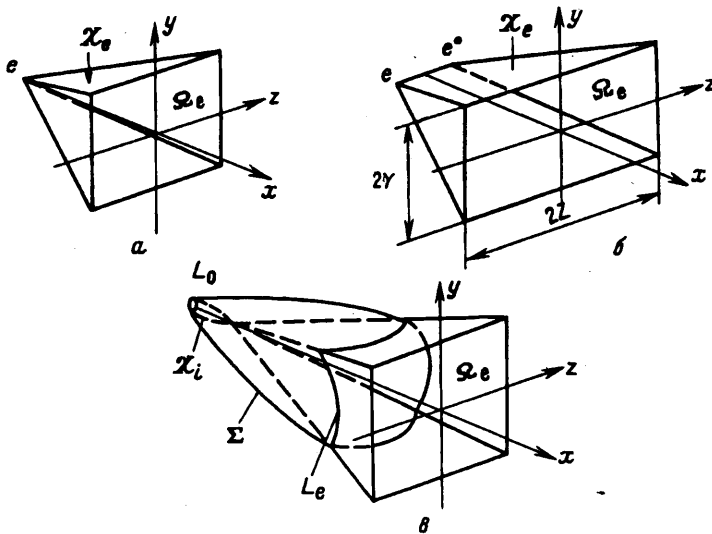
ПОСТРОЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СОПЕЛ, РЕАЛИЗУЮЩИХ БЛИЗКИЙ К РАВНОМЕРНОМУ СВЕРХ- ИЛИ ГИПЕРЗВУКОВОЙ ПОТОК В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВЫХОДНОМ СЕЧЕНИИ

Рассмотрены задачи профилирования пространственных сопел, реализующих сверхзвуковой поток в заданном прямоугольном сечении выхода. Обсуждаются вопросы построения «существенно пространственного» (с переменной формой поперечного сечения) сопла, которое обеспечивает требуемый равномерный поток при минимальной длине. Предложен и реализован метод построения простых пространственных сопел с близким к равномерному сверхзвуковому потоку на выходе.

В аэродинамических трубах обычно используются осесимметричные и плоские сопла. Их профилирование при наличии дополнительных условий (ограничения на максимально допустимую кривизну стенки, требования наивысшего разгона потока, обеспечивающего минимум длины сопла, и т. п.) достигло высокой степени совершенства (см. работы [1, 2] и цитированную в них литературу). При этом если изготовление малых плоских и осесимметричных сопел не представляет особых проблем, то для больших аэродинамических труб изготовление сопел с цилиндрическими верхней и нижней стенками и плоскими боковыми проще изготовления осесимметричных. Прямоугольная рабочая часть имеет ряд преимуществ при организации измерений, а также визуализации потока. В то же время с ростом числа Маха M , в рабочей части трубы минимальное сечение плоского сопла становится столь узкой щелью, что сохранение ее высоты по ширине сопла, особенно при наличии подогрева, является проблемой. В этой связи представляют интерес пространственные сопла, которые при более компактном, а следовательно, легче контролируемом минимальном сечении обеспечивали бы близкий к равномерному поток на выходе.

Ниже после обсуждения вопросов, связанных с постановкой задачи профилирования существенно пространственных сопел, т. е. сопел с переменной формой поперечного сечения, предлагается метод профилирования простых в реализации пространственных сопел с подобными выходному прямоугольным поперечными сечениями и демонстрируются возможности развитого метода. Стенки этих сопел — простые для изготовления («технологичные») цилиндрические поверхности. Изменение площади их поперечного сечения берется таким же, как у пространственной «вырезки» с тем же выходным сечением, построенной для течения в осесимметричном сопле, реализующем равномерный поток с заданным числом Маха. Сравнительно небольшие неравномерности потока по числу Маха (1,5—2% в основной части выходного сечения) получаются для профилируемых сопел при длинах, на треть меньших длины пространственной «вырезки».

1. Несмотря на отмеченный выше интерес и многолетние усилия ряда исследователей, успехи в построении существенно пространственных сопел весьма скромны. Более того, в работах, посвященных данной проблеме, трудно найти четкую формулировку самой задачи профилирования пространственного сопла. Прежде всего возникает вопрос, можно ли при заданном, например круглом, минимальном сечении за счет специального подбора пространственных стенок



Фиг. 1

получить требуемый равномерный сверхзвуковой поток в также заданном, но отличном по форме, сечении выхода? Хотя опыт профилирования пространственных сопел свидетельствует о невозможности решения сформулированной так задачи, однако в работах, посвященных данной проблеме, этот момент, как правило, обходится. Поэтому рассмотрим данный вопрос подробнее.

Пусть при осесимметричной дозвуковой части сопла и круглом минимальном сечении осуществляется разгон потока от дозвуковой к сверхзвуковой скорости. Попытаемся построить стенки пространственного сопла, которые, начинаясь на заданной окружности и заканчиваясь на прямоугольной выходной кромке, реализуют на выходе из сопла заданный равномерный сверхзвуковой поток. Сначала построим «минимальную» характеристическую поверхность χ_e , справа от которой (газ течет слева направо) поток заведомо равномерный, с параметрами, заданными в сечении выхода Ω_e . Такое построение выполняется с помощью использования аналога принципа Гюйгенса для сверхзвуковых течений. Применительно к рассматриваемой задаче это делалось, например, в [3—9].

Пусть сечение выхода Ω_e лежит в плоскости, нормальной равномерному потоку с $M \equiv M_e$. Тогда χ_e и аналогичная характеристическая поверхность χ_e° , «построенная по потоку», симметричны относительно Ω_e . Поверхность χ_e° есть внутренняя огибающая круговых конусов Маха с полууглом $\alpha_e = \arcsin(1/M_e)$, с осью, нормальной Ω_e , и с вершинами на кромке Ω_e . Поэтому для квадратного и прямоугольного выходов минимальными характеристическими поверхностями χ_e будут соответственно правильная пирамида с вершиной e и пирамида с ребром ee° , изображенные на фиг. 1, а и б.

Для изоэнергетических и изэнтропических течений условия совместности, выполняющиеся на χ_e , образуют квазилинейную систему двух однородных уравнений относительно «внутренних» (вдоль χ_e) частных производных от давления p и косинусов ξ_1 и ξ_2 , определяющих направление вектора скорости V . Допустим, что за счет выбора стенки Σ пространственного сопла (фиг. 1, в), начинающейся на входной окружности L_0 , удалось добиться постоянства $p \equiv p_e$ на χ_e . Тогда в силу однородности условий совместности им будут удовлетворять $\xi_1 \equiv \xi_{1e}$ и $\xi_2 \equiv \xi_{2e}$.

При отсутствии ограничений на кривизну стенки окружность L_0 — линия

излома Σ , причем его величина меняется вдоль L_0 . Излом на L_0 обтекается с образованием пространственного пучка волн разрежения, ограниченного справа замыкающей характеристической поверхностью χ . В точке i — точке пересечения χ с осью сопла — $p = p_e$. Для сопла с квадратным выходом (фиг. 1, *a* и *в*) точки i и e , принадлежащие χ и χ_e , совпадают. В силу сказанного выше постоянство ξ_1 и ξ_2 на правильной пирамиде χ_e в случае квадратного выходного сечения есть следствие равенства $p \equiv p_e$ на χ_e , которое, как уже отмечалось, можно в принципе реализовать специальным подбором поверхности Σ — единственного произвола, имеющегося в задаче.

Принципиальная возможность удовлетворения равенства $p \equiv p_e$ на χ_e за счет подбора Σ , разумеется, не означает, что такой подбор осуществим в общем случае. Например, для ситуации, изображенной на фиг. 1, *б*, когда равномерный поток в окрестности сечения выхода ограничен слева пирамидой χ_e , этого заведомо сделать нельзя. Действительно, при круглом входе построить замыкающую характеристическую поверхность начального пучка χ с ребром ee' , на котором $p \equiv p_e$, $\xi_1 \equiv \xi_{1e}$ и $\xi_2 \equiv \xi_{2e}$, невозможно и до построения Σ дело просто не доходит. Правда, и для χ_e — поверхности правильной пирамиды (фиг. 1, *a*), когда χ и χ_e имеют одну общую точку (фиг. 1, *в*), пространственная задача Гурса с данными на χ и χ_e некорректна [10—12] и даже создание для ее решения специальных численных алгоритмов не гарантирует успеха. Однако и тогда, когда указанная задача имеет решение, в результате которого строится поверхность Σ , линия L_e ее пересечения с χ_e , получающаяся в процессе построения Σ , не будет совпадать с границей квадратного основания минимальной характеристической пирамиды. Произвол в выборе Σ уже «израсходован» для удовлетворения равенства $p \equiv p_e$ на χ_e , а другие произволы в рассматриваемой постановке задачи отсутствуют.

Сказанное подтверждают примеры всех дающих равномерный поток пространственных сопел работ [4, 8, 9]. Таковы, в частности, пространственные сопла 15, 18, 21 и 24 работы [8]. Эти сопла, отвечая минимальным характеристическим поверхностям χ_e , построенным на правильных шести- и восьмиугольниках, лишь слегка отличаются от осесимметричных. В тексте цитированных работ отмеченным обстоятельствам не уделено должного внимания, а изображение пирамидальных и еще более сложных характеристических поверхностей, опирающихся на весьма произвольные «выходные» сечения, вне зависимости от намерений авторов может создать иллюзию возможности построения соответствующих пространственных конфигураций при круглом входе. Аналогичное впечатление производят приведенные в [8] «лепестковые» сопла 16, 17, 19, 20, 22, 23, 25 и 26, реализующие на выходе равномерный сверхзвуковой поток при некруглом минимальном сечении. Эти сопла, однако, не будучи результатом самостоятельного профилирования, получены как «вырезки» из течений, реализующихся в уже упоминавшихся близких к осесимметричным соплам той же работы. Аналогичные «вырезки» из осесимметричных течений имеют практически те же особенности.

В схеме фиг. 1, *в* наряду с заданием линии излома стенки L_0 в форме круга принималось, что равномерный поток на выходе ограничен слева минимальной характеристической поверхностью, опирающейся на квадратный выход. Использование пространственной дозвуковой части сопла и как следствие этого — допущение произвола в выборе L_0 , как предлагалось в [13], открывает принципиальную возможность построения сопла с заданным (квадратным, прямоугольным и т. п.) сечением выхода. Правда, если L_0 принадлежит плоскости, нормальной оси сопла, то «выход» на заданное сечение в аналогичной плоскости потребует включения в Σ концевых цилиндрических участков Σ_e , параллельных оси. На такой способ «выравнивания» Σ при круглом входе указывалось в [8].

При наличии концевых цилиндрических участков характеристическая поверхность χ_e' , ограничивающая слева заданный равномерный поток на выходе из сопла, заранее неизвестна и включает в себя лишь часть минимальной харак-

теристической поверхности χ_2 , опирающейся на границу Ω_2 . Не исключены ситуации, в которых χ_2 и χ_2' будут лишь касаться друг друга.

Из опыта профилирования осесимметричных кольцевых сопел [14—16] известно, что для выравнивания длин их образующих достаточно малого по сравнению с полной длиной сопла сдвига начального излома центрального тела: В результате введения малого цилиндрического участка на центральном теле в окрестности минимального сечения удастся избавиться от соизмеримого с полной длиной сопла аналогичного Σ_2 цилиндрического участка «внешней» образующей сопла слева от сечения выхода. Если та же закономерность справедлива в пространственном случае, то схему фиг. 1, а можно реализовать, заменив начальный излом на окружности изломом на замкнутой кривой L_0 , которая при заметном отличии от окружности лишь слегка отклоняется от плоскости, нормальной оси сопла. Как и при профилировании двумерных сопел, введение в постановку задачи ограничения на максимально допустимую кривизну, исключая излом поверхности сопла, не вносит принципиальных изменений в сказанное выше. При этом к L_0 примыкает узкая полоса наименее быстрого — в пределах допустимого — поворота потока.

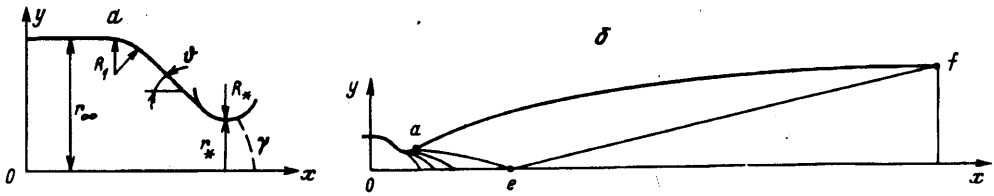
Пусть $2Y$ и $2Z$ — длины малой и большой сторон прямоугольника Ω_2 , а x , y , z — декартовы координаты с осью x , совпадающей с осью сопла. Тогда при любом $Z \geq Y$ высота опирающейся на Ω_2 характеристической пирамиды χ_2 равна $Y \operatorname{ctg} \alpha_2 \equiv Y \sqrt{M_2^2 - 1}$. Такова же высота X_{2y} характеристического клина, отвечающего плоскому соплу с боковыми стенками — плоскостями $z = \pm Z$. Если $X_{2y} = Z \sqrt{M_2^2 - 1}$ — высота характеристического клина для плоского сопла с боковыми стенками — плоскостями $y = \pm Y$, то $X_{2y} \geq X_{2z}$. Концевой участок сопла с постоянными параметрами на оси x , как и в случае двумерных сопел, назовем «выравнивающим». Из сказанного ясно, что длина X_1 выравнивающего участка пространственного сопла с тем же прямоугольным выходом не может быть меньше X_{2z} — высоты пирамиды на фиг. 1, б. Пусть X_3 — длина выравнивающего участка рассматриваемой далее пространственной «вырезки» из течения в осесимметричном сопле с радиусом выхода r_0 , равным длине половины диагонали прямоугольника Ω_2 , т. е. $r_0 = \sqrt{Y^2 + Z^2} > Z$. Длина X_3 равна высоте соответствующего характеристического конуса. Следовательно

$$X_3 = \sqrt{Y^2 + Z^2} \operatorname{ctg} \alpha_2 > X_{2y} = Z \operatorname{ctg} \alpha_2 \geq X_{2z} = Y \operatorname{ctg} \alpha_2$$

При квадратном выходе, когда $Y=Z$ и $X_{2y}=X_{2z}=X_2$, отношение X_3/X_2 минимально и равно $\sqrt{2}$.

При $M_2 \gg 1$ в силу асимптотических свойств гиперзвукового течения расширения [17, 18] выравнивающий участок вносит основной вклад в полную длину сопла, причем с $M_2 \rightarrow \infty$ отношение их длин стремится к единице. Поэтому сокращение длины гиперзвуковых пространственных сопел практически эквивалентно уменьшению их X_1 . Так как, согласно изложенному выше, $X_1 \geq X_{2z}$, то при $M_2 \gg 1$ решение задачи пространственного профилирования тривиально: «пространственным» соплом минимальной длины является дающее требуемое $M_2 \gg 1$ плоское сопло с боковыми стенками $z = \pm Z$.

Кстати, в этом случае характеристическая поверхность, ограничивающая слева равномерный поток с $M \equiv M_2$, совпадает с «минимальной» характеристической поверхностью — пирамидой χ_2 фиг. 1, а или б только по верхней и нижней граням последней, а поверхность Σ оптимального по длине сопла содержит боковые плоские стенки, т. е. параллельные оси сопла цилиндрические участки Σ_2 . Можно показать, что именно такие сопла с боковыми стенками — плоскостями $z = \pm Z$ имеют и минимальную полную длину (с учетом разгонного участка), причем при любых $M_2 > 1$. Отмеченная особенность указывает на то, что при профилировании существенно пространственных сопел мини-



Фиг. 2

мальной длины схема фиг. 1, δ далеко не единственна, а стенка оптимального по длине сопла в общем случае содержит концевые участки Σ_e .

Как уже отмечалось, использование больших плоских гиперзвуковых сопел с минимальным сечением Ω_* в форме вытянутой узкой щели сопряжено с серьезными трудностями. Поэтому постановка задачи профилирования пространственного сопла нуждается в уточнении, содержащем формулировку «условия компактности» Ω_* . Можно, например, в плоскости yz задать область G , внутри которой должна располагаться проекция Ω_* на эту плоскость. Сжатие G , т. е. ужесточение сформулированного ограничения, будет увеличивать минимальное X_r . «Вырезка» из осесимметричного течения не является решением вариационной задачи минимизации X_r . Следовательно, если минимальное сечение вырезки удовлетворяет «условию компактности», то наряду с ней должны существовать сопла с $X_1 < X_3$ и среди них — удовлетворяющее тому же условию сопло минимальной длины $X_1^m \geq X_{2z}$. Построение такого сопла вне зависимости от сложности его формы важно, в частности, для оценки того, насколько длина профилируемых различными методами пространственных сопел превышает свое минимально возможное при имеющихся ограничениях значение.

2. Обсуждавшиеся выше «существенно пространственные» сопла, форма поперечного сечения которых — функция x , как и пространственная вырезка из течения в осесимметричном сопле, сложны для изготовления («нетехнологичны»). Ниже предлагается способ профилирования более простых («технологичных») пространственных сопел, все сечения которых — прямоугольники, подобные прямоугольнику в сечении выхода, а стенки — цилиндрические поверхности, перпендикулярные либо плоскости xu , либо плоскости xz .

Профилирование этих сопел включает следующие этапы. Сначала задается гладкий контур сужающейся и начала расширяющейся частей осесимметричного сопла. Поскольку для $M_e \gg 1$ длина сужающейся части сопла много меньше его расширяющейся части, а в последней, как уже отмечалось, длина «разгонного» участка много меньше длины «выравнивающего», то выбор формы до- и трансзвуковой частей сопла почти не сказывается на его полных размерах. В приводимых далее примерах контур этих частей сопла составляют отрезки прямых и дуг окружностей. Возьмем за линейный масштаб радиус минимального сечения осесимметричного сопла. Тогда $r_* = 1$, а прочие параметры, смысл которых ясен из фиг. 2, a , равны: $r_\infty = 3,13$, $x_* = 5,45$, $R_* = R_1 = 1$ и $\vartheta = -45^\circ$.

Для выбранного контура с помощью неявной монотонной разностной схемы второго порядка в рамках полной системы уравнения Эйлера рассчитывалось осесимметричное до- и трансзвуковое течение. Найденные распределения параметров на некоторой линии γ , лежащей справа от минимального сечения и такой, что на ней $M > 1$, использовались затем как начальные данные для профилирования методом характеристик кратчайшей сверхзвуковой части осесимметричного сопла с ограничением на кривизну образующей $k \leq R_*^{-1} = 1$. Эта образующая (фиг. 2, б) состоит из окружности радиуса $R_* = 1$ и плавно примыкающего к ней гладкого контура af . Последний — линия тока, выходящая из концевой точки a , упомянутой окружности, строится в процессе решения задачи Гурса с данными на c^- характеристике ae и на «равномерной» c^+ -характеристике

ef с $M \equiv M_0$ и $\theta \equiv 0$. Здесь θ — угол наклона V к оси x . Как отмечалось ранее, если $M_0 \gg 1$, то $x_c \ll X$, где $X = x_c$ — полная длина сопла.

В выходное сечение осесимметричного сопла вписывается прямоугольник с диагональю, равной диаметру выхода. Поток на выходе — равномерный и параллельный оси x . Поэтому на границе вписанного прямоугольника известна зависимость функции тока ψ от угла φ цилиндрических координат x, r, φ . Знание $\psi = \Psi(\varphi)$ позволяет при расчете течения в заданных до- и трансзвуковых частях осесимметричного сопла и в профилируемой его сверхзвуковой части находить поверхности тока, которые образуют пространственную вырезку с прямоугольным выходом.

Если, как на фиг. 2 сопло примыкает к цилиндрической трубе, то при $x \rightarrow -\infty$ дозвуковой поток становится равномерным и поперечное сечение вырезки становится прямоугольником с тем же, что при $x = X$, отношением сторон. При $-\infty < x < x_c$ поперечные сечения — криволинейные четырехугольники, стороны которых искривлены тем больше, чем больше неравномерность x -компоненты потока массы ρu . Здесь ρ — плотность, u — проекция V на ось x .

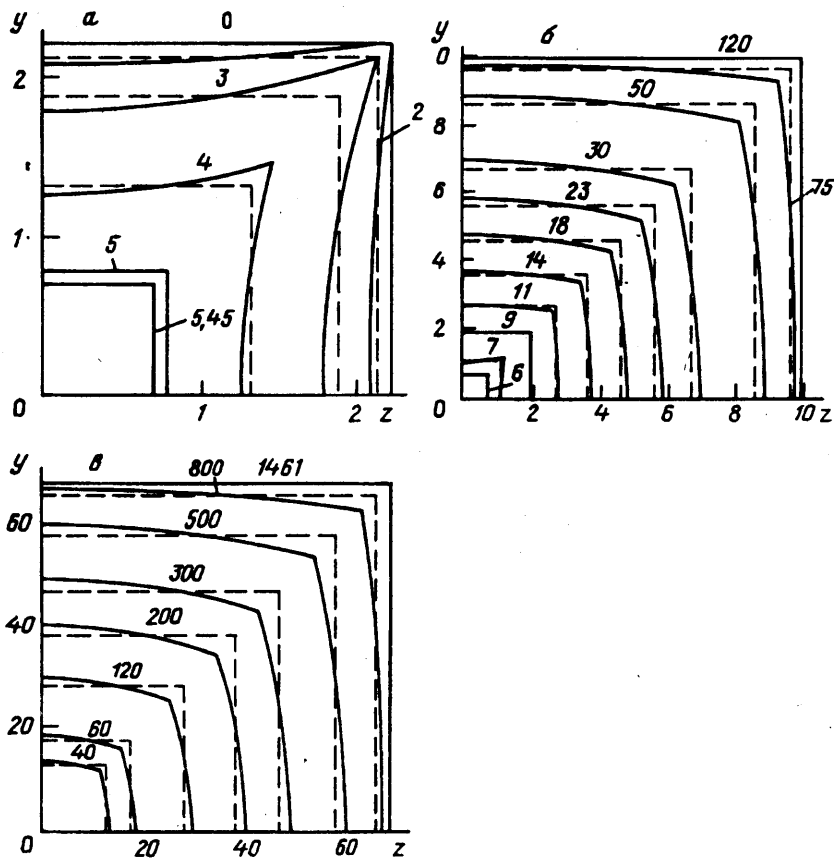
Как показали результаты расчетов, в окрестности минимального сечения зависимость ρu от r слабая. Поэтому здесь сечения вырезки близки к прямоугольным. Все криволинейные четырехугольники сохраняют общие плоскости симметрии и плоскости диагоналей. Как и у существенно пространственных сопел, обсуждавшихся выше, части боковых стенок получающихся пространственных конфигураций — цилиндрические поверхности, параллельные оси сопла. Эти поверхности — плоскости, ограниченные сечением выхода и гиперболами — линиями их пересечения с «выходным» конусом Маха осесимметричного сопла. Построение вырезок из двумерных течений — широко распространенный прием получения трехмерных конфигураций. Для конструирования сверхзвуковых частей сопел он применялся в [3].

Построенные вырезки, обеспечивая равномерный поток на выходе, являются, как и сопла, обсуждавшиеся в разд. 1, существенно пространственными. Следующий шаг состоит в переходе от них к пространственным соплам более простой формы. Этот переход осуществляется заменой криволинейных четырехугольников на прямоугольники той же площади, с теми же плоскостями симметрии и с тем же, что в сечении выхода, отношением сторон.

В результате получаются технологичные пространственные сопла, каждая стенка которых — цилиндрическая поверхность. У этих сопел в окрестности выхода отсутствуют плоские участки, параллельные оси x . Поскольку, однако, в вырезке такие участки есть, то угол наклона стенок этих сопел к оси x при приближении к $x = x_c$ стремится к нулю быстрее, чем у осесимметричных. Как видно из дальнейшего, это позволяет значительно уменьшить длину сопла. Согласно приведенным ниже примерам, переход от вырезок к их более простой альтернативе сопровождается вполне допустимыми для сопел гиперзвуковых аэродинамических труб неравномерностями потока на их выходе.

3. Описанным выше способом выполнено профилирование пространственных сопел, рассчитанных на гиперзвуковые числа Маха в сечении выхода. В примерах, приводимых ниже, газ совершенный с показателем адиабаты $\kappa = 1,333$, а поперечные сечения профилируемых технологичных устройств — квадратные. «Расчетные» числа Маха M_0 «порождающих» их осесимметричных сопел были равны 7 и 14. Сверхзвуковые части этих сопел, спрофилированные из условия наивысшего разгона газа, заканчивались соответственно при $x_c = 120$ и 1461.

На фиг. 3 сплошными кривыми нарисованы четверти поперечных сечений получившихся для этих случаев существенно пространственных вырезок, а штриховыми — заменяющих их равновеликих по площади квадратов — сечений технологичных сопел. Значения x даны цифрами около кривых. Сечения фиг. 3, а относятся к до- и трансзвуковым частям, одинаковым у обоих сопел, фиг. 3, б — к соплу с $M_0 = 7$ и фиг. 3, в — с $M_0 = 14$, на которой даны сечения $x \geq 40$. При $x < 40$ сечения вырезки с $M_0 = 14$, будучи, как и на фиг. 3, б, сначала вогнутыми, с $x \approx 10$ становятся выпуклыми.



Фиг. 3

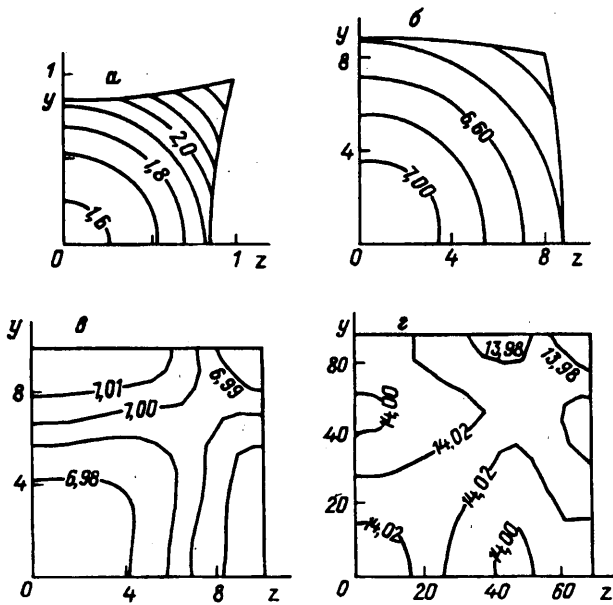
Пространственное до- и трансзвуковое течение в спрофилированном описанном выше способом технологичном сопле рассчитывалось с помощью варианта метода [19, 20] без «искусственной сжимаемости». Этим методом решалось уравнение для потенциала на сетке $N_1 \times N_2 \times N_3 = 41 \times 15 \times 17$, где N_1 — число ячеек по x для $0 \leq x \leq 7,4$, N_2 — по r и N_3 — по φ для $0 \leq \varphi \leq \pi/2$. По x сетка была неравномерной (8 сеточных линий при $x < 4$, остальные — при $x \geq 4$), а по r и φ — равномерной.

С целью проверки точности вычислений тем же методом рассчитывались области до-, транс- и части сверхзвукового течения в вырезке.

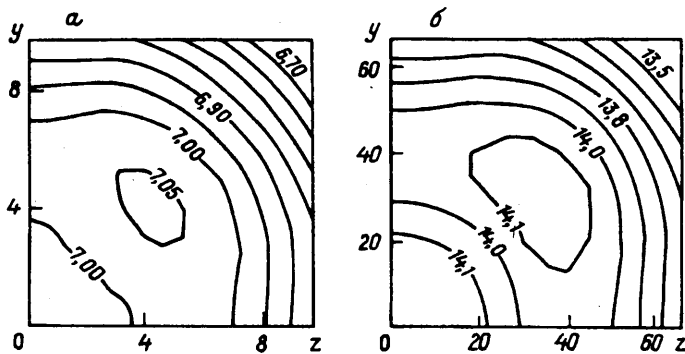
Изомахи (через $\Delta M = 0,1$), полученные таким способом для течения в сечении $x = 6,4$, показаны на фиг. 4, а. Дана четверть вырезки, построенной для $M_e = 7$. Высокое качество счета подтверждается почти идеальной близостью изомахов к окружностям. Несмотря на это дальнейший расчет сверхзвукового потока «маршевым» методом [21] начинался от сечения $x = 5,83$, расположенного лишь слегка правее минимального сечения ($x = 5,45$) исходного осесимметричного сопла.

По методу [21] счет велся в цилиндрических координатах. При этом образующие пространственной вырезки или спрофилированного по ней сопла с цилиндрическими стенками задавались в N_1 -й точке по x на N_3 меридиальных плоскостях на половину сопла. В приводимых ниже примерах $N_1 = 15-30$, $N_3 = 20$. Координаты промежуточных точек находились с помощью экспоненциальных сплайнов.

Высокое качество получающихся результатов демонстрируют фиг. 4, б-г. Фигуры 4, б и в отвечают вырезке с $M_e = 7$, а фиг. 4, г — выходному сечению вырезки ($x = 1461$) с $M_e = 14$. На фиг. 4, б через $\Delta M = 0,2$ даны изомахи в сечении $x = 50$, на фиг. 4, в — через $\Delta M = 0,01$ в сечении выхода ($x = 120,25$). При $x = 50$, как и должно быть, изомахи близки к окружностям, а в сечении выхода отличие числа Маха от заданного значения $M_e = 7$ не превышает 0,2—0,3%. Еще меньше



Фиг. 4



Фиг. 5

отличие числа Маха от заданного в выходном сечении ($x_j = 1461$) вырезки, построенной для $M_e = 14$ (фиг. 4, г, $\Delta M = 0,02$).

Неравномерности потока, являющиеся следствием замены существенно пространственных вырезок более простыми соплами с цилиндрическими стенками, заметно превышают погрешности вычислений и тем не менее сравнительно невелики. К тому же при этом удастся найти такие сечения $x \equiv \text{const} < x_j$, где отличие M от M_e даже несколько меньше, чем при полной длине сопла. Сказанное демонстрируют фиг. 5, а и б. На первой, отвечающей исходному соплу с $M_e = 7$ и $x_j = 120,25$, через $\Delta M = 0,05$ даны изомахи в сечении $x = 80$. На второй, отвечающей $M_e = 14$ и $x_j = 1461$, через $\Delta M = 0,1$ изображены изомахи в сечении $x = 900$.

В обоих случаях при сокращении длины сопла на треть и при использовании простых пространственных сопел с квадратными поперечными сечениями неравномерность потока $\delta M/M_e$ почти во всем сечении заключена в пределах $-0,025 < \delta M/M_e < 0,01$ (или $\pm 0,016$ — по отношению к средней величине M). Отклонение от предложенного способа профилирования заметно увеличивает неравномерность потока. Например, если зависимость поперечной площади сверхзвуковой части технологического сопла от x взять такой же, как у осесимметричного сопла в целом, а не у получающейся из него вырезки, то неравномерности по числу Маха возрастают в 2,5—3 раза.

На участках основного изменения площади поперечного сечения технологических сопел изомахи

и прочие линии постоянства в плоскостях $x = \text{const}$ близки к окружностям. В силу этого пространственный пограничный слой на линиях $y = 0$ и $z = 0$ можно рассчитывать по программам для осесимметричных течений. Когда же поток становится близким к однородному с $M \approx M_0$, изомахи из-за эволюции волн сжатия и разрежения — возмущений, возникающих при обтекании цилиндрических стенок деформированной вырезки, — перестают быть окружностями (фиг. 5).

Поскольку, однако, неравномерности течения здесь малы, то дальнейшее развитие пограничного слоя в упомянутых выше плоскостях симметрии (на линиях $y = 0$ и $z = 0$) аналогично его росту на пластинке, обтекаемой безградиентным гиперзвуковым потоком. Сами же изолинии в результате отражения возникших возмущений от плоскостей симметрии могут замыкаться и в пределах четверти поперечного сечения сопла. Таковы, например, изомахи $M = 7,05$ и $14,1$ на фиг. 5, отличающиеся в этом отношении от связанных с погрешностями счета изолиний фиг. 4, v и z (счетные неравномерности на этих фигурах более чем на порядок меньше газодинамических неравномерностей фиг. 5).

Построенные сопла естественно сравнить с наикратчайшими соплами из разд. 1, реализующими в квадратных выходных сечениях те же M_0 , т. е. с плоскими соплами с «целевыми» минимальными сечениями. При сжатии (с сохранением относительных размеров) дозвуковых частей и одинаковых сечений выхода длины таких сопел оказались равными $x = 78$ и 1010 для $M_0 = 7$ и 14 .

Укорочение сопла с $M_0 = 7$ до значений числа Маха на стенке $M = 6,95, 6,9, 6,85, 6,8$ и $6,75$ при $M \equiv 7$ в окрестности плоскости симметрии уменьшают его длину до $x_j \approx 74, 71, 70, 64$ и 61 соответственно. Для сопла с $M_0 = 14$ аналогичное укорочение дает $x \approx 960, 912, 866, 821$ и 780 для чисел Маха на стенке $M = 13,9, 13,8, 13,7, 13,6$ и $13,5$.

Хотя приведенные цифры характеризуют неравномерность потока по всей ширине выходных сечений укороченных наикратчайших сопел (а не в уголках, как на фиг. 5), их длины оказались близки к длинам технологичных сопел ($x = 80$ и 900) с $M_0 = 7$ и 14 . Еще одно достоинство предложенного способа профилирования — существенно меньшая неравномерность по направлению вектора скорости. Последнее есть следствие отмечавшегося выше более быстрого, чем у осесимметричных (и плоских) сопел, приближения площади вырезки к значению при $x = x_j$.

Заметим, наконец, что для гиперзвуковых течений при отсутствии неоднородностей энтропии справедливы соотношения

$$\frac{\delta p}{p} = \frac{-2x}{x-1} \frac{\delta M}{M}, \quad \frac{\delta \rho}{\rho} = \frac{-2}{x-1} \frac{\delta M}{M}, \quad \frac{\delta T}{T} = -2 \frac{\delta M}{M}, \quad \frac{\delta V}{V} = \frac{2}{(x-1)M^2} \frac{\delta M}{M}$$

в силу которых неравномерности давления p , плотности ρ и абсолютной температуры T в несколько раз больше, а модуля скорости V — много меньше неравномерностей числа Маха.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-013-17514).

Авторы благодарят В. А. Виноградова, привлечшего их внимание к данной задаче, Ю. Д. Шмыглевского — за полезное обсуждение, а В. А. Вострецову, Н. Н. Славянова и Д. Е. Пудовикова — за помощь в работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крайко А. Н., Шеломовский В. В. О профилировании плоских и осесимметричных сопел и каналов, реализующих заданный сверхзвуковой поток в сечении выхода // Изв. АН СССР. МЖТ. 1981. № 4. С. 94—102.
2. Крайко А. Н., Шеломовский В. В. Сравнение двух методов профилирования контуров сверхзвуковых частей сопел, реализующих равномерный поток // Уч. зап. ЦАГИ. 1981. Т. 12. № 4. С. 46—53.
3. Верховский В. П. Численный расчет сверхзвуковых профилированных пирамидальных сопел (осесимметричное течение) // Уч. зап. ЦАГИ. 1979. Т. 10. № 3. С. 105—109.
4. Левин М. П. Метод контрольной поверхности в пространственных вариационных задачах газовой динамики. М.: ВЦ АН СССР, 1983. 30 с.
5. Борисов В. М. О структуре решений при оптимизации формы сверхзвуковых пространственных каналов. М.: ВЦ АН СССР, 1987. 19 с.
6. Борисов В. М., Левин М. П. Расчет и оптимизация сверхзвуковых пространственных сопел с косым срезом. М.: ВЦ АН СССР, 1987. 14 с.

7. Левин М. П. О профилировании сверхзвуковых частей гофрированных пространственных сопел//Уч. зап. ЦАГИ. 1989. Т. 20. № 5. С. 125—128.
8. Борисов В. М., Левин М. П., Михайлов И. Е. Альбом пространственных сверхзвуковых сопел. М.: ВЦ АН СССР, 1989. 63 с.
9. Куриленко Ю. В., Левин М. П. Об итерационных алгоритмах решения задач профилирования пространственных каналов//Уч. зап. ЦАГИ. 1990. Т. 21. № 6. С. 117—122.
10. Ахметов Г. Б. Об устойчивости разностных схем для системы дифференциальных уравнений гиперболического типа с тремя независимыми переменными//Изв. АН КазССР. Сер. физ.-мат. 1972. № 1. С. 6—14.
11. Борисов В. М., Михайлов И. Е. Расчет экстремальной формы сверхзвуковой части пространственного сопла. М.: ВЦ АН СССР, 1982. 31 с.
12. Михайлов И. Е. О численном решении пространственного аналога задачи Гурса//Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1983. Т. 23. № 5. С. 1238—1240.
13. Иванов М. Я., Крайко А. Н. Профилирование двумерных и пространственных сопел и расчет течения в них//Газодинамические лазеры и лазерная фотохимия. М.: Изд-во МГУ, 1978. С. 52—62.
14. Пирумов У. Г., Рубцов В. А. Расчет осесимметричных сверхзвуковых кольцевых сопел//Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. 1961. № 6. С. 15—25.
15. Межибовская Е. Г., Пирумов У. Г., Рубцов В. А., Сорокина Е. В. Расчет кольцевых осесимметричных сопел. М.: ВЦ МГУ, 1961. 109 с.
16. Тилляева Н. И., Широносова Е. Я. О профилировании сверхзвуковых сопел, реализующих равномерный поток в кольцевом выходном сечении//Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 2. С. 204—206.
17. Ладыженский М. Д. О гиперзвуковых течениях в соплах//ПММ. 1965. Т. 29. Вып. 1. С. 99—105.
18. Крайко А. Н., Шеломовский В. В. О свободном расширении двумерных струй идеального газа//ПММ. 1980. Т. 44. Вып. 2. С. 271—280.
19. Корецкий В. В., Любимов Д. А. Модифицированный метод приближенной факторизации для расчета потенциальных пространственных течений в каналах//Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1990. Т. 30. № 10. С. 1553—1570.
20. Любимов Д. А. Эффективный метод расчета пространственного обтекания воздухозаборников на околозвуковых скоростях//Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1991. Т. 31. № 9. С. 1355—1368.
21. Аукин М. К., Тагиров Р. К. Конечно-разностная схема второго порядка для расчета трехмерных сверхзвуковых течений идеального газа//Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1989. Т. 29. № 7. С. 1057—1066.

Москва

Поступила в редакцию
1.VI.1994