

УДК 532.516 + 536.3

© 1995 г. Н. А. ВЕРЕЗУБ, М. Н. НУЦУБИДЗЕ,
А. И. ПРОСТОМОЛОТОВ

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН В РАСПЛАВЕ ПРИ ВЫРАЩИВАНИИ МОНОКРИСТАЛЛОВ ГРАНАТОВОЙ СТРУКТУРЫ МЕТОДОМ ЧОХРАЛЬСКОГО

Представлены результаты исследования гидродинамических процессов в расплаве при получении монокристаллов гранатовой структуры (иттрий-алюминиевого граната) диаметром 25—40 мм методом Чохральского с использованием индукционного нагревателя. Приведена математическая модель гидродинамики и теплообмена в расплаве, построенная на основе двумерных уравнений Навье — Стокса в приближении Буссинеска. Влияние конвективного теплопереноса на форму фронта кристаллизации, являющуюся важной характеристикой качества монокристаллов, определяется в зависимости от скорости вращения кристалла и параметров индукционного нагрева.

Структурное совершенство кристаллов в значительной степени зависит от кривизны фронта кристаллизации в период выращивания и является наилучшим в случае поддержания плоской формы фронта [1]. На кривизну фронта влияет структура гидродинамических потоков в тигле, зависящая от соотношения интенсивностей тепловой и вынужденной конвекции, обусловленной вращением кристалла. До настоящего времени в технологической практике распространены качественные — критериальные оценки соотношения подъемных и центробежных сил в тигле, определяемых отношением числа Грасгофа (Gr), характеризующего интенсивность тепловой конвекции, к квадрату числа Рейнольдса (Re^2), характеризующего интенсивность вынужденного движения за счет вращения кристалла [2—4]. Однако этих оценок недостаточно, так как не учитываются другие существенные факторы, такие, как распределение энерговыделения на стенках тигля, изменение уровня расплава за счет вытягивания кристалла и др. Неудовлетворительная точность упомянутых качественных оценок обуславливает поиски других подходов, которые, однако, основываются на не вполне адекватных гидродинамических моделях, в частности на модели течения между коаксиальными цилиндрами [5].

В работе [6] рассматривались стационарные режимы взаимодействия тепловой и вынужденной конвекции при небольших числах Рейнольдса ($Re \sim 10^2$) и при различных значениях параметра Gr/Re^2 , в зависимости от которого существуют три характерных режима. При $Gr/Re^2 \ll 1$ преобладает течение, связанное с вращением кристалла. Его особенностью является ограниченный подвод тепла к поверхности кристалла в связи с оттеснением потока тепловой конвекции, поэтому изотермы в подкристалльной области соответствуют вогнутому в кристалл фронту кристаллизации. При $Gr/Re^2 \gg 1$ преобладает тепловая конвекция, в связи с чем увеличивается подвод тепла к кристаллу от дна и боковых стенок тигля и изотермы соответствуют выпуклому в расплав фронту кристаллизации. В третьем промежуточном режиме действия тепловой конвекции и вращения кристалла уравниваются в том смысле, что изотермы в подкристалльной области соответствуют плоскому фронту кристаллизации.

При $Re > 10^3$ характер взаимодействия тепловой и вынужденной конвекции может существенно различаться ввиду проявления эффектов гидродинамической

N	$f \cdot 10^{-3}$, Гц	U , В	α_p , Ом $^{-1}$ ·см $^{-1}$	μ_p , Гн·см $^{-1}$	α_c , Ом $^{-1}$ ·см $^{-1}$	μ_c , Гн·см $^{-1}$
5	350 ± 10	5000	$70 \cdot 10^5$	$1,257 \cdot 10^{-10}$	$2,12 \cdot 10^5$	$1,257 \cdot 10^{-10}$

неустойчивости. Например, обнаружен колебательный характер течения и теплообмена при равномерном нагреве тигля и вращении кристалла ($Gr/Re^2 = 0,12$, $Pr = 2,8$) [7]. Уменьшение или увеличение числа Gr приводит к стабилизации течения. Возможной причиной неустойчивости течения при промежуточных значениях Gr может быть колебательный характер взаимодействия вращения кристалла и донного нагрева тигля, играющего в этом диапазоне параметров более существенную роль, чем боковой нагрев. Увеличение Gr соответствует увеличению вклада бокового нагрева и стабилизации течения.

В [8] подробно рассмотрен механизм изменения формы фронта кристаллизации оксидных монокристаллов в зависимости от параметров Gr и Re с учетом теплопроводности кристалла. Результаты анализа согласуются с выводами работ [6, 7].

Аналогичные исследования на основе физического моделирования проведены в [9—11], а также в [4].

Важнейшей характеристикой, влияющей на неоднородность теплового потока на фронте кристаллизации, является положение «точки встречи» потоков тепловой и вынужденной конвекции на границах расплава (в подкристалльной области, на свободной поверхности, на стенках тигля) [12—14]. При выращивании монокристаллов галлий-гадолиниевого граната нахождение точки встречи потоков под кристаллом соответствует максимальной неоднородности теплового потока из расплава в кристалл и сильно выпуклому фронту. Выход точки встречи потоков на свободную поверхность расплава обеспечивает переход к плоскому фронту.

При выращивании монокристаллов иттрий-алюминиевого граната методом Чохральского теплопередача осуществляется теплопроводностью, излучением и конвекцией. При этом важное значение имеют источники нагрева, в качестве которых используются индукционные нагреватели.

В данной работе предложена новая математическая модель, основанная на совместном расчете индукционного нагрева и гидродинамических процессов в тигле, что позволяет связать геометрические и электрофизические параметры индуктора с энерговыделением на стенках тигля и поставить замкнутую гидродинамическую задачу без привлечения дополнительных экспериментальных данных о распределении температур на стенках тигля.

Математическая модель реализована в виде программного комплекса CRYSTMO-2D для персональных компьютеров, совместимых с IBM PC AT/386.

1. Расчет индукционного энерговыделения в тигле. Расчет индукционного энерговыделения в тигле (на дне и боковых стенках) осуществляется на основе решения задачи определения индукционных токов, возбуждаемых индуктором, расположенным аксиально-симметрично относительно тигля. Тигель при этом рассматривается как аксиально-симметричное проводящее тело. Параметры индуктора (количество витков N , частота f , приложенное напряжение U) и электрофизические параметры (α — коэффициент электропроводности, μ — относительная магнитная восприимчивость) индуктора (i), выполненного из электролитической меди, и тигля (c), изготовленного из иридия, приведены в табл. 1.

Постановка данной задачи приводит к решению уравнений Максвелла для монохроматических процессов [15]. Задача рассматривается в квазистатическом

Таблица 2

r		0	0,28	0,56	0,84
Q_1 , Вт/см ²	I	$0,37 \cdot 10^{-4}$	$0,244 \cdot 10^{-2}$	$0,812 \cdot 10^{-2}$	0,116
	II	$0,185 \cdot 10^{-4}$	$0,144 \cdot 10^{-2}$	$0,55 \cdot 10^{-2}$	0,063

Таблица 3

r		0	0,23	0,37	0,53	0,85	1,13	1,34	1,44	1,75	1,80
Q_2 , Вт/см ²	I	0,179	—	0,132	—	0,117	—	0,092	—	—	0,061
	II	0,176	0,114	—	0,1	0,079	0,053	—	0,03	0,016	0,008

приближении и сводится к системе интегральных уравнений относительно плотности токов в индукторе и проводящем теле [16].

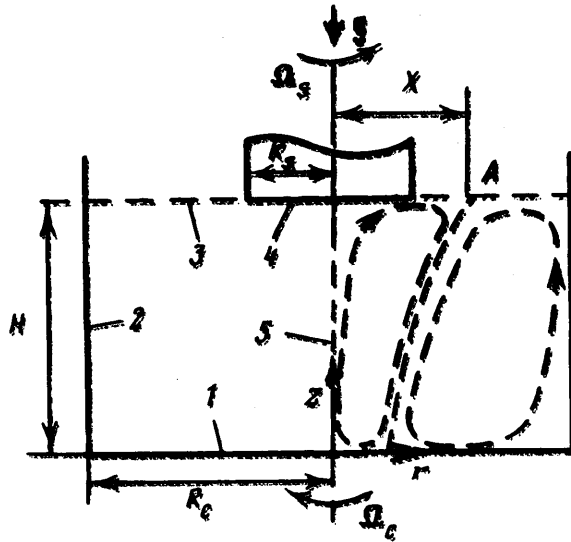
Объемная плотность энерговыделения в тигле Q_n ($n = 1$ — дно, $n = 2$ — боковая стенка) вычисляется по формуле: $Q_n = |j_c|^2 / \alpha_c$, где j_c — плотность тока в тигле.

Результаты расчетов величины Q_n для двух радиусов тигля и индукторов (I — $R_c = 25$ мм, $R_l = 75$ мм, II — $R_c = 40$ мм, $R_l = 90$ мм) приведены в табл. 2 ($z = 0$) и 3 ($r = 1$). Эти значения использовались для задания граничных условий при решении задачи гидродинамики и теплообмена.

2. Математическая модель гидродинамики и теплообмена в расплаве. Математическое моделирование метода Чохральского основано на численном решении нестационарных уравнений Навье—Стокса в приближении Буссинеска совместно с уравнением переноса тепла в предположении осевой симметрии. Математическая модель учитывает основные механизмы конвективного движения: вращение кристалла радиуса R_c и тигля радиуса R_l со скоростями Ω_c и Ω_l соответственно и гравитационную тепловую конвекцию. Понижение уровня расплава H в период выращивания учитывается в квазистационарном приближении путем проведения расчетов при различных значениях параметра H/R_c . Режимы нагрева и охлаждения на границах расплава задаются распределениями тепловых потоков или температуры.

Численное решение уравнений гидродинамики и теплообмена осуществляется методом конечных разностей в переменных (ω, ψ, w, T), где ω — вихрь скорости, ψ — функция тока, w — окружная компонента скорости, T — температура. При приведении переменных к безразмерному виду в качестве масштабов выбраны следующие величины: радиус кристалла R_c , окружная скорость вращения кромки кристалла $\Omega_c R_c$, масштаб времени Ω_c^{-1} , максимальный перепад температур между стенками тигля и кристаллом $\Delta T_{\max} = Q_{\max} R_c / \lambda$, где Q_{\max} — максимальное значение энерговыделения в тигле при индукционном нагреве (см. разд. 1), λ — коэффициент теплопроводности расплава. За безразмерную температуру возьмем $T' = (T - T_s) / \Delta T_{\max}$, где T_s — температура кристаллизации расплава. Штрих в дальнейшем будет для краткости опущен.

Схема математической модели (фиг. 1) предполагает односвязность области течения и прямолинейность ее границ. С учетом осевой симметрии исходная система уравнений Навье—Стокса совместно с уравнением переноса тепла в



Фиг. 1

приближении Буссинеска записывается в цилиндрической системе координат в виде

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial r} + v \frac{\partial \omega}{\partial z} - \frac{u\omega}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial (w^2)}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\Delta \omega - \frac{\omega}{r^2} \right) - \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \frac{\partial T}{\partial r}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = r\omega$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial r} + v \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{uw}{r} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\Delta w - \frac{w}{r^2} \right)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} + v \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \Delta T$$

$$\omega = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial r}, \quad u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad v = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad \text{Gr} = \frac{g\beta \Delta T_{\text{max}} R_s^3}{\nu^2}, \quad \text{Re} = \frac{\Omega_s R_s^2}{\nu}, \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{\chi}$$

Здесь g — ускорение, обусловленное действием силы тяжести, β — коэффициент объемного расширения, ν — кинематическая вязкость, χ — коэффициент температуропроводности расплава. Последний член в правой части уравнения для вихря учитывает в приближении Буссинеска вклад тепловой гравитационной конвекции в неоднородном температурном поле.

Граничные условия соответствуют прилипанию жидкости на стенках тигля и поверхности кристалла, свободному движению жидкости вдоль поверхности расплава, а также заданным условиям теплообмена на всех участках границы 1—5 (фиг. 1)

$$z = 0: \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \quad w = \frac{\Omega_c}{\Omega_s} r, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = Q_1(r)$$

$$r = R_c: \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \quad w = \frac{\Omega_c}{\Omega_s} R_c, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = Q_2(z)$$

$$z = H, \quad 1 < r < R_c: \quad \psi = 0, \quad \omega = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = -Bi(T - T_c)$$

$$z = H, \quad 0 < r < 1: \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \quad w = r, \quad T = 0$$

$$r = 0: \quad \psi = 0, \quad \omega = 0, \quad w = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

Здесь $Q_1(r)$, $Q_2(z)$ — заданные распределения энерговыделения на дне и стенке тигля (см. табл. 2), $Bi = 4 \varepsilon \sigma T_0^3 R_c / \lambda$ — число Био, где ε — степень черноты расплава, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{12}$ Вт/(см⁴К⁴) — постоянная Стефана—Больцмана, T_0 — средняя температура поверхности расплава, T_c — температура окружающей среды.

Полная параметрическая зависимость численного решения для математической модели метода Чохральского, являющаяся следствием исходной системы уравнений и граничных условий, представляется в следующем виде:

$$f = F \left(t, r, z, \frac{H}{R_c}, \frac{R_s}{R_c}, Pr, Gr, Re, \frac{\Omega_c}{\Omega_s}, Bi, \delta \right),$$

где f — это X или ΔQ (см. разд. 3). Параметр δ учитывает неоднородность распределения энерговыделения в тигле.

3. Результаты параметрических расчетов гидродинамики и теплообмена в расплаве. Исследование факторов, влияющих на выпуклость фронта кристаллизации, выполнено для процессов выращивания монокристаллов иттриево-алюминиевого граната ($Pr = 1,7$), свойства расплава которого приведены в табл. 4.

Таблица 4

T_s , К	ρ , г/см ³	λ , Вт/(см·К)	χ , см ² /с	ν , см ² /с	β , К ⁻¹	ε
2223	3,654	0,01	$3 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-4}$	0,3

Тигель при этом не вращается: $\Omega_c = 0$.

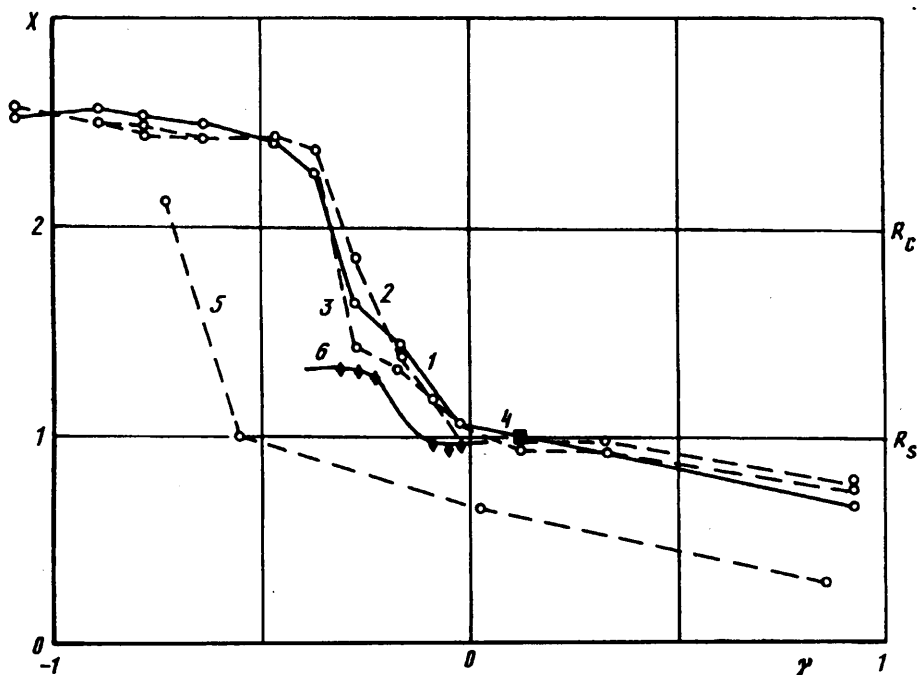
Степень выпуклости фронта кристаллизации в расплав контролируется величиной максимальной неоднородности теплового потока из расплава в кристалл и определяется из расчетов в виде:

$$\Delta Q = (Q_{\max} - Q_{\min}) / (Q_{\max} + Q_{\min}),$$

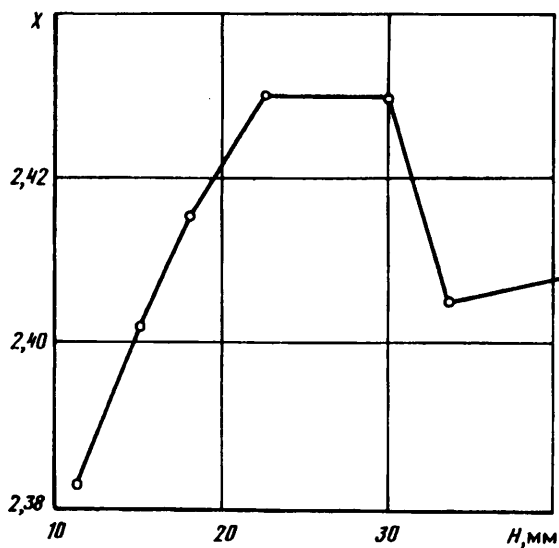
где Q_{\max} и Q_{\min} — максимальное и минимальное значения теплового потока из расплава в кристалл. При выпуклом фронте кристаллизации минимальное значение теплового потока Q_{\min} достигается в центре кристалла (на оси симметрии), а максимальное значение Q_{\max} — на кромке кристалла, причем $\Delta Q \rightarrow 0$ соответствует переходу к условиям выращивания кристаллов с плоским фронтом. Последнее является конечной целью всего цикла проводимых параметрических исследований.

Неоднородность теплового потока из расплава в кристалл определяется положением X точки встречи потоков тепловой и вынужденной конвекции на границах расплава (точка А, фиг. 1). При этом обход контура границ осуществляется от центра кристалла вдоль свободной поверхности и далее по боковой стенке тигля.

По аналогии с работой [12], в которой рассмотрен процесс выращивания монокристаллов галлий-гадолиниевого граната, положение X точки А построено по результатам расчетов в зависимости от параметра $\gamma = \lg(Gr/Re^2)$. В данном



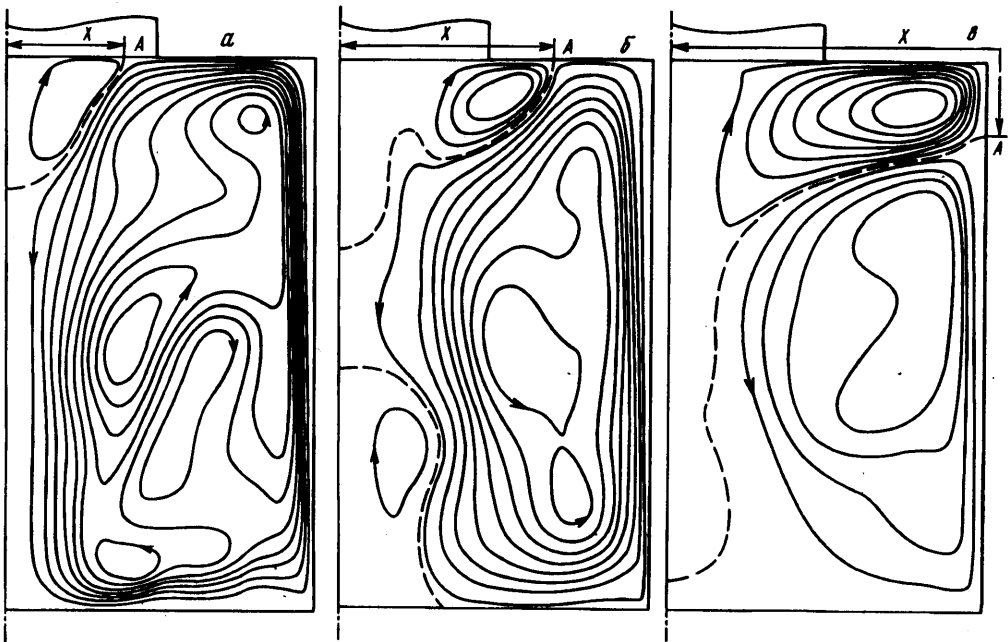
Фиг. 2



Фиг. 3

случае ($R_s = 12,5$ мм, $R_c = 25,0$ мм, $\Delta T_{\max} = 22,4$ К) числа Грасгофа и Био были фиксированными: $G_r = 9 \cdot 10^5$, $Bi = 6,10$.

На фиг. 2 показаны графики зависимости $X(\gamma)$ для трех уровней расплава $H = 45, 22,5, 15$ мм, соответствующих начальной, промежуточной и конечной стадиям вытягивания кристалла (кривые 1—3). Можно отметить, что в зависимости от уровня расплава H изменения X являются минимальными и основное влияние на положение точки А оказывает скорость вращения кристалла. В увеличенном масштабе зависимость $X(H)$ для $Re = 1640$ показана на фиг. 3: незначительные



Фиг. 4

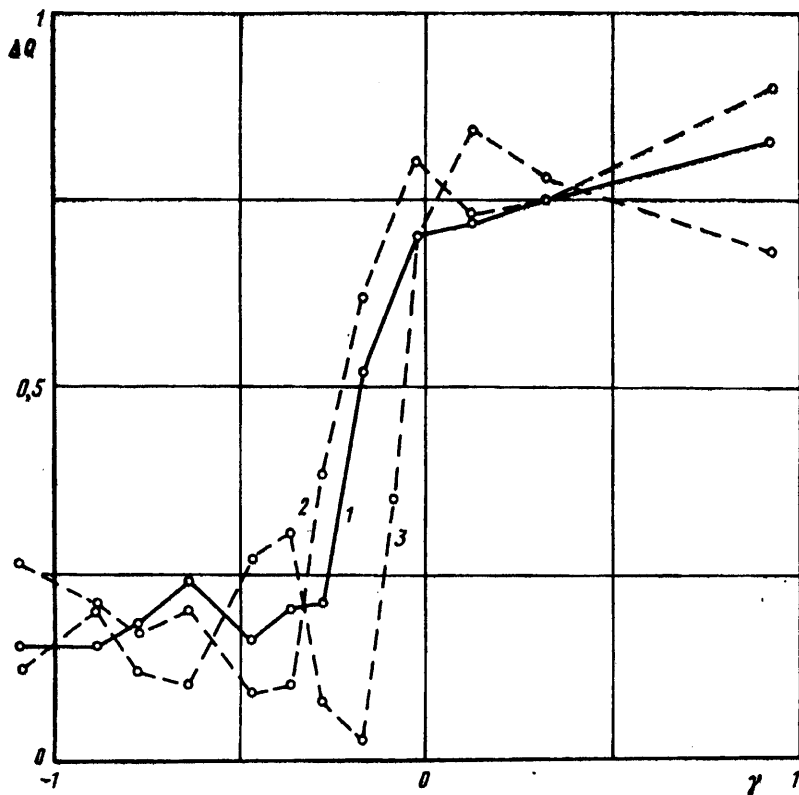
колебания отражают процесс перераспределения интенсивностей и пространственного расположения потоков тепловой и вынужденной конвекций, имеющий место при уменьшении уровня расплава в тигле. Колебательный, а не монотонный характер графика $X(H)$ обусловлен ограниченностью области течения стенками тигля и зависит от геометрических параметров H/R_c и R_c/R_c , которые определяют масштабы распространения гидродинамических возмущений в тигле.

Анализ зависимости $X(\gamma)$ показывает, что диапазоны изменения числа Re (в данном случае скорости вращения кристалла Ω_c) соответствуют трем характерным интервалам изменения положения точки встречи конвективных потоков. Режим плавного перемещения точки A под кристаллом: $0,70 \leq X \leq 1,00$ при $0,10 \leq \gamma \leq 0,90$ (режим I). Режим резкого изменения положения точки A на свободной поверхности и боковой стенке тигля при небольшой вариации скорости вращения кристалла: $1,00 < X < 2,40$ при $-0,45 < \gamma < 0,10$ (режим II). Режим плавного изменения положения A на боковой стенке тигля: $2,40 \leq X \leq 2,50$ при $-1,10 \leq \gamma \leq -0,45$ (режим III).

Структура движения расплава для $H = 45$ мм, $Re = 839, 1310, 1640$ показана на фиг. 4, а, б, в соответственно ($\psi_{\max} = 0,110, 0,063, 0,030, -\psi_{\max} = -0,011, -0,029, -0,046$).

На фиг. 2 приведена известная критериальная оценка Каррузерса для положения точки встречи потоков 4 [2], а также результаты теоретической работы для расплава Al_2O_3 при однородном нагреве дна и стенок тигля (кривая 5: $Pr = 0,35, R_c = 20,5$ мм, $R_c = 37$ мм, $H = 12,5$ мм) [8] и результаты экспериментального определения положения точки A при получении кристаллов галлий-гадолиниевого граната (кривая б) [12]. Сравнение кривой б с результатами данной работы для иттрий-алюминиевого граната показывает, что область резкого изменения положения точки встречи потоков сдвинута со свободной поверхности расплава на боковую стенку тигля и в режиме II процесс носит более неустойчивый характер.

При изменении условий нагрева тигля характер зависимости $X(\gamma)$ в целом

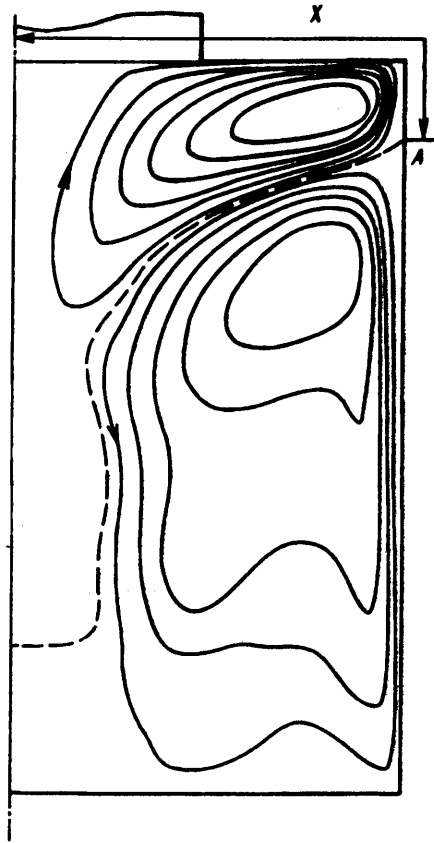


Фиг. 5

сохраняется, однако область резкого изменения положения точки A сдвинута в сторону меньших значений γ (кривая 5: $\gamma = -0,55$).

Наличие области резкого изменения положения точки A при малых изменениях технологических параметров является важной закономерностью, на основе которой можно объяснить трудности стабильного выращивания монокристаллов высокого качества. При этом необходимая визуальная диагностика положения точки A в реальных условиях весьма затруднительна. Признаком наличия точки встречи в конкретном месте является скачок теплового потока, на обнаружении которого возможно создание новых систем диагностики и управления гидродинамическими процессами в расплаве. Диагностика тепловых процессов может обеспечить обратную связь при выборе режимных параметров. К примеру, уменьшение мощности индуктора к окончанию процесса должно сопрягаться с уменьшением скорости вращения кристалла Ω , при сохранении значения γ в пределах диапазона, соответствующего режиму III.

Закономерности изменения величины ΔQ в зависимости от значения γ показаны на фиг. 5 для $H = 45, 22,5, 15$ мм (кривые 1—3). Сравнение этих графиков с зависимостью $X(\gamma)$ (фиг. 2) показывает, что интервал минимальных значений теплового потока из расплава в кристалл соответствует диапазону III ($2,40 \leq X \leq 2,50$). При этом средняя по уровням расплава величина ΔQ изменяется в пределах $0,12 \leq \Delta Q \leq 0,25$. В этом диапазоне выбора скорости вращения кристалла стабильность гидродинамических режимов при уменьшении уровня расплава в пределах $15 \text{ мм} \leq H \leq 45 \text{ мм}$ возрастает, причем величина ΔQ снижается. В целом можно выделить следующий допустимый диапазон изменений X , обеспечивающий радиальную однородность не ниже 70%: для начальной и



Фиг. 6

промежуточной стадий роста ($H = 45$ мм и $22,5$ мм) $2,00 \leq X \leq 2,55$; для конечной стадии роста ($H = 15$ мм) $1,20 \leq X \leq 2,55$.

Особенностью конечной стадии роста является перестройка гидродинамической структуры, приводящая к более стабильному режиму течения в подкристалльной области, обеспечивающему минимальную величину ΔQ в широком диапазоне изменения X . Немонотонное поведение ΔQ при малых глубинах расплава является нежелательным фактором, обуславливающим нарушение роста монокристаллов с плоским фронтом кристаллизации.

Выращивание монокристаллов большого диаметра ($R_c = 20$ мм) при сохранении соотношения $R_c/R_c = 0,5$ связано с пропорциональным увеличением диаметра тигля ($R_c = 40$ мм), начальная глубина расплава увеличивается пропорционально диаметру ($H = 75$ мм), $\Delta T = 35,2$ К. В данном случае числа Gr и Bi равны $5,6 \cdot 10^6$ и $9,76$ соответственно, число Re зависит от скорости вращения кристалла.

Структура течения в большом тигле ($R_c = 40$ мм) аналогична структуре в тигле меньшего диаметра ($R_c = 25$ мм) для близких значений параметра γ , что можно заметить при сравнении графиков на фиг. 6 ($\gamma = 0,32$, $Re = 4190$, $\psi_{max} = -0,025$, $-\psi_{max} = -0,029$) и фиг. 4, а ($\gamma = 0,33$). Последнее обуславливает небольшие отличия при выборе диапазона изменения величины Ω , для тиглей разного диаметра.

В целом по результатам расчетов для трех различных уровней расплава в тигле прослеживается тенденция к переходу на более стабильные гидродинамические режимы при уменьшении глубины расплава, что проявляется, в частности,

в возможности снижения скорости вращения кристалла при сохранении допустимой неоднородности теплового потока из расплава в кристалл.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-013-17937).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mateika D.* Substrates for epitaxial garnet layers. Crystal growth and quality//Current Topics in Materials Science. Amsterdam: North-Holland, 1983. V. 11. P. 151—239.
2. *Carruthers J. R.* Flow transitions and interface shapes in Czochralski growth of oxide crystals//J. Crystal Growth. 1976. V. 36. № 2. P. 212—214.
3. *Brice J. C., Whiffin P. A. C.* Changes in fluid flow during Czochralski growth//J. Crystal Growth. 1977. V. 38. № 2. P. 245—248.
4. *Miller D. C., Valentino A. J., Shick L. K.* The effect of melt gadolinium gallium garnet//J. Crystal Growth. 1978. V. 44. № 2. P. 121—134.
5. *Brandle C. D.* Flow transitions in Czochralski oxide melts//J. Crystal Growth. 1982. V. 57. № 1. P. 65—70.
6. *Kobayashi N.* Hydrodynamics in Czochralski growth — computer analysis and experiments//J. Crystal Growth. 1981. V. 52. Pt. 1. P. 425—434.
7. *Langlois W. E.* A parameters sensitivity study for Czochralski bulk flow of silicon//J. Crystal Growth. 1982. V. 56. № 1. P. 15—19.
8. *Kopetsch H.* Numerical simulation of the interface inversion in Czochralski growth of oxide crystals//J. Crystal Growth. 1990. V. 102. № 3. P. 505—528.
9. *Nikolov V., Iliev K., Peshev P.* Relationship between the hydrodynamics in the melt and the shape of the crystal/melt interface during Czochralski growth of oxide single crystals//J. Crystal Growth. 1988. V. 89. № 2/3. P. 313—323.
10. *Nikolov V., Iliev K., Peshev P.* Relationship between the hydrodynamics in the melt and the shape of the crystal/melt interface during Czochralski growth of oxide single crystals//J. Crystal Growth. 1988. V. 89. № 2/3. P. 324—330.
11. *Бердников В. С., Борисов В. Л., Панченко В. И., Простомолотов А. И.* Моделирование гидродинамики расплава при выращивании кристаллов методом вытягивания//Теплофизические процессы при кристаллизации и затвердевании. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1984. С. 66—83.
12. *Казимиров В. Н., Князев С. Н., Полежаев В. И. и др.* Исследования тепловой и вынужденной конвекции в расплаве при выращивании монокристаллов ГТТ методом Чохральского//Теплофизика кристаллизации веществ и материалов. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1987. С. 34—44.
13. *Полежаев В. И., Пономарев Н. М., Простомолотов А. И., Ремизов И. А.* Постановка проблемы комплексного исследования процессов выращивания монокристаллов для подложек высокотемпературных сверхпроводников: Препринт № 440. М.: Ин-т пробл. механики АН СССР, 1990. 52 с.
14. *Простомолотов А. И.* Гидродинамика, тепло- и массообмен при выращивании кристаллов вытягиванием из расплава (метод Чохральского)//Теплофизические процессы при кристаллизации веществ. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1986. С. 100—128.
15. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 642 с.
16. *Cherkasov A. V., Nutsbidze M. N., Prostomolotov A. I., Verezub N. A.* Computer simulation of the hydrodynamics and heat transfer in the melt in Czochralski growth of Nd: YAG single crystals: Preprint № 515. Moscow: Inst. Probl. in Mech. Acad. Sci., 1992. 26 p.

Москва

Поступила в редакцию
22.II.1994