

УДК 532.516.2

© 1995 г. О. Ю. АПОЛОНСКИЙ, В. А. БАШКИН, М. В. ЕГОРОВА

ТЕПЛООБМЕН НА ПОВЕРХНОСТИ БЕСКОНЕЧНЫХ СКОЛЬЗЯЩИХ ЦИЛИНДРОВ В ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ВОЗДУХА

На основе уравнений тонкого вязкого ударного слоя исследовано неравновесное течение воздуха около лобовой поверхности бесконечных скользящих эллиптических цилиндров при полете на высоте $H \approx 66$ км со скоростью $V_\infty = 6500$ м/с. В расчетах варьировались коэффициент эллиптичности δ и угол скольжения χ для абсолютно каталитической и абсолютно некаталитической обтекаемых поверхностей. Определены значения δ , при которых максимальная температура на обтекаемой поверхности достигает наименьшего значения.

В задачах теплообмена передние кромки несущих поверхностей гиперзвуковых летательных аппаратов часто моделируются бесконечными скользящими цилиндрами.

В [1] на основе уравнений Прандтля рассмотрено развитие пограничного слоя на изотермической поверхности бесконечных скользящих эллиптических цилиндров, обтекаемых сверх- и гиперзвуковыми потоками совершенного газа. Результаты расчетов показали, что по мере увеличения коэффициента эллиптичности $\delta = a/b$, где a и b — полуоси эллипса (большая полуось a перпендикулярна вектору скорости набегающего потока), происходит смена характера распределения местного потока тепла по обтекаемой поверхности (от монотонного к немонотонному) и при определенном значении δ , зависящем от угла скольжения, максимальный тепловой поток достигает наименьшего значения. Это значение δ соответствует оптимальному режиму теплообмена и представляет определенный интерес для практических приложений.

При движении тела в воздухе с гиперзвуковыми скоростями проявляются эффекты реального газа и каталитические свойства обтекаемой поверхности. В данной работе влияние неравновесных процессов на обтекание эллиптических цилиндров и на форму тела, оптимальную по теплообмену, рассмотрено в рамках теории тонкого вязкого ударного слоя. На основании результатов расчетов определены оптимальные формы цилиндра в зависимости от угла скольжения для абсолютно каталитической и абсолютно некаталитической поверхностей.

Модель тонкого ударного слоя не всегда обеспечивает приемлемую точность расчета теплового потока на обтекаемой поверхности, поэтому приходится обращаться к более сложным моделям; например, исследование обтекания кругового скользящего цилиндра сверхзвуковым потоком совершенного газа на основе уравнений полного вязкого ударного слоя проведено в [2] и на основе уравнений Навье — Стокса в [3].

1. Обтекание лобовой поверхности бесконечных скользящих эллиптических цилиндров рассматривается в приближении тонкого вязкого ударного слоя.

Стационарное пространственное химически неравномерное течение пятикомпонентного диссоциирующего воздуха в тонком вязком ударном слое в

безразмерных переменных описывается системой уравнений (см., например, [4])

$$\frac{\partial}{\partial \xi^1} [(g)^{1/2} \rho u^1] + \frac{(g)^{1/2}}{D} \left[\frac{\partial}{\partial \eta} (\rho u^3) - \eta \frac{\partial D}{\partial \xi^1} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho u^1) \right] = 0 \quad (1.1)$$

$$u^1 \frac{\partial u^1}{\partial \xi^1} + \frac{1}{D} (u^3 - \eta u^1 \frac{\partial D}{\partial \xi^1}) \frac{\partial u^1}{\partial \eta} + \Gamma_{11}^1 (u^1)^2 + \quad (1.2)$$

$$+ \frac{\varepsilon}{\rho} g^{11} \left(\frac{\partial p}{\partial \xi^1} - \frac{\eta}{D} \frac{\partial D}{\partial \xi^1} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) - \frac{m}{\rho D^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu \frac{\partial u^1}{\partial \eta} \right) = 0$$

$$u^1 \frac{\partial u^2}{\partial \xi^1} + \frac{1}{D} (u^3 - \eta u^1 \frac{\partial D}{\partial \xi^1}) \frac{\partial u^2}{\partial \eta} - \frac{m}{\rho D^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu \frac{\partial u^2}{\partial \eta} \right) = 0 \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \eta} + \rho D \Gamma_{11}^3 (u^1)^2 = 0 \quad (1.4)$$

$$u^1 \frac{\partial H}{\partial \xi^1} + \frac{1}{D} (u^3 - \eta u^1 \frac{\partial D}{\partial \xi^1}) \frac{\partial H}{\partial \eta} + \frac{1}{\rho D} \frac{\partial I_Q}{\partial \eta} = 0 \quad (1.5)$$

$$u^1 \frac{\partial C_i}{\partial \xi^1} + \frac{1}{D} (u^3 - \eta u^1 \frac{\partial D}{\partial \xi^1}) \frac{\partial C_i}{\partial \eta} - \frac{\omega_i}{\rho} + \frac{1}{\rho D} \frac{\partial I_i}{\partial \eta} = 0 \quad (i = O, N, NO) \quad (1.6)$$

$$u^1 \frac{\partial C_O^*}{\partial \xi^1} + \frac{1}{D} (u^3 - \eta u^1 \frac{\partial D}{\partial \xi^1}) \frac{\partial C_O^*}{\partial \eta} + \frac{1}{\rho D} \frac{\partial I_O^*}{\partial \eta} = 0 \quad (1.7)$$

Задача замыкается уравнением состояния совершенного газа, выражением для теплового потока и уравнениями для диффузионных потоков, которые здесь не приводятся (см., например, [4]).

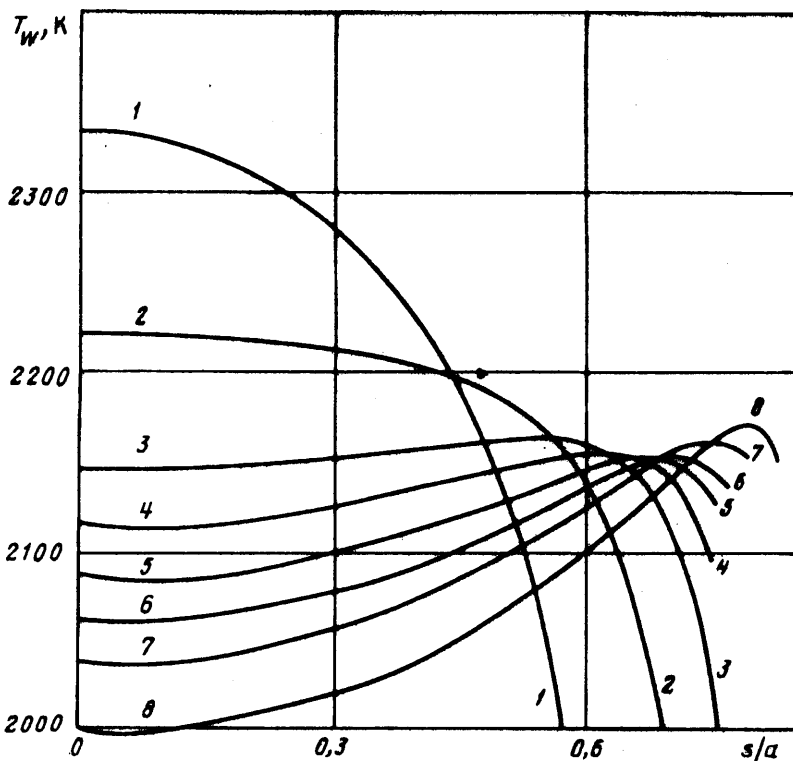
В (1.1)—(1.7) ξ^1, ξ^2 — координаты, направленные вдоль направляющей и образующей цилиндра, ξ^3 — координата, ортогональная обтекаемой поверхности, u^i — проекции вектора скорости на оси координат ξ^i ($i = 1, 2, 3$), T, H, p, ρ — соответственно температура, полная энтальпия, давление и плотность газовой смеси, C_i, ω_i — массовые концентрации и удельные скорости образования компонентов смеси, I_i, I_Q — диффузионные и тепловой потоки, μ — коэффициент вязкости, C_O^* — массовая концентрация элемента O, I_O^* — диффузионный поток элемента O, представимый в виде линейной комбинации потоков I_i .

Индексами « ∞ » и 0 обозначены параметры газа в невозмущенном потоке и при температуре торможения T_0 , $\varepsilon = (\gamma - 1)/2\gamma$ — малый параметр, используемый в гиперзвуковом приближении Ченга, $\gamma = C_{p,\infty}/C_{v,\infty}$, $C_{p,\infty}$ и $C_{v,\infty}$ — удельные теплоемкости невозмущенного потока газа при постоянных давлении и объеме соответственно; $Re_0 = \rho_\infty V_\infty L / \mu_0$ — число Рейнольдса; L — радиус кривизны обтекаемой поверхности в передней критической точке, $\mu_0 = \mu(T_0)$, $m = (\varepsilon Re_0)^{-1}$, $g^{\alpha\beta}$ — метрический тензор, $\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha$ — символ Кристоффеля второго рода, греческие индексы принимают значения 1 и 2. Входящие в (1.1)—(1.7) безразмерные переменные введены общепринятым способом путем деления размерных координат на L , компонентов скорости на V_∞ , плотности на ρ_∞ , давления на $\rho_\infty V_\infty^2$, полной энтальпии на $0,5 V_\infty^2$ и т. д.

Для удобства численного решения задачи область изменения координаты ξ^3 приведена к единичному отрезку посредством нормировки

$$\eta = \frac{\xi^3}{D}, \quad \eta \in [0, 1] \quad (1.8)$$

где $D = D(\xi^\alpha)$ — значение ξ^3 , соответствующее положению ударной волны.



Фиг. 1

В качестве внешних граничных условий на ударной волне ($\eta = 1$) для системы уравнений (1.1)–(1.7) ставятся обобщенные условия Рэнкина — Гюгонио

$$u_{\infty}^3 - \rho \left(u^3 - u^1 \frac{dD}{d\xi^1} \right) = 0; \quad u_{\infty}^3 (u^{\beta} - u_{\infty}^{\beta}) - \frac{m\mu}{D} \frac{\partial u^{\beta}}{\partial \eta} = 0, \quad \beta = 1, 2 \quad (1.9)$$

$$-(u_{\infty}^3)^2 + p = 0; \quad u_{\infty}^3 (H - H_{\infty}) + I_Q = 0$$

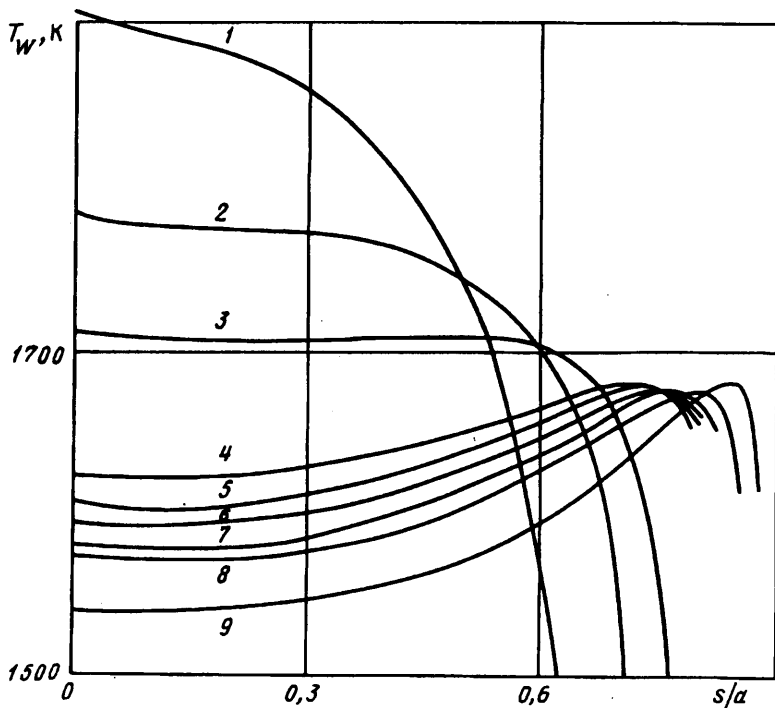
$$u_{\infty}^3 (C_i - C_{i,\infty}) + I_i = 0, \quad i = O, N, NO; \quad u_{\infty}^3 (C_0^* - C_{0,\infty}^*) + I_0^* = 0$$

На обтекаемой поверхности ($\eta = 0$) используются следующие граничные условия. Для уравнения неразрывности (1.1) — условие непротекания, для уравнений импульсов (1.2) и (1.3) — условия прилипания, для уравнения энергии (1.5) — условие равновесного излучения с нетеплопроводной поверхностью, для уравнений диффузии (1.6) и уравнения сохранения химического элемента (1.7) — условия сохранения массы для абсолютно каталитической и абсолютно некаталитической поверхностей.

В качестве начальных условий для начально-краевой задачи используются профили параметров потока на критической линии затупленного тела, получаемые в результате решения краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений в тонком ударном слое.

Химические реакции в пятикомпонентном воздухе описывались на основе схемы Зельдовича, включающей 5 реакций [5], которые вносят наиболее существенный вклад в энергетический баланс течения при температурах до 10^4 К. Численное решение задачи проводилось по модифицированной методике [6].

2. Влияние неравновесных химических реакций в потоке и каталитических свойств обтекаемой поверхности на поле течения около лобовой части бесконечных скользких эллиптических цилиндров исследовано при скорости потока $V_{\infty} =$



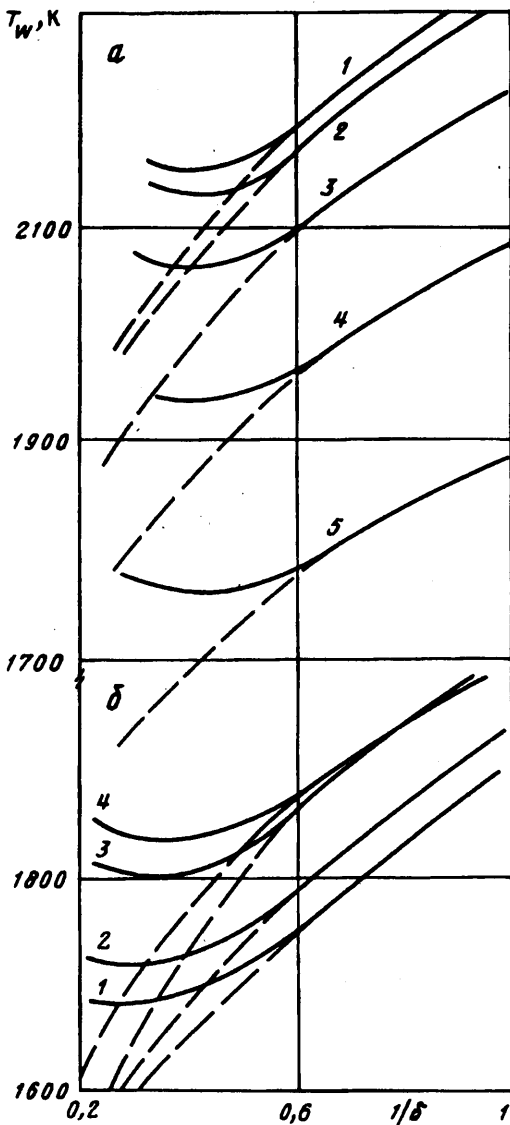
Фиг. 2

= 6500 м/с с параметрами на бесконечности $T_\infty = 250$ К, $\rho_\infty = 1,41 \cdot 10^{-4}$ кг/м³, что соответствует высоте полета $H = 66$ км. Коэффициент эллиптичности δ варьировался в диапазоне $1 \leq \delta \leq 5$. При расчетах угол скольжения χ принимал значения 0, 15, 30, 45 и 60°, а коэффициент черноты поверхности был равен 0,8. Отметим, что обтекание цилиндра при $\chi = 60^\circ$ в случае абсолютно некаталитической поверхности не удалось рассчитать из-за неустойчивости счета.

При анализе результатов расчетов в качестве характерного линейного размера выбрана большая полуось эллипса $a = 0,1$ м; указанным условиям соответствует число Рейнольдса $Re_0 = \rho_\infty V_\infty a / \mu_0 = 433$.

3. Влияние коэффициента эллиптичности на распределение радиационно-равновесной температуры вдоль направляющей цилиндров показано на примере обтекания их при нулевом угле скольжения для абсолютно каталитической поверхности (фиг. 1, кривая 1 — $\delta = 1$; 2 — $\delta = 1,5$; 3 — $\delta = 2$; 4 — $\delta = 2,25$; 5 — $\delta = 2,5$; 6 — $\delta = 2,75$; 7 — $\delta = 3$; 8 — $\delta = 3,5$) и абсолютно некаталитической поверхности (фиг. 2, кривая 1 — $\delta = 1$; 2 — $\delta = 1,5$; 3 — $\delta = 2$; 4 — $\delta = 3$; 5 — $\delta = 3,25$; 6 — $\delta = 3,5$; 7 — $\delta = 3,75$; 8 — $\delta = 4$; 9 — $\delta = 5$). Для других углов скольжения имеет место аналогичная картина.

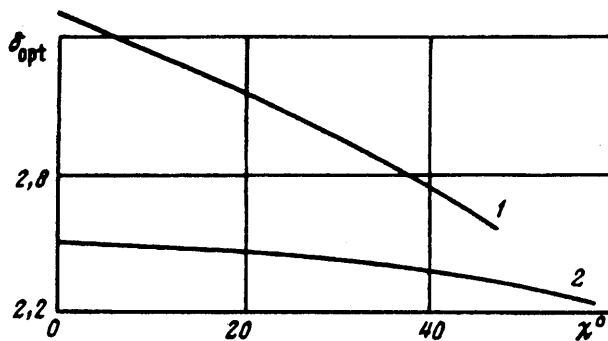
В качественном отношении изменение распределения температуры T_w в зависимости от δ имеет такой же характер, как и поведение теплового потока на изотермической поверхности цилиндра, обтекаемого гиперзвуковым потоком газа с постоянным показателем адиабаты [1]. На поверхности кругового цилиндра ($\delta = 1$) температура монотонно уменьшается по мере отхода от критической линии. При некотором $\delta = \delta_0 > 1$ на большей части лобовой поверхности цилиндра распределение температуры почти равномерное, а при $\delta > \delta_0$ температура изменяется немонотонно вдоль обтекаемой поверхности — ее максимум смещается с критической линии на часть лобовой поверхности с наибольшим изменением радиуса кривизны. Для всех рассмотренных режимов обтекания смена в характере



Фиг. 3

распределения температуры (от монотонного к немонотонному) происходит в интервале $1,5 < \delta_0 < 2$.

На фиг. 3 показано поведение характерных температур — максимальной температуры $T_{w,max}$ (сплошные кривые) и температуры $T_w(0)$ на критической линии (штриховые кривые) — в зависимости от коэффициента эллиптичности δ для абсолютно каталитической (а) и для абсолютно некаталитической (б) поверхности; кривые 1 соответствуют $\chi = 0$, 2 — $\chi = 15$, 3 — $\chi = 30$, 4 — $\chi = 45$, 5 — $\chi = 60^\circ$. Для заданных условий обтекания при определенном значении $\delta = \delta_{opt}$ максимальная температура обтекаемой поверхности достигает своего наименьшего значения; отметим, что этот экстремум является слабым. Оптимальные значения коэффициента эллиптичности приведены на фиг. 4 для абсолютно каталитической (1) и абсолютно некаталитической (2) поверхностей в зависимости от угла скольжения χ .



Фиг. 4

Для абсолютно каталитической поверхности с увеличением угла скольжения понижается уровень ее температуры, а оптимальный режим очень медленно смещается в сторону меньших значений коэффициента эллиптичности. При $\chi=0$ оптимальный режим имеет место при $\delta_{opt}=2,5$. Для газа с постоянным показателем адиабаты оптимальный режим по тепловому потоку на изотермической поверхности наблюдается при близких значениях коэффициента эллиптичности: для эллиптического цилиндра $\delta_{opt} \approx 2,75$ [1] и для эллипсоида вращения $\delta_{opt} \approx 3$ [7].

Иная картина наблюдается для абсолютно некаталитической поверхности. При $\chi=0$ уровень ее температуры существенно ниже, чем в случае абсолютно каталитической поверхности, а оптимальный режим значительно смещается в сторону больших значений коэффициента эллиптичности — $\delta_{opt}=3,5$. С увеличением угла стреловидности в рассмотренном диапазоне изменения χ уровень температуры повышается и постепенно приближается к уровню температуры абсолютно каталитической поверхности; при этом оптимальный режим смещается в сторону меньших значений коэффициента эллиптичности. При $\chi \geq 60^\circ$ каталитические свойства обтекаемой поверхности практически не влияют на ее температурный режим, поскольку при больших углах скольжения существенно понижается уровень температуры в поле возмущенного течения и эффекты реального газа не проявляются.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Башкин В. А. Ламинарный пограничный слой на бесконечно длинных эллиптических цилиндрах при произвольном угле скольжения // Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 5. С. 76—82.
2. Вершинин И. В., Тирский Г. А., Утюжников С. В. Сверхзвуковое ламинарное обтекание наветренной части скользящих крыльев бесконечного размаха в широком диапазоне чисел Рейнольдса // Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 4. С. 40—44.
3. Бабаев И. Ю., Башкин В. А. Расчет обтекания лобовой поверхности скользящего кругового цилиндра сверхзвуковым потоком совершенного газа // Уч. зап. ЦАГИ. 1992. Т. 23. № 1. С. 9—19.
4. Алексеев Б. В., Гришин А. М. Физическая газодинамика реагирующих сред. М.: Высш. шк., 1985. 464 с.
5. Агафонов В. П., Вертушкин В. К., Гладков А. А., Полянский О. Ю. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике. М.: Машиностроение, 1972. 344 с.
6. Егоров И. В., Зайцев О. Л. Об одном подходе к численному решению двумерных уравнений Навье — Стокса методом сквозного счета // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1991. Т. 31. № 2. С. 300—313.
7. Башкин В. А., Колина Н. П. Ламинарный пограничный слой на эллипсоидах вращения // Изв. АН СССР. МЖГ. 1966. № 6. С. 152—156.