

УДК 533.6.011.55:532.526

© 1995 г. Г. Н. ДУДИН

О ЗАКРИТИЧЕСКИХ РЕЖИМАХ ГИПЕРЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ПЛОСКОГО ТРЕУГОЛЬНОГО КРЫЛА ПРИ НАЛИЧИИ УГЛА СКОЛЬЖЕНИЯ

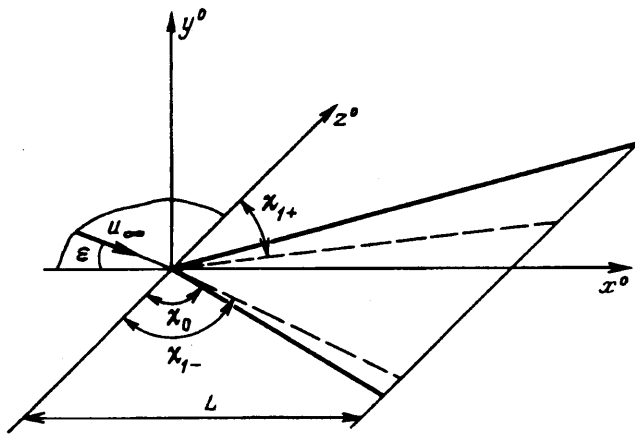
Рассмотрено обтекание гиперзвуковым потоком вязкого совершенного газа плоского треугольного крыла на режиме вязко-невязкого взаимодействия. Исследовано влияние угла скольжения на характеристики ламинарного пограничного слоя на холодном крыле и на образование областей докритического и закритического течений.

При гиперзвуковом обтекании тонких треугольных крыльев характер течения в пограничном слое существенно зависит от режима взаимодействия пограничного слоя с внешним потоком. В исследованиях [1, 2] течений на нехолодных крыльях в режиме сильного вязкого взаимодействия установлено, что решение вблизи передней кромки не является единственным. Это позволяет удовлетворить граничным условиям в плоскости симметрии треугольного крыла.

Совершенно иной характер течения может реализоваться при обтекании холодных крыльев [3, 4]. В общем случае, если угол стреловидности крыла χ_0 меньше критического угла χ^* , в пограничном слое на треугольном крыле существуют области закритического и докритического течения, причем переход от одного типа течения к другому происходит при некотором значении $\chi_0 < \chi_1 < \chi^*$. В области между передней кромкой и поверхностью, определяемой углом $\chi = \chi_1$, реализуется закритическое течение (возмущения не распространяются вверх по потоку), соответствующее течению около полубесконечной скользящей пластины. В области, расположенной между поверхностью $\chi = \chi_1$ и плоскостью симметрии крыла, при построении решений необходимо учитывать влияние передачи возмущений вверх по течению.

При наличии угла скольжения характер течения в пространственном пограничном слое существенно изменяется [5]. При несимметричном обтекании крыла линии тока в пограничном слое, идущие от разных кромок крыла, сходятся на криволинейной поверхности. Эта поверхность разделяет область на зоны с разными направлениями передачи возмущений. Пересечение этой поверхности с плоскостью, перпендикулярной оси симметрии крыла, определяет кривую, на которой происходит изменение направления параболичности системы уравнений пограничного слоя. При этом условия, формирующиеся вниз по направлению поперечного течения, существенно изменяются по сравнению со случаем симметричного обтекания.

1. Рассматривается обтекание плоского треугольного полубесконечного крыла гиперзвуковым потоком вязкого газа при нулевом угле атаки (фиг. 1). Компоненты вектора скорости в пограничном слое u° , v° , w° направлены соответственно вдоль осей декартовой системы координат x° , y° , z° . Ось y° перпендикулярна поверхности крыла. Угол скольжения ε — угол между вектором скорости набегающего потока u_∞ и осью x° . Рассматривается режим сильного взаимодействия течения в пограничном слое с внешним невязким гиперзвуковым потоком [6] для случая



Фиг. 1

асимптотически малого отношения температуры поверхности к температуре торможения набегающего потока.

В соответствии с оценками для пограничного слоя в гиперзвуковом потоке [6] введем безразмерные переменные

$$x^\circ = Lx^*, \quad y^\circ = L\delta y^*, \quad z^\circ = Lsz^*, \quad u^\circ = u_\infty u^* \quad (1.1)$$

$$w^\circ = u_\infty w^*, \quad v^\circ = u_\infty \delta s^{-1} v^*, \quad \rho^\circ = \rho_\infty \delta^2 \rho^*$$

$$p^\circ = \rho_\infty u_\infty^2 \delta^2 p^*, \quad h^\circ = u_\infty^2 h^*/2, \quad \mu^\circ = \mu_0 \mu^*$$

$$\delta_e^\circ = L\delta\delta_e^*, \quad \delta = (s/Re_0)^{1/4}, \quad s = \text{ctg } \chi_0, \quad Re_0 = \rho_\infty u_\infty L / \mu_0$$

Здесь s — удлинение, характеризующее отношение размеров крыла в поперечном и продольном направлениях, h^* — энтальпия торможения, δ_e^* — толщина пограничного слоя, Re_0 — число Рейнольдса, вычисленное по значениям плотности и скорости газа в набегающем потоке, характерному размеру L , который в автомодельном случае не входит в систему уравнений, и динамическому коэффициенту вязкости, определенному при температуре торможения. Малый параметр δ характеризует безразмерную толщину пограничного слоя. Далее предполагается линейная зависимость коэффициента вязкости от температуры.

В [7] показано, что на режиме сильного вязко-невязкого взаимодействия на полубесконечной треугольной пластине реализуется автомодельное течение вязкого газа, т. е. система уравнений пространственного пограничного слоя сводится к системе уравнений с двумя независимыми переменными. Для такого преобразования уравнений пространственного пограничного слоя введем переменные А. А. Дородницына и автомодельные переменные [5]

$$\lambda^* = \int_0^{y^*} \rho^* dy^*, \quad v_\delta^* = \rho^* v^* + su^* \frac{\partial \lambda^*}{\partial x^*} + w^* \frac{\partial \lambda^*}{\partial z^*} \quad (1.2)$$

$$x^* = x, \quad z^* = xz, \quad \lambda^* = x^{1/4} \lambda, \quad u^* = u, \quad w^* = w$$

$$\rho^* = x^{-1/2} \rho_*(z), \quad \rho^* = x^{-1/2} \rho(z, \lambda), \quad h^* = h, \quad \mu^* = \mu$$

$$\delta_e^* = x^{3/4} \delta_e(z), \quad v_\delta^* = x^{-3/4} \left(v_* - xus \frac{\partial \lambda}{\partial x} \right)$$

При введении переменных (1.1), (1.2) в уравнения пограничного слоя [5]

координата x выпадает из краевой задачи и получается система уравнений, которая зависит только от двух переменных z и λ . Кроме того, для учета особенности поведения функций течения в окрестности передних кромок треугольного крыла ($z = \pm 1$) вводятся переменные

$$\lambda = \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} \right)^{1/2} (1-z^2)^{1/4} \eta, \quad p_* = (1-z^2)^{-1/2} p(z), \quad \delta_e = (1-z^2)^{3/4} \Delta(z) \quad (1.3)$$

$$v_* = \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} \right)^{1/2} (1-z^2)^{1/4} \left[v \frac{p}{1-z^2} - (w - suz) \frac{\partial \eta}{\partial z} \right]$$

Система уравнений пограничного слоя и граничные условия в безразмерном виде с учетом (1.1)–(1.3) принимают вид

$$(w - suz) \frac{1-z^2}{p} \frac{\partial f}{\partial z} + v \frac{\partial f}{\partial \eta} = G \quad (1.4)$$

$$f = \begin{Bmatrix} u \\ w \\ h \end{Bmatrix}$$

$$G = \begin{Bmatrix} s \frac{\gamma-1}{2\gamma p} (h - u^2 - w^2) \left(\frac{1+z^2}{2} + z \frac{1-z^2}{p} \frac{dp}{dz} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \\ - \frac{\gamma-1}{2\gamma p} (h - u^2 - w^2) \left(z + \frac{1-z^2}{p} \frac{dp}{dz} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \\ \frac{1}{\sigma} \frac{\partial^2 h}{\partial \eta^2} - \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\partial^2 (u^2 + w^2)}{\partial \eta^2} \end{Bmatrix}$$

$$\eta = 0: \quad u_w = W_w = v_w = h_w = 0$$

$$\eta \rightarrow \infty: \quad u_e \rightarrow \cos \varepsilon, \quad w_e \rightarrow -\sin \varepsilon, \quad h_e \rightarrow 1$$

Здесь σ — число Прандтля, γ — отношение удельных теплоемкостей, индекс W относится к параметрам на поверхности тела, e — к параметрам на внешней границе пограничного слоя.

Для определения толщины пограничного слоя необходимо учесть, что внешняя граница пограничного слоя в гиперзвуковом потоке определена в первом приближении точно, так как температура на внешней границе обращается в нуль, а плотность в бесконечность, причем плотность газа в ударном слое в δ^{-2} раз больше, чем в пограничном. Тогда из (1.2)

$$\delta_e^* = \int_0^{\delta_e^*} dy^* = \int_0^{\infty} \frac{d\lambda^*}{\rho^*}$$

и с учетом (1.3) получаем

$$\Delta = \frac{1}{p} \left(\frac{\gamma-1}{2\gamma} \right)^{1/2} \int_0^{\infty} (h - u^2 - w^2) d\eta \quad (1.5)$$

Существующий переходный слой влияет на основное течение только в высших приближениях [8, 9].

Для решения краевой задачи (1.4) необходимо знать распределение давления, которое создается под влиянием вытесняющего воздействия пограничного слоя на крыле. При рассмотрении обтекания треугольных крыльев с удлинением

$s = O(1)$ для внешнего невязкого течения при $M_\infty \gg 1$ применима теория полос [6] и для определения давления можно использовать формулу «касательного клина» для случая $M_\infty \delta \gg 1$

$$p^\circ = \frac{\gamma + 1}{2} \left(\frac{\partial \delta_\varepsilon^\circ}{\partial x^\circ} \right)^2$$

которая после введения переменных (1.1)–(1.3) преобразуется к виду

$$p = \frac{\gamma + 1}{2} \left\{ \left[\frac{3}{4} (1 - z^2) \Delta - z \left((1 - z^2) \frac{d\Delta}{dz} - \frac{3}{2} z\Delta \right) \right] \cos \varepsilon + \right. \\ \left. + \left[(1 - z^2) \frac{d\Delta}{dz} - \frac{3}{2} z\Delta \right] \frac{\sin \varepsilon}{s} \right\}^2 \quad (1.6)$$

Следует отметить, что в формулу (1.6) вместо толщины пограничного слоя Δ , определяемой выражением (1.5), должна входить толщина вытеснения, которая в пространственном пограничном слое определяется в результате решения специального дифференциального уравнения в частных производных [10], интегрирование которого должно проводиться совместно с численным решением уравнений пограничного слоя. Однако, учитывая, это плотность газа в пограничном слое в δ^2 раз меньше, чем в ударном слое, и компонента скорости в поперечном направлении в ударном слое в δ^2/s раз меньше, чем в продольном направлении [6], то, исходя из упомянутого выше дифференциального уравнения, легко показать, что с точностью порядка $O(\delta^2/s)$ толщина вытеснения пограничного слоя равна Δ .

Соотношения (1.5), (1.6) позволяют замкнуть краевую задачу (1.4), которая описывает течение в пограничном слое на треугольной пластине на режиме сильного вязкого взаимодействия с внешним потоком. Направление интегрирования полученной параболической системы уравнений должно выбираться, как известно, с учетом знака коэффициента $w - suz$ при производных по z в конвективных членах системы уравнений. Следует отметить, что на кромках крыла ($z = \pm 1$) система (1.4)–(1.6) вырождается в системы обыкновенных дифференциальных уравнений и их решения позволяют найти распределения всех функций течения в пограничном слое на кромках.

2. Численное решение системы уравнений пространственного пограничного слоя (1.4)–(1.6) на холодном треугольном крыле на режиме сильного вязкого взаимодействия получено методом, изложенным в [11].

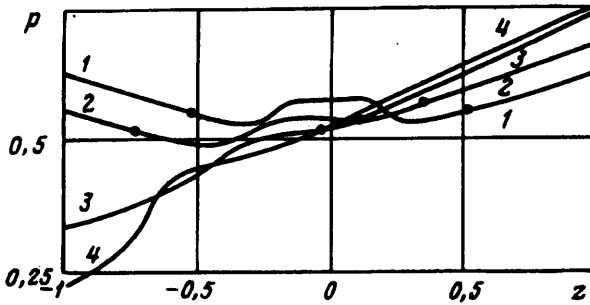
При численном интегрировании системы уравнений (1.4)–(1.6) области в окрестностях перехода $\chi = \chi_{1+}, \chi_{1-}$ от закритического течения к докритическому специально не выделялись и краевая задача решалась от одной кромки до другой. Значения координаты z_k , при которых происходит переход от закритического режима течения к докритическому, определяются в соответствии с обращением в нуль выражения для изменения толщины вытеснения [3, 4], которое в переменных (1.2), (1.3) имеет вид

$$\int_0^\infty \left[\frac{\gamma - 1}{2} \left(\frac{h - u^2 - w^2}{u \sin(\omega_0 \pm \varepsilon - \omega_1) + w \cos(\omega_0 \pm \varepsilon - \omega_1)} \right)^2 - \right. \\ \left. - (h^2 - u^2 - w^2) \right] d\eta = 0 \\ z_k = \frac{\operatorname{tg}(\omega_0 - \omega_1)}{\operatorname{tg} \omega_0}, \quad \omega_0 = \frac{\pi}{2} - \chi_0 \quad (2.1)$$

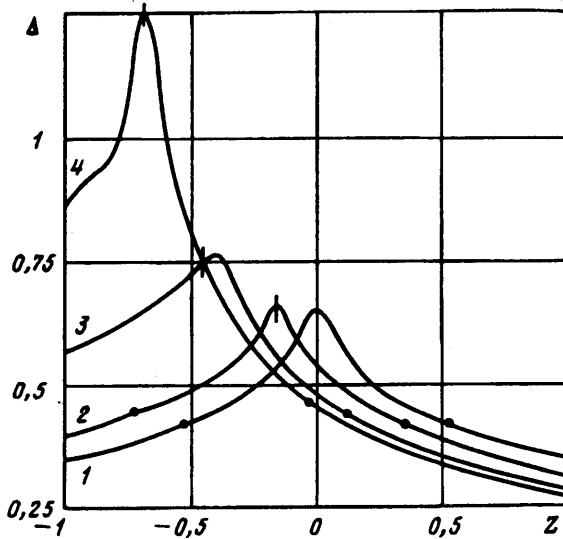
Знаки « \mp » относятся соответственно к левой и правой половине крыла (фиг. 1).

В качестве примера рассчитано обтекание холодного треугольного крыла при следующих значениях параметров: $s = 1$ (угол стреловидности $\chi_0 = 45^\circ$), $\gamma = 1,4$, $\sigma = 1$, $h_w = 0$ и углах скольжения $\varepsilon = 0, 10, 25, 35^\circ$ (кривые 1–4 на фиг. 2–6).

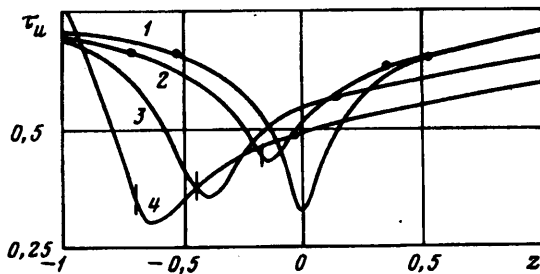
На фиг. 2 представлены распределения индуцированного давления p по размаху



Фиг. 2



Фиг. 3

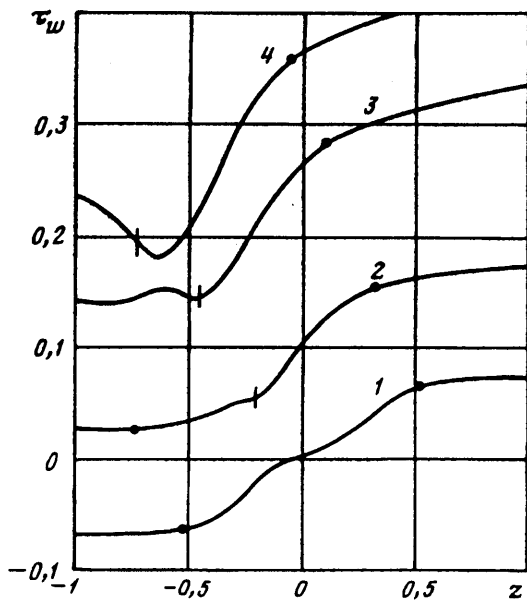


Фиг. 4

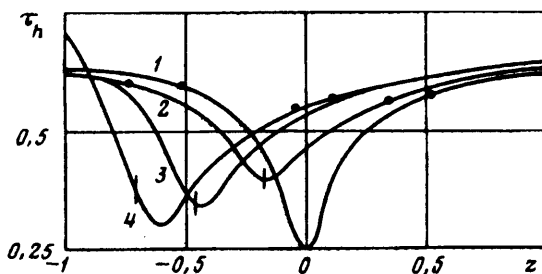
крыла. Точками на кривых обозначены критические значения координаты z_k , полученные из соотношения (2.1).

Как видно из приведенных результатов численного решения краевой задачи, отход от автомодельных решений, соответствующих обтеканию полубесконечной скользящей пластины [3], т. е. переход от закритического течения к докритическому, происходит в соответствии со значениями, определяемыми уравнением (2.1).

Заметим, что при увеличении угла скольжения размер области закритического течения на правой половине крыла увеличивается, а на левой уменьшается, причем уже при $\epsilon \geq 25^\circ$ на левой половине крыла область закритического течения не реализуется. При дальнейшем увеличении угла скольжения ($\epsilon \geq 35^\circ$) линия



Фиг. 5



Фиг. 6

перехода от закритического течения к докритическому переходит через плоскость симметрии крыла и область закритического течения занимает больше половины крыла.

Во всех рассмотренных случаях возмущение давления, формирующееся в области стекания двух потоков, идущих от разных кромок крыла, распространяется по размаху крыла только в пределах области докритического течения, границы которой определяются соответствующими значениями координаты z_k .

На фиг. 3 представлено распределение толщины пограничного слоя по размаху крыла. При увеличении угла скольжения расположение максимума Δ смещается по крылу практически на величину угла скольжения (на фиг. 3—6 эта величина отмечена вертикальными черточками). В окрестности максимума толщины пограничного слоя реализуется область стекания потоков, идущих от двух передних кромок.

Результаты расчета распределения коэффициентов напряжения трения в продольном $\tau_u = \partial u / \partial \eta|_w$, поперечном $\tau_w = -\partial w / \partial \eta|_w$ направлениях и теплового потока $\tau_h = \partial h / \partial \eta|_w$ по размаху крыла z представлены на фиг. 4—6. Коэффициенты τ_u и τ_h достигают минимальных значений на подветренной половине крыла $z < 0$. Однако значения координат минимумов величин τ_u и τ_h не совпадают с координатой луча, параллельного направлению набегающего потока. При обте-

кании с углом скольжения $\varepsilon = 35^\circ$ это отличие достигает 10% от полуразмаха крыла.

Результаты расчетов показали также, что при увеличении угла скольжения увеличивается размер области по оси z , в пределах которой знак коэффициента $w - suz$ при производных по z в конвективных членах системы уравнений (1.4) изменяется в зависимости от величины координаты η . В пределах этой области течение газа в поперечном направлении имеет разные направления в окрестности поверхности крыла и во внешней части пограничного слоя. Так, при $\varepsilon = 35^\circ$ эта область располагается в интервале $-0,7 \leq z \leq -0,6$.

Следует отметить существенно немонотонный характер изменения коэффициента τ_w . Причем уже при $\varepsilon \geq 10^\circ$ величина τ_w и на левой половине крыла становится положительной, т. е. на всем крыле компонента скорости $w < 0$.

Проведенные расчеты показали, что хотя изменение угла скольжения не влияет на определение координаты перехода от докритического течения к докритическому, это изменение при обтекании холодного плоского треугольного крыла гиперзвуковым потоком вязкого газа существенно влияет на распределение коэффициентов напряжений трения, теплового потока, а также на распределения толщины пограничного слоя и давления по размаху крыла. При обтекании треугольного крыла под углом скольжения возможно течение, которое на одной кромке докритическое, а на другой — докритическое. Это означает, что какие-либо возмущения, возникающие в пограничном слое, например в плоскости симметрии холодного крыла, распространяются в докритической области вплоть до передней кромки, в то время как около другой кромки реализуется течение, соответствующее обтеканию полубесконечной скользящей пластины.

Результаты расчетов обтекания холодных треугольных крыльев с удлинениями $s = 0,5, 2$ при различных углах скольжения ε качественно совпадали с приведенными выше результатами.

Исследования в данной работе течения с областями докритического и докритического взаимодействия реализуются при достаточно слабых возмущениях давления в области стекания двух потоков, идущих от разных кромок крыла. Ясно, однако, что, например, в случае обтекания при углах скольжения $\varepsilon \geq 35^\circ$, когда точка перехода от докритического течения к докритическому переходит через плоскость симметрии крыла, достаточно сильные возмущения в окрестности этой плоскости приведут к тому, что переход от одной области к другой будет происходить на малых расстояниях и возникнут области локальной неприменимости уравнений пограничного слоя [4, 5]. Для анализа таких течений нужны дальнейшие аналитические и расчетные исследования.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-013-16399).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Козлова И. Г., Михайлов В. В. О сильном вязком взаимодействии на треугольном и скользящем крыльях//Изв. АН СССР. МЖГ. 1970. № 6. С. 94—99.
2. Дудин Г. Н. К расчету пограничного слоя на треугольной пластине на режиме сильного вязкого взаимодействия//Уч. зап. ЦАГИ. 1978. Т. 9. № 5. С. 65—70.
3. Нейланд В. Я. К теории взаимодействия гиперзвукового потока с пограничным слоем для отрывных двумерных и пространственных течений. Ч. 1. Пространственные течения//Уч. зап. ЦАГИ. 1974. Т. 5. № 2. С. 70—79.
4. Дудин Г. Н., Липатов И. И. О докритическом режиме гиперзвукового обтекания треугольного крыла//ПМТФ. 1985. № 3. С. 100—106.
5. Дудин Г. Н. Обтекание гиперзвуковым потоком вязкого газа тонкого треугольного крыла со скольжением//Уч. зап. ЦАГИ. 1978. Т. 9. № 3. С. 30—35.
6. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. 607 с.

7. *Ладыженский М. Д.* О пространственном гиперзвуковом течении около тонких крыльев//ПММ. 1964. Т. 28. Вып. 5. С. 835—844.
8. *Lee R. S., Cheng H. K.* On the outer-edge problem of a hypersonic boundary layer//J. Fluid Mech. 1969. V. 38. Pt 1. P. 161—179.
9. *Bush W. B.* Hypersonic strong-interaction similarity solutions for flow past a flat plate//J. Fluid Mech. 1966. V. 25. Pt 1. P. 51—64.
10. *Башкин В. А.* Треугольные крылья в гиперзвуковом потоке. М.: Машиностроение, 1984. 136 с.
11. *Дудин Г. Н., Лыжин Д. О.* Об одном методе расчета режима сильного вязкого взаимодействия на треугольном крыле//Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 4. С. 119—124.

Москва

Поступила в редакцию
12.I.1994