

УДК 532.5.013.4 : 536.24

© 1995 г. С. М. ДРОЗДОВ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОНВЕКЦИИ ЖИДКОСТИ В ЗАМКНУТОМ ТОРРОИДАЛЬНОМ КАНАЛЕ

В работе представлен анализ результатов исследования конвективного движения жидкости в замкнутом торроидальном канале и дано сравнение с результатами расчетов, основанных на модели Лоренца. Показано, что эта модель адекватно описывает конвекцию жидкости лишь в случае большой величины отношения среднего радиуса тора к размеру его сечения и при небольшой мощности нагрева. В области параметров задачи, где, согласно расчетам, должны происходить бифуркации и потеря устойчивости стационарных решений модели Лоренца, измерения и визуальные наблюдения фиксируют серьезные отклонения от предположений, лежащих в ее основе.

Интерес к задаче о конвекции жидкости в замкнутом канале торроидальной формы возник после того, как Лоренц получил и исследовал знаменитую систему трех обыкновенных дифференциальных уравнений, обладающую стохастическими решениями [1]. Строго говоря, система Лоренца была получена для другой задачи — Рэлея — Бенара о конвекции жидкости между двумя горизонтальными плоскостями. При выводе уравнений Лоренц ограничился существованием лишь двух пространственных мод (степеней свободы) в решении для распределения температуры и одной моды для описания движения жидкости. Столь грубое предположение не оставило практически никакой связи между математической моделью и ее физическим оригиналом.

Впоследствии было показано, что модель Лоренца более обоснована именно для задачи о конвекции жидкости в торроидальном канале [2]. Однако и в этом случае не учитывались многие физические факторы, присутствующие в эксперименте и затрудняющие или даже исключают количественную проверку выводов теории [3]. Сказанное безусловно не умаляет значения модели Лоренца как математического примера, где стохастизация возникает в системе всего трех нелинейно взаимодействующих степеней свободы. Но не менее важно попытаться получить обнаруженные эффекты экспериментально. С этой целью были проведены исследования, результаты которых изложены в данной статье.

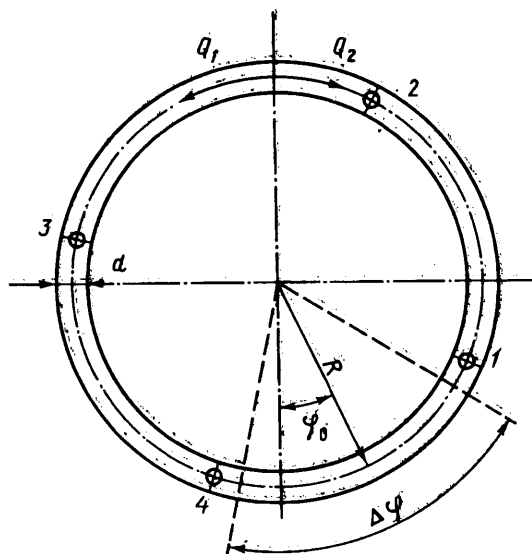
1. Математическая модель задачи. Ламинарная конвекция вязкой и теплопроводной жидкости в замкнутом торроидальном канале (фиг. 1), расположенном вертикально в среде с постоянной температурой, описывается системой уравнений, обезразмеренных по характерным параметрам задачи [2, 4, 5]

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T(\varphi, t) \sin \varphi d\varphi = \xi Q \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \Lambda \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{Q(t)}{1 + \epsilon} \frac{\partial T}{\partial \varphi} + B_0 T \equiv P(\varphi, t) \quad (1.2)$$

$$\xi = \xi_0 (1 - \gamma T(t)), \quad T(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T(\varphi, t) d\varphi \quad (1.3)$$

Здесь φ — полярный угол, t — время. Система (1.1)–(1.3) получена при использовании следующих предположений. Линейная зависимость плотности жид-



Фиг. 1

кости ρ от температуры, приводящая к появлению силы конвекции, — первый член в правой части уравнения (1.1). Одномерный пуазейлевский характер течения жидкости вдоль канала с сопротивлением, пропорциональным расходу $Q(t)$ и вязкости жидкости μ , линейно зависящей от температуры $\mu = \mu_0(1 - \chi(T - T_0))$, — второй член в (1.1). Пренебрежение изменениями температуры в поперечном сечении канала — $T(\varphi, t)$. Линейная модель теплоотдачи в окружающую среду — четвертый член уравнения (1.2), учет теплоемкости стенок канала — параметр C ; учет теплопроводности жидкости — второй член в (1.2). Подвод тепла к жидкости осуществляется нагревателем с плотностью распределения мощности вдоль канала $P(\varphi, t)$.

Если теперь ввести следующие параметры и функции:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(\varphi, t) \cos \varphi d\varphi; \quad f_2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(\varphi, t) \sin \varphi d\varphi \quad (1.4)$$

$$a(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T(\varphi, t) \cos \varphi d\varphi; \quad F(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T(\varphi, t) \sin \varphi d\varphi$$

то динамика конвекции жидкости в канале будет подчиняться системе обыкновенных дифференциальных уравнений, аналогичной системе Лоренца

$$\frac{da}{dt} = f_1 = Ba(t) - \frac{Q(t)F(t)}{1 + \epsilon}, \quad \frac{dF}{dt} = f_2 = BF(t) + \frac{Q(t)a(t)}{1 + \epsilon}$$

$$\frac{dQ}{dt} = F(t) = \xi_0(1 - \chi T(t))Q(t) \quad (1.5)$$

$$\frac{dT}{dt} + B_0 T(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(\varphi, t) d\varphi$$

Здесь $B = B_0 + \Lambda$ — коэффициент растекания тепла, ξ_0 — коэффициент диссипации механической энергии. Масштабы при обезразмеривании выбраны так, что если характерная мощность нагревателя N , то коэффициенты B и ξ_0 пропорциональны $(N)^{-1/3}$. Последнее уравнение в (1.5) получено интегрированием уравнения (1.2) по φ от 0 до 2π .

Функции $a(t)$, $F(t)$, $T(t)$ с точностью до постоянного множителя совпадают с первыми коэффициентами Фурье в разложении $T(\varphi, t)$. Коэффициенты Фурье высших порядков, которые могут рассматриваться как степени свободы системы по координате φ , не входят в (1.5) и образуют бесконечную систему пар уравнений, где присутствует еще и функция $Q(t)$. Конвекция в замкнутом торроидальном канале дает пример распределенной физической системы, где четыре степени свободы образуют генератор без обратной связи с остальными степенями свободы, который при определенных условиях генерирует стохастичность в системе [2].

2. Экспериментальные установки и измерительная система. Эксперименты проводились на трех установках. Все они представляли собой замкнутый канал, укрепленный на штативе с возможностью изменения угла положения нагревателя относительно вертикали φ_0 (фиг. 1). В установке 1 канал изготовлен из стальной трубки внутренним диаметром $d = 10$ мм и толщиной стенок $h = 1$ мм. Трубка согнута в форме тора с радиусом оси $R = 280$ мм. Нагреватель представляет собой часть трубки размером $\Delta\varphi = 34^\circ$, на которую намотана нихромовая спираль, теплоизолированная от окружающей среды асбестовой лентой. Информацию о процессах внутри трубки дает измерение температуры в четырех точках на стенке. С угловыми координатами относительно центра нагревателя $\varphi_1 = 23^\circ$, $\varphi_2 = 125^\circ$, $\varphi_3 = 235^\circ$, $\varphi_4 = 337^\circ$. Относительная теплоемкость стенок канала при испытаниях с водой $C = 0,37$, с ацетоном $C = 0,8$.

Одним из основных недостатков установки 1 (так же как и установки авторов работы [3]) является конструкция нагревателя. Строго говоря, она не соответствует модели изучаемого явления. Подвод тепла должен быть объемным, а не поверхностным. Кроме того, в области подвода тепла должен действовать такой же, как и на остальной части канала, механизм теплоотдачи в среду, что нарушается при теплоизоляции нагревателя. К недостаткам следует отнести и расположение датчиков температуры на внешней поверхности трубки.

Этих недостатков лишена установка 2, имеющая канал с поперечным сечением в форме прямоугольника с размером в радиальном направлении $d = 7$ мм и шириной $b = 14$ мм (фиг. 1). Средний радиус канала $R = 235$ мм. Боковые грани прозрачные, выполнены из плексигласа толщиной 2,2 мм, две другие стенки сделаны из полос нержавеющей стали толщиной $h = 0,4$ мм и шириной 16 мм. Коэффициент теплоемкости стенок канала $C = 0,1$. Нагреватель представляет собой сектор $\Delta\varphi = 78^\circ$ из стальных полос, электрически изолированных от остальных стенок, между которыми создавалась разность потенциалов и возникало объемное выделение тепла в жидкости. Так как в качестве жидкости использовалась вода с малым содержанием ионов, то никаких реакций в нагревателе не наблюдалось при рабочем диапазоне мощностей 2—30 Вт. Датчики измерения температуры расположены на боковых стенках внутри канала с координатами $\varphi_1 = 49^\circ$, $\varphi_2 = 135^\circ$, $\varphi_3 = 225^\circ$, $\varphi_4 = 311^\circ$. Установка 2 позволяет одновременно с измерением температуры наблюдать, фотографировать и снимать на видеокамеру движение мелких индикаторных частиц и красящего вещества.

Установка 3 повторяет установку 2, за исключением размеров канала $d = 10$ мм, $b = 16$ мм, $R = 232$ мм и в ней отсутствуют датчики измерения температуры.

Принцип измерения температуры основан на температурной характеристике специальных модификаций полупроводниковых диодов. Погрешность измерения температуры не превосходила $0,05^\circ\text{C}$ для диапазона $(T - T_0) \leq 10^\circ$ и $0,1^\circ\text{C}$ для диапазона $(T - T_0) \leq 30^\circ$. Постоянная времени реакции вмонтированного датчика на ступенчатое изменение температуры для установки 1 $\tau = 5-7$ с, а для установки 2 — 2—3 с. Регистрация показаний датчиков температуры осуществлялась непрерывно на светочувствительной ленте шлейфового осциллографа, куда был выведен и сигнал, пропорциональный полной мощности нагревателя N . В установках 2 и 3 проводилось прямое измерение скорости прохождения индикаторными частицами заданного интервала, однако достаточную точность эти измерения имеют лишь в стационарных режимах конвекции. Уровень температуры окружающей среды T_0 периодически фиксировался по показаниям ртутного термометра (точность $0,1^\circ\text{C}$).

3. Экспериментальные результаты и их сравнение с выводами теории. Наличие стационарных режимов конвекции жидкости в замкнутом канале и их неединственность теоретически предсказаны, например, в [2, 4, 5]. Анализ результатов экспериментально полученных стационарных режимов служит первой проверкой построенной модели явления (1.1), (1.2), (1.5). Всего исследовано более 25

Таблица 1

№ режима	N , Вт	φ_0°	β , Вт/м·К	U , см/с	Re	τ_0 , мин	γ , мин
1	4,08	10	0,835 (0,80)	0,44 (0,36)	(27)	(5,31)	«—» (-9,14)
2	4,07	-20	0,846 (0,80)	0,424 (0,355)	(26)	8,73 (5,83)	«0» (+9,04)
3	6,09	0	0,806 (0,815)	0,586 (0,448)	(35)	(4,30)	«—» (-37,0)
4	5,12	1,0	0,79	0,407 (0,408)	(32)	4,83 (4,71)	«—» (-25,8)
5	5,06	-10	0,79	0,39 (0,397)	(31)	5,58 (4,89)	«—» (+19,8)
6	18,14	0	0,81	0,831 (0,865)	(85)	(2,24)	«—» (+14,5)

режимов конвекции, краткая характеристика некоторых из них помещена в табл. 1 вместе с расчетными результатами.

Здесь данные в скобках получены расчетом по (1.1), (1.2), (1.6), β — размерная величина параметра B_0 в (1.2), U — средняя по сечению A канала скорость движения жидкости, $Re = (\rho U d)/\mu$ — число Рейнольдса течения, τ_0 — период собственных колебаний температуры, γ — постоянная времени нарастания (при знаке плюс) и затухания (при знаке минус) возмущений. В эксперименте фиксировались лишь качественные характеристики инкремента γ : «минус» — устойчивость, «0» — нейтральность, «плюс» — неустойчивость. Из структуры системы (1.1), (1.2) видно, что распределение температуры вдоль оси канала вне нагревателя в стационарном режиме должно быть экспоненциальным. Этот факт подтвердился во многих стационарных режимах, причем в некоторых (1, 3, 4, 6) экспериментальные точки аппроксимируются экспонентой с точностью до погрешности измерений (табл. 2), здесь нижняя строчка — результат расчетов.

Однако факт экспоненциального распределения температуры еще не является достаточным аргументом соответствия экспериментальных и теоретических результатов. Необходимо, чтобы найденные при измерениях $T(\varphi)$, Q , β , U и другие параметры не приводили к противоречиям одних уравнений другим в системах (1.1), (1.2) и (1.5). Наиболее близки к расчетам результаты режимов 4 и 5. В общем анализ всех исследованных режимов показал, что согласованность с расчетом ухудшается для повышенных значений мощности N .

Экспериментально подтвердился факт неединственности стационарных режимов и получена конвекция Q_2 в «противоестественном» (противоположном отклонению центра нагревателя от вертикали) направлении (фиг. 1). Для получения противоестественной конвекции в начале получали конвективное движение Q_1 в естественном направлении. Оно реализуется само, после включения нагревателя, в направлении его центра $\varphi_0 > 0$. После чего плавно изменяли угол φ_0 на $-\varphi_0$. Если с течением времени движение в положительном направлении не разрушалось, то это соответствует реализации противоестественной конвекции Q_2 . Например, в режимах 2 и 5 из табл. 1 стабильная «противоестественная» конвекция наблюдалась в течение всего времени испытаний 1—2 ч.

Если мощность нагревателя N постоянна после включения, то нестационарными режимами могут быть переходные процессы из состояния покоя к устойчивым стационарным состояниям, реакция системы на возмущения стационарных состояний, устойчивые периодические режимы автоколебаний [6] и стохастические режимы нерегулярных колебаний скорости движения жидкости $Q(t)$, которым в

Таблица 2

№ режима	$T_1, ^\circ\text{C}$	$T_2, ^\circ\text{C}$	$T_3, ^\circ\text{C}$	$T_4, ^\circ\text{C}$
1	4,28 (4,51)	3,47 3,72	2,97 3,05	2,58 2,52
3	5,62 5,55	4,61 4,70	4,10 3,95	3,31 3,35
4	6,07 6,32	5,42 5,40	4,85 4,58	4,21 3,93
6	17,03 17,07	15,96 15,75	14,85 14,37	13,12 13,37

фазовом пространстве системы (1.5) соответствует предельное множество типа «странный аттрактор» [2, 4—6]. Нетрудно доказать, что если в (1.5) $N = \text{const}$, то вне зависимости от поведения $Q(t)$, $F(t)$ и $a(t)$ решение для $T(t)$ имеет вид

$$T(t) = \frac{1 - e^{-B_0 t}}{2\pi B_0} + T(0)e^{-B_0 t} \quad (3.1)$$

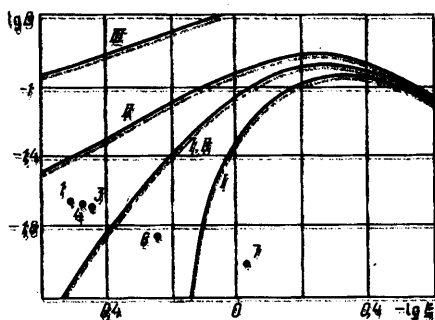
При $t \rightarrow \infty$, $T \rightarrow (2\pi B_0)^{-1}$ и в (1.5) остается только три эффективно взаимодействующих уравнения, причем коэффициент диссипации механической энергии ξ (1.2) стремится к постоянному значению

$$\xi = \xi_0(1 - \chi/2\pi B_0) \quad (3.2)$$

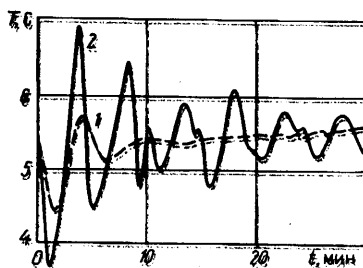
На фиг. 2 в плоскости параметров $\lg B$ и $-\lg \xi$ показаны кривые III — первой бифуркации, разделяющие области существования одного Q_1 и трех Q_1 , Q_2 , Q_3 стационарных решений [5, 6], и кривые I и II, являющиеся линиями потери устойчивости стационарных решений Q_1 и Q_2 соответственно. Это результаты теоретических расчетов, выполненные для двух значений угла $\varphi_0 = 0$ и 10° нагревателя (фиг. 1). Для случая $\varphi_0 = 0$ решения Q_1 и Q_2 симметричны и имеют общую кривую потери устойчивости. Кроме этого, на фиг. 2 нанесены точки с номерами, представляющие некоторые из реализованных в эксперименте режимов конвекций. Например, точка 4 соответствует стационарному режиму 4 из табл. 1. При увеличении мощности нагревателя параметры B и ξ убывают и на плоскости ($\lg B$, $-\lg \xi$) происходит смещение вниз и вправо.

Рассмотрим переходный процесс из нулевых начальных условий к стационарному режиму 1 (табл. 1). На фиг. 2 это точка 1. Из расчетов по (1.5) следует, что режим Q_1 устойчив, а режим Q_2 неустойчив (фиг. 1). Сравнение результатов численного интегрирования системы (1.1), (1.2) с экспериментальными данными показывает, что расчет демонстрирует более интенсивные колебания температуры $T(\varphi_1, t)$ и скорости $Q(t)$, чем это имеет место в эксперименте.

Для исследования устойчивости стационарных режимов конвекций в экспериментах создавались внешние возмущения — отключение нагрева на 20—60 с и повороты канала вокруг оси (изменение φ_0). На фиг. 3 показаны экспериментальная 1, и расчетная 2 кривые эволюции температуры в области датчика 1 на отключение нагревателя в течение 60 с. Хотя период собственных колебаний ξ_0 , полученный в эксперименте, и близок к расчетному, но интенсивность затухания возмущений значительно больше. И такой эффект обнаружен во всех устойчивых стационарных режимах. Внешне это выглядит так, как если бы физическая система обладала существенно большей диссипацией механической энергии. Однако искусственное увеличение в расчетах параметра ξ_0 , соответствующее увеличению вязкости, приводит к резкому несоответствию в распределении



Фиг. 2



Фиг. 3

температуры (табл. 2), существенно заниженным значениям стационарных скоростей и другим эффектам, не имеющим места в эксперименте.

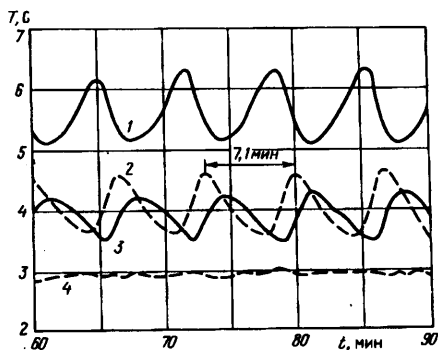
Неожиданно сильную устойчивость продемонстрировали и полученные в эксперименте противоестественные режимы конвекции. Согласно расчетам (фиг. 2), «противоестественная» конвекция должна разрушаться при $|\varphi_0| > 5^\circ$, а в испытаниях устойчивые к возмущениям (10–30-секундное отключение N) режимы Q_2 реализованы вплоть до значений $|\varphi_0| \leq 23^\circ$, например режимы 2, 5 из табл. 1, хотя интенсивность затухания возмущений уменьшается с ростом $|\varphi_0|$.

Интересные эффекты обнаружены в области значений $|\varphi_0| = 23\text{--}30^\circ$. В одних случаях после фиксирования такого угла φ_0 достаточно быстро происходило разрушение «противоестественного» режима конвекции, сопровождавшееся сменой направления движения жидкости. В других существовал порог величины внешнего воздействия, до которого система гасила возмущения, а выше которого происходил резкий слом режима. Так, возмущение режима 2 из табл. 1 в виде 20-секундного отключения N затухало (по крайней мере не возрастало) во времени, значительно превосходящем период собственных колебаний. Но уже 30-секундное отключение мощности за 7–10 мин разрушило режим.

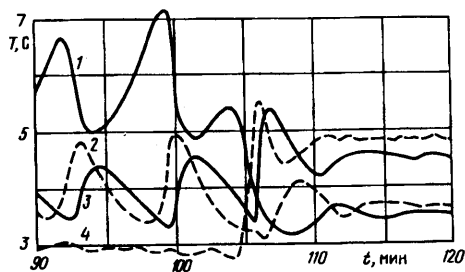
В нескольких случаях разрушение «противоестественного» режима конвекции осуществлялось через длительный процесс слабо нарастающих периодических колебаний. Например, после изменения в режиме 5 (табл. 1) $\varphi_0 = -10^\circ$ на $\varphi_0 = -25^\circ$ и 20-секундного отключения нагрева в системе возник интенсивный процесс пульсации скорости, фрагмент которого с 60-й по 90-ю минуту после внесения возмущения представлен на фиг. 4. Здесь показаны кривые температуры, регистрируемой датчиками 1–4 (соответственно номеру кривой). В начале этот процесс был принят за режим устойчивых негармонических колебаний с периодом $\tau = 7,1$ мин, соответствующих притягивающей периодической траектории в фазовом пространстве (1.5) [2, 6]. В пользу этого свидетельствует, например, точная корреляция изменений температуры в различных точках канала. Однако между 100-й и 110-й минутами произошло разрушение этого режима и переход системы к стационарной конвекции в естественном направлении (фиг. 5). Расчеты по (1.1), (1.2) и (1.5) не обнаруживают описанных выше явлений.

Одной из главных задач эксперимента было получение режима стохастической конвекции, которому соответствует странный аттрактор в фазовом пространстве (1.5). На плоскости параметров B, ξ это область полной неустойчивости (фиг. 2). Согласно расчетам, минимальное значение N , при котором происходит потеря устойчивости стационарных режимов, равно 13 Вт. Но и при $N = 18,14$ Вт режим 6 оставался достаточно стабильным с небольшими $0,2^\circ$ колебаниями температуры. Лишь при наибольших величинах $N \geq 30$ Вт удалось получить хаотическую конвекцию с достаточно большой 2–3° амплитудой колебаний температуры.

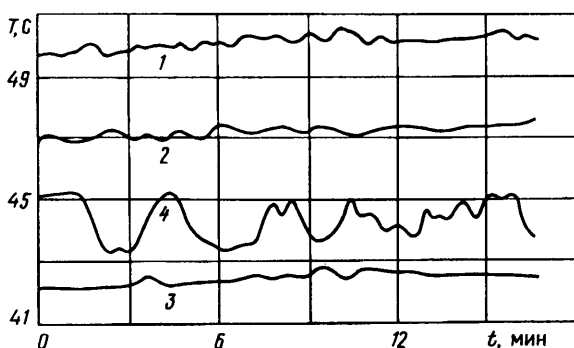
На фиг. 6 показан фрагмент осциллограммы хаотического процесса конвекции, реализованного на установке 1 при $N = 38,6$ Вт; $\varphi_0 = 0^\circ$ (точка 7, фиг. 2). Датчик



Фиг. 4



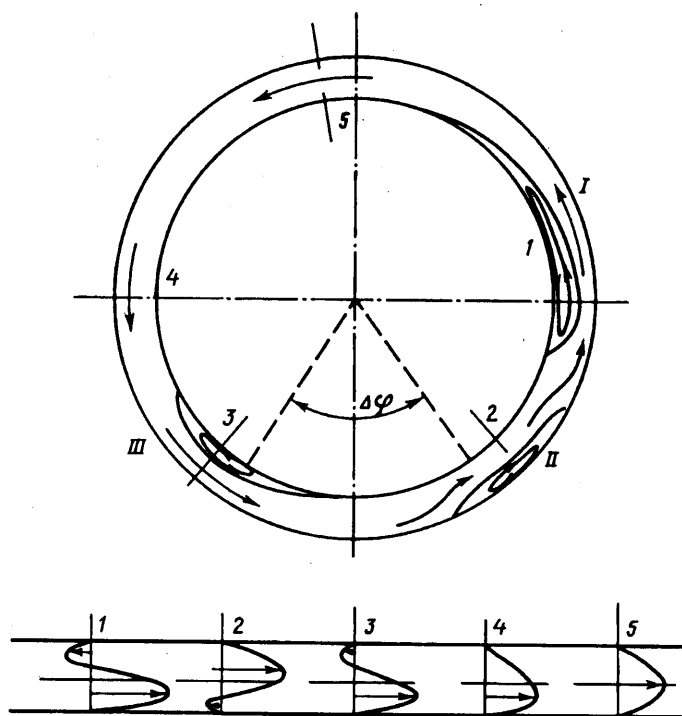
Фиг. 5



Фиг. 6

4, расположенный вблизи входа в нагреватель, регистрирует хаотические колебания температуры, причем ее среднее значение выше аналогичных показаний датчика 3. Это говорит о том, что основная масса жидкости совершает движение в положительном направлении, но имеются и пульсации в обратную сторону. Качественно иной режим хаотической конвекции реализовывался после установления угла $\varphi_0 = -10^\circ$ при $N = 38,6$ Вт. Температуры, регистрируемые датчиками 1 и 4, сблизилась и начали испытывать сравнительно быстрые колебания с периодом 10–15 с. После восстановления $\varphi_0 = 0^\circ$ система вернулась к исходному хаотическому процессу с характерным временем колебаний 2–3 мин.

Визуальные наблюдения и съемка на видеокамеру движения мелких частиц, присутствующих в жидкости, или красящего вещества, добавляемого искусственно, позволили дать по крайней мере качественное объяснение экспериментально полученным фактам. Обнаружено, что при повышенной мощности нагрева, когда система находится вблизи или за границей потери устойчивости стационарных режимов конвекции (фиг. 2), явно нарушается предположение об одномерном — пуазейлевском характере течения. Появляются локальные зоны обратного течения жидкости. На фиг. 7 показана схема конвекции жидкости в канале установки 3, построенная по результатам испытания при $N = 30$ Вт, $\varphi_0 = 0^\circ$. Внизу приведены формы профиля скорости в различных сечениях канала. При общем сравнительно стабильном движении в положительном направлении имеются три зоны обратного течения, две из которых, 2 и 3, совершают пульсирующие перемещения с амплитудой $5\text{--}10^\circ$ и характерным временем 10–20 с.



Этим в значительной мере объясняется несоответствие экспериментальных хаотических режимов конвекции динамическому хаосу системы Лоренца или (1.5). В эксперименте не происходит хаотической смены направления движения всего потока жидкости. Есть пульсации этого потока $Q(t)$, вызывающие медленные (2—3 мин) колебания температуры или быстрые (10—20 с) пульсации зон обратных токов 2 и 3, хаотически изменяющие температуру датчиков 1 и 4. При меньших величинах $N = 9,45$ Вт обнаружена только одна 1 ($\varphi_0 = 0^\circ$) или две 1, 2 ($\varphi_0 = -21^\circ$) зоны обратных токов меньших, чем на фиг. 7, размеров. Пульсаций или других нестационарных эффектов не замечено, хотя по расчетам режим с $\varphi_0 = -21^\circ$ сильно неустойчив.

Обобщая материал исследований, приведенный выше, можно сделать следующие выводы.

Модель Лоренца — Неймарка (даже уточненная) адекватно описывает это явление лишь в случае большой величины $R/d \geq 50$. В терминах безразмерных параметров ξ , B это соответствует области большой диссипации $\xi \geq 5$, $B \geq 0,1$ (фиг. 2). В области бифуркаций, потери устойчивости стационарных режимов и появления незатухающих периодических и стохастических решений (1.5) эксперименты с водой и ацетоном обнаружили существенное расхождение с выводами теории, построенной на учете только трех степеней свободы системы. Исследования показали, что в данных условиях не выполняются предположения об одномерном пуазейлевском течении жидкости и постоянстве температуры в поперечном сечении канала.

Появление зон обратных токов свидетельствует о более сложном характере течения. Можно утверждать, что в действительности степени свободы жидкости (в радиальном и угловом направлениях), следующие за тремя основными, возбуждаются и начинают активно влиять на динамику всей физической системы раньше, чем наступает неустойчивость усеченной системы трех основных мод (1.5). Действие этих высших мод, например, рождает стационарные режимы

(видимо, не единственные) с зонами обратных токов, которые значительно устойчивее стационарных режимов систем Лоренца или (1.5). Хаос, полученный в эксперименте, на самом деле не является хаосом трех степеней свободы, рассматриваемых в (1.5). В него вовлечены и его определяют и другие моды системы.

Автор выражает благодарность Е. М. Быкову — директору фирмы Промэлектроника (Екатеринбург), являющемуся спонсором данных исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lorenz E. N. Deterministic nonperiodic flow//J. Atmos. Sci. 1963. У. 20. № 2. P. 130—141.
2. Неймарк Ю. И., Ланда П. С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987. 423 с.
3. Gorman M., Widman P. J., Robbins K. A. Chaotic flow regimes in a convection loop//Phys. Rev. Lett. 1984. V. 52. № 25. P. 2241—2244.
4. Гидродинамические неустойчивости и переход к турбулентности/Под ред. Голлаб Дж., Суинни Х. М.: Мир, 1984. 344 с.
5. Дроздов С. М. Ламинарная конвекция вязкой и теплопроводной жидкости в замкнутом канале//Уч. зап. ЦАГИ. 1992. Т. 23. № 3. С. 40—53.
6. Дроздов С. М. Хаотические и периодические решения задачи о конвекции жидкости в замкнутом канале//Изв. РАН. МЖГ. 1992. № 6. С. 36—42.

Москва

Поступила в редакцию
24.XII.1993