

УДК 533.6.011.55:532.516

© 1995 г. П. И. ГОРЕНБУХ, В. П. ПРОВОТОРОВ

К РАСЧЕТУ ВЛИЯНИЯ ВЯЗКОСТИ НА АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТОНКИХ ТЕЛ ПРИ ГИПЕРЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ ОБТЕКАНИЯ

На основе результатов численного расчета гиперзвукового обтекания ряда плоских и осесимметричных тел получены аппроксимационные зависимости местных коэффициентов трения, теплопередачи и индуцированного пограничным слоем давления от обобщенных параметров подобия, которые включают характеристики невязкого обтекания. Если последние известны, эти соотношения могут быть использованы для приближенного учета вязкости в условиях взаимодействия ламинарного пограничного слоя с гиперзвуковым невязким потоком [1].

Наиболее сильно влияние вязкого взаимодействия на аэродинамические характеристики проявляется при гиперзвуковом обтекании тонких тел. Точный расчет обтекания реальных конфигураций, как правило, очень сложен, а существующие экспериментальные установки не позволяют в полной мере моделировать натурные условия полета. Для инженерных расчетов естественно использовать результаты, полученные для простых тел.

Достаточно полные данные численных расчетов локальных аэродинамических характеристик, учитывающие взаимодействие ламинарного пограничного слоя с гиперзвуковым невязким потоком в широком диапазоне параметров подобия, имеются в настоящее время лишь для плоской пластины, расположенной под малым углом атаки [2]. Эти результаты в рамках теории полос и гипотезы локальности использованы в [3] для оценок аэродинамических характеристик планарных тел.

Иная методика расчета предложена в [4], где локальные коэффициенты трения и индуцированного пограничным слоем давления представлены в зависимости от обобщенных параметров подобия, которые включают характеристики невязкого обтекания и косвенным образом учитывают конкретную конфигурацию тела. В результате для плоского и осесимметричного случаев обтекания получены единые зависимости, которые можно использовать и в более сложных пространственных течениях. Эти результаты помимо расчетов обтекания пластины основаны также на данных численного расчета автотельной системы уравнений для плоских и осесимметричных степенных тел с показателем степени $3/4$ и относятся к режиму гиперзвуковой стабилизации, когда параметр подобия $K = M_\infty \alpha \gg 1$ (M_∞ — число Маха набегающего потока, α — местный угол наклона элемента поверхности тела к вектору скорости набегающего потока).

В данной работе аппроксимационные формулы для коэффициентов трения, теплопередачи и индуцированного пограничным слоем давления приведены для более широкого диапазона параметров. Кроме того, предложен метод учета влияния параметра подобия K на местные аэродинамические характеристики и в широком диапазоне его изменения получены соответствующие аппроксимационные формулы.

1. Рассмотрим обтекание тонких тел ($\alpha \ll 1$) при $M_\infty = \infty$, когда параметр подобия $K \gg 1$. В этом случае местные коэффициенты трения $C_f = 2\tau/\rho_\infty u_\infty^2$, теплопередачи $C_h = 2q/\rho_\infty u_\infty^3$ и давления $C_p = 2(p - p_\infty)/\rho_\infty u_\infty^2$ для плоских

t_w	0,05		0,15		0,4		~ 1	
j	0	1	0	1	0	1	0	1
$\sigma_1^{(1)}$	1,658	1,478	1,664	1,434	1,706	1,383	1,841	1,347
$\sigma_2^{(2)}$	0,795	0,717	0,693	0,606	0,466	0,371	0	0
$\sigma_3^{(3)}$	0,272	0,283	0,331	0,347	0,461	0,493	0,698	0,730

($j = 0$) и осесимметричных ($j = 1$) степенных тел с показателем степени $3/4$ на режиме слабого вязкого взаимодействия ($\alpha^2 \sqrt{Re_0} \rightarrow \infty$) можно представить следующим образом [4]:

$$\frac{C_f}{\alpha^3} = (1 + j) \sqrt{\frac{\kappa}{2}} \frac{C_p^*}{C_p^*} \frac{\sigma_1^{(1)}(t_w)}{\alpha^2 \sqrt{Re_0}}, \quad \frac{C_h}{\alpha^3} = (1 + j) \sqrt{\frac{\kappa}{2}} \frac{C_p^*}{C_p^*} \frac{\sigma_2^{(1)}(t_w)}{\alpha^2 \sqrt{Re_0}}$$

$$\frac{\Delta C_p}{C_p^\infty} = \frac{3}{1 + j} \sqrt{\frac{\kappa}{2}} \frac{\sigma_3^{(1)}(t_w)}{C_p^* \alpha^2 \sqrt{Re_0}}, \quad \Delta C_p = C_p - C_p^\infty \quad (1.1)$$

$$C_p^* = \frac{C_p^\infty}{\alpha^2}, \quad Re_0 = \frac{\rho_\infty u_\infty x}{\mu_0}, \quad \sigma_1^{(1)} = \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1}} Nf''(0)$$

$$\sigma_2^{(1)} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1}} N\theta''(0) Pr, \quad \sigma_3^{(1)} = \theta_\infty \frac{\sqrt{\kappa - 1}}{\kappa}$$

Здесь τ — напряжение трения, q — удельный тепловой поток, ρ_∞ , u_∞ и p_∞ — соответственно плотность, скорость и давление набегающего потока, Re_0 — число Рейнольдса, $\mu_0 = \mu(T_0)$ — коэффициент вязкости, вычисленный при температуре адиабатического торможения T_0 , x — расстояние до носка тела, κ — показатель адиабаты, ΔC_p — приращение коэффициента давления, индуцированное пограничным слоем; коэффициент давления при невязком обтекании $C_p^\infty = 2,832\alpha^2$ для $j = 0$ и $1,832\alpha^2$ для $j = 1$, температурный фактор $t_w = T_w/T_0$, где T_w — температура поверхности обтекаемого тела.

Численные значения коэффициентов $\sigma_1^{(1)}$, $\sigma_2^{(1)}$ и $\sigma_3^{(1)}$ при $\kappa = 1,4$, степенной зависимости вязкости от температуры $\mu \sim T^{0,67}$ и максимальных расчетных значениях $\alpha^2 \sqrt{Re_0} \sim 10^2$, которые практически соответствуют режиму слабого вязкого взаимодействия, приведены в табл. 1, где $t_w \sim 1$ — случай теплоизолированной поверхности.

С целью получения для плоских и осесимметричных течений единых зависимостей $C_f(\chi_i)/\alpha^3$, $C_h(\chi_2)/\alpha^3$ и $\Delta C_p(\chi_3)/C_p^\infty$ определим в параметрах

$$\chi_i = (C_p^*)^{\psi_i} \alpha^2 \sqrt{Re_0}, \quad i = 1, 2, 3$$

показатели степени ψ_i таким образом, чтобы при $t_w = \text{const}$ и одинаковых величинах χ_i значения C_f/α^3 , C_h/α^3 и $\Delta C_p/C_p^\infty$, вычисленные по формулам (1.1) для плоского и осесимметричного случаев, совпадали. Результаты расчетов показали, что можно положить $\psi_1 = \psi_2$ и представить их зависимость от температурного фактора формулой

$$\psi_1 = \psi_2 = 0,863 - 0,728t_w - 0,116t_w^2 + 0,337t_w^3 \quad (1.2)$$

Величина ψ_3 слабо зависит от температурного фактора и может быть принята постоянной

$$\psi_3 = -0,95 \quad (1.3)$$

Приведенные выше значения показателей степени ψ_i соответствуют случаю, когда градиент давления вдоль линии тока при невязком обтекании $\beta = -2\kappa d \ln p/dx = 1$. Рассмотрим теперь течение около пластины, расположенной под малым углом атаки α , и осесимметричное обтекание кругового конуса с углом полураствора α , когда градиент давления $\beta = 0$. На режиме слабого вязкого взаимодействия, используя результаты работ [2, 3] и учитывая преобразование Степанова—Манглера [5], получим

$$\frac{C_f}{\alpha^3} = \sqrt{\frac{(1+2j)\kappa}{2}} C_p^* \frac{\sigma_1^{(0)}(t_w)}{\alpha^2 \sqrt{Re_0}}, \quad \frac{C_h}{\alpha^3} = \sqrt{\frac{(1+2j)\kappa}{2}} C_p^* \frac{\sigma_2^{(0)}(t_w)}{\alpha^2 \sqrt{Re_0}}$$

$$\frac{\Delta C_p}{C_p^\infty} = \sqrt{\frac{2\kappa}{(1+2j)C_p^*}} \frac{\sigma_3^{(0)}(t_w)}{\alpha^2 \sqrt{Re_0}}$$

где коэффициенты $\sigma_1^{(0)}$, $\sigma_2^{(0)}$ и $\sigma_3^{(0)}$ есть функции температурного фактора [3] и одинаковы для пластины и конуса, а коэффициент давления при невязком обтекании $C_p^\infty = 2,4 \alpha^2$ для пластины ($j = 0$) и $2,083 \alpha^2$ для конуса ($j = 1$). Соответствующие значения показателей степени в параметрах χ_i не зависят от t_w и равны

$$\psi_1 = \psi_2 = 3,38, \quad \psi_3 = -3,38 \quad (1.4)$$

Таким образом, для случаев обтекания пластины ($j = 0$) и конуса ($j = 1$), когда градиент давления $\beta = 0$, а также плоских ($j = 0$) и осесимметричных ($j = 1$) степенных тел, когда $\beta = 1$, имеем

$$\frac{C_f}{\alpha^3} = \frac{g_1^{(\beta)}}{\chi_1^{(\beta)}}, \quad \frac{C_h}{\alpha^3} = \frac{g_2^{(\beta)}}{\chi_2^{(\beta)}}, \quad \frac{\Delta C_p}{C_p^\infty} = \frac{g_3^{(\beta)}}{\chi_3^{(\beta)}}$$

$$g_i^{(0)} = \sqrt{\frac{(1+2j)\kappa}{2}} (C_p^*)^{\psi_i^{(0)}+0,5} \sigma_i^{(0)}, \quad i = 1, 2, \quad g_3^{(0)} = \sqrt{\frac{2\kappa}{1+2j}} (C_p^*)^{\psi_3^{(0)}-0,5} \sigma_3^{(0)}$$

$$g_i^{(1)} = (1+j) \sqrt{\frac{\kappa}{2}} (C_p^*)^{\psi_i^{(1)}+0,5} \sigma_i^{(1)}, \quad i = 1, 2, \quad g_3^{(1)} = \frac{3\sqrt{\kappa}}{1+j} (C_p^*)^{\psi_3^{(1)}-0,5} \sigma_3^{(1)}$$

$$\chi_i^{(\beta)} = (C_p^*)^{\psi_i^{(\beta)}} \alpha^2 \sqrt{Re_0}, \quad i = 1, 2, 3, \quad \beta = 0, 1$$

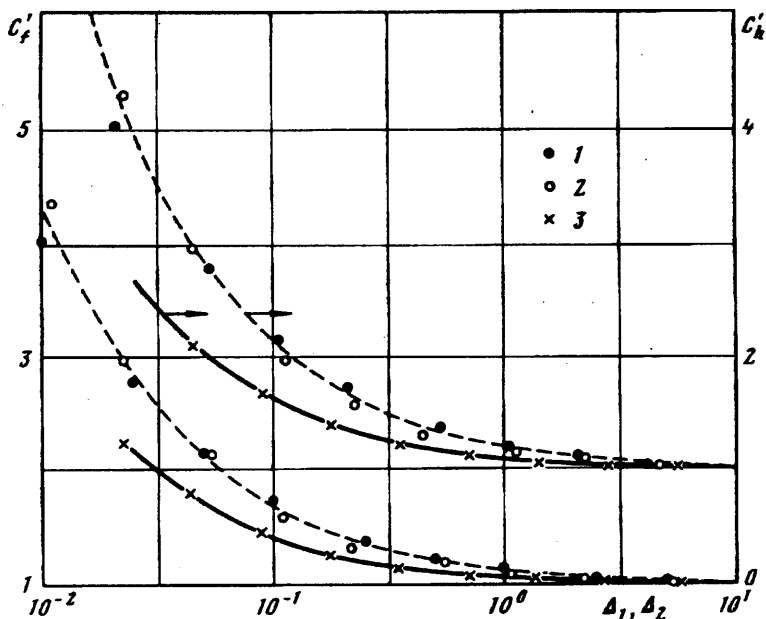
Здесь показатели степени $\psi_i^{(\beta)}$ ($i = 1, 2, 3; \beta = 0, 1$) определяются формулами (1.2), (1.3) при $\beta = 1$ и формулами (1.4) при $\beta = 0$. Коэффициенты $g_i^{(\beta)}$ также одинаковы для плоского и осесимметричного случаев и зависят только от температурного фактора t_w . Эти зависимости с погрешностью менее 2% можно аппроксимировать следующим образом:

$$g_1^{(0)} = 50,9 - 19,95t_w + 10,25t_w^2, \quad g_1^{(1)} = 5,58 - 3,469t_w + 1,627t_w^2$$

$$g_2^{(0)} = 26,7 - 44,6t_w + 19,2t_w^2, \quad g_2^{(1)} = 2,96 - 5,69t_w + 3,05t_w^2$$

$$g_3^{(0)} = 0,0148 + 0,0383t_w - 0,00487t_w^2, \quad g_3^{(1)} = 0,189 + 0,488t_w - 0,062t_w^2$$

Предполагая, что $g_i^{(\beta)}$ и $\psi_i^{(\beta)}$ линейно зависят от β , коэффициенты трения,



теплопередачи и индуцированного пограничным слоем давления на режиме слабого взаимодействия можно представить в виде

$$\frac{C_f}{\alpha^3} = \frac{1}{\Delta_1}, \quad \frac{C_h}{\alpha^3} = \frac{1}{\Delta_2}, \quad \frac{\Delta C_p}{C_p^\infty} = \frac{1}{\Delta_3} \quad (1.5)$$

$$\Delta_i = \frac{(C_p^*)^{\psi_i} \alpha^2 \sqrt{Re_0}}{g_i}, \quad \psi_i = \psi_i^{(0)} + (\psi_i^{(1)} - \psi_i^{(0)}) \beta, \quad g_i = g_i^{(0)} + (g_i^{(1)} - g_i^{(0)}) \beta$$

Результаты расчетов местных аэродинамических коэффициентов показали, что в выбранных переменных данные для плоского и осесимметричного случаев для рассматриваемых степенных тел оказались близки не только в области слабого взаимодействия, где они при $\Delta_i > 10$ ($i = 1, 2, 3$) практически совпадают с зависимостями (1.5), но и во всей области умеренного взаимодействия, когда влияние вязкости существенно возрастает. Максимальное отличие средней величины от точных значений для плоского и осесимметричного случаев не превышает 10% и имеет место в большинстве случаев лишь при достаточно малых величинах $\alpha^2 \sqrt{Re_0}$. Для примера на фигуре приведены расчетные данные для коэффициентов трения ($C_f' = C_f \Delta_1 / \alpha^3$) и теплопередачи ($C_h' = C_h \Delta_2 / \alpha^3$) при $t_w = 0,05$ в зависимости от параметров Δ_1 и Δ_2 . Точки 1 относятся к плоскому случаю, точки 2 — к осесимметричному.

Обработка результатов численных расчетов для исследованных степенных тел и данных [2] для пластины под углом атаки в широком диапазоне параметра вязкого взаимодействия $\alpha^2 \sqrt{Re_0}$ и значениях температурного фактора от 0,05 до соответствующего теплоизолированной поверхности позволила получить следующие приближенные зависимости:

$$\frac{C_f}{\alpha^3} = \frac{1}{\Delta_1} \left(1 + \frac{F_1}{F_2 + \Delta_1^{3/4}} \right), \quad \frac{C_h}{\alpha^3} = \frac{1}{\Delta_2} \left(1 + \frac{H_1}{H_2 + \Delta_2^{3/4}} \right), \quad \frac{\Delta C_p}{C_p^\infty} = \frac{1}{\Delta_3} \left(1 - \frac{P_1}{P_2 + \Delta_3^{3/4}} \right) \quad (1.6)$$

$$F_1 = F_1^0 + (F_1^1 - F_1^0) \beta, \quad H_1 = H_1^0 + (H_1^1 - H_1^0) \beta, \quad P_1 = 0,21 \beta$$

$$F_1^0 = 0,068 + 0,19 t_w - 0,025 t_w^2, \quad F_1^1 = 0,11 + 0,21 t_w - 0,084 t_w^2$$

$$H_1^* = 0,086 + 0,435t_w + 0,023t_w^2, \quad H_1^1 = 0,18 + 0,51t_w + 0,35t_w^2$$

$$F_2 = 0,004, \quad H_2 = 0,001 + 0,006\beta, \quad P_2 = 0,354 - 0,0132t_w + 0,004t_w^2$$

На фигуре сплошными кривыми показаны результаты расчетов коэффициентов трения и теплопередачи по приведенным выше формулам для $\beta = 0$, штриховыми — для $\beta = 1$. Сравнение с результатами численных расчетов для пластины (точки 3) и исследованных степенных тел показывает их хорошее согласование. Общей тенденцией полученных соотношений является уменьшение погрешности при увеличении параметра Δ_i (Δ_2 или Δ_3). Максимальная погрешность приближенных формул при $\Delta_i \approx 1$ составляет 3—5%, при $\Delta_i \approx 0,1$, как правило, не превосходит 10%. При дальнейшем уменьшении чисел Рейнольдса, когда $\Delta_i \approx 0,01$, ошибка увеличивается и может достигать 15—20%.

2. Приведенные выше соотношения позволяют учитывать в рамках гипотезы локальности влияние вязкости на местные характеристики тел более сложной формы, чем те, для которых они получены. При этом необходимо иметь параметры обтекания тела невязким газом: коэффициент давления, градиент давления вдоль линии тока и длину линии тока, по которой вычисляется число Рейнольдса.

Формулы (1.6) получены для режима гиперзвуковой стабилизации. В общем случае необходим учет влияния параметра подобия K , что особенно важно для тонких тел. Наиболее полные результаты для широкого диапазона K имеются для пластины под углом атаки [2]. Используя эти результаты, получим, как и выше, единые зависимости для плоского и осесимметричного случаев.

На режиме слабого вязкого взаимодействия имеем

$$\frac{C_f}{\alpha^3} = \frac{1}{\Delta_1^*}, \quad \frac{C_h}{\alpha^3} = \frac{1}{\Delta_2^*}, \quad \frac{\Delta C_p}{C_p^\infty} = \frac{1}{\Delta_3^*} \quad (2.1)$$

$$\Delta_i^* = \frac{(C_p^*)^{\psi_i} \alpha^2 \sqrt{Re_0}}{g_i^*}, \quad i = 1, 2, 3$$

$$g_1^* = G_1 \sigma_1^{(0)}, \quad g_2^* = G_2 \sigma_2^{(0)}, \quad g_3^* = G_3 \sigma_3^{(0)}$$

$$G_\nu = \sqrt{\frac{(1+2j)\kappa}{2}} \left(C_p^* + \frac{2}{\kappa K^2} \right)^{\psi_\nu + 0,5}, \quad \nu = 1, 2$$

$$G_3 = \sqrt{\frac{2\kappa}{1+2j}} (C_p^*)^{-1} d_1 \left(C_p^* + \frac{2}{\kappa K^2} \right)^{\psi_3 - 0,5}$$

$$d_1 = \left(1 + \frac{1}{2} K \frac{d \ln C_p^*}{dK} \right) C_p^* \left(C_p^* + \frac{2}{\kappa K^2} \right)^{-1}$$

где значения G_i и ψ_i^* ($i = 1, 2, 3$) одинаковы для плоского и осесимметричного случаев и зависят только от параметра K .

Величина коэффициента давления при невязком обтекании пластины ($j = 0$) под углом атаки α определяется соотношением [6]

$$\frac{C_p^\infty}{\alpha^2} = \frac{\kappa + 1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{16}{(\kappa + 1)^2} \frac{1}{K^2}} \right)$$

Погрешность этой формулы при любом фиксированном значении параметра $K > 0$ оценивается величиной $O(\alpha^2 + M_\infty^{-2})$ [7]. Для осесимметричного обтекания конуса ($j = 1$) нет, как в предыдущем случае, точного решения для C_p^∞ , а

Таблица 2

v	0			1			2		
	0	1	2	0	1	2	0	1	2
$a_{vj}^{(0)}$	33,98	-4,322	-19,77	3,013	-4,311	3,004	8,970	-14,39	11,69
$a_{vj}^{(1)}$	677,7	-1113	646,2	0,3747	-2,229	2,020	-7,774	22,97	-22,51
$a_{vj}^{(2)}$	-356	820,9	-517,2	-0,9178	1,173	-0,7972	5,884	-26,18	25,69
$b_{vj}^{(0)}$	32,96	-41,50	13,24	2,064	-3,933	3,057	9,136	-17,92	14,98
$b_{vj}^{(1)}$	400,1	-347,8	146,2	3,371	-2,045	-0,3439	-11,69	49,11	48,35
$b_{vj}^{(2)}$	-0,5714	-592,3	402,9	-4,638	0,7977	1,833	12,18	-72,43	72,53

Таблица 3

v	0			1			2		
	0	1	2	0	1	2	0	1	2
$a_{vj}^{(0)}$	53,78	-63,61	21,45	3,675	-4,754	2,309	5,504	-2,308	1,522
$a_{vj}^{(1)}$	341,7	-113,5	-15,58	-5,477	10,98	-4,959	-5,237	5,126	-2,277
$a_{vj}^{(2)}$	-81,56	11,30	9,708	2,653	-6,375	2,737	4,546	-9,368	4,531
$b_{vj}^{(0)}$	31,56	-39,4	14,74	12,29	-25,43	13,01	4,594	-1,623	1,015
$b_{vj}^{(1)}$	431,8	-374,2	70,08	-37,96	90,48	-48,52	-4,634	5,981	-1,451
$b_{vj}^{(2)}$	-422,9	516,1	-117,3	31,68	-81,23	45,19	2,317	-9,316	2,957

Таблица 4

K	0,05—0,5			0,5—2			2—∞		
	0	1	2	0	1	2	0	1	2
P_{v0}	0,6152	1,807	5,593	-0,666	-2,925	1,048	17,98	-0,1545	0,00065
P_{v1}	-0,2301	-6,257	-11,77	2,952	7,228	1,182	-9,907	-0,0412	-0,00004
P_{v2}	1,551	7,337	8,794	-0,387	-2,270	-0,4323	-1,579	0,1183	0

приближенное решение Лиза дает приемлемую точность только при $K \geq 2$. В этом случае можно использовать формулу Уиттлиффа [8]

$$\frac{C_p^\infty}{\alpha^2} = 2,1 \left[1 + \left(\frac{1,2}{K} \right)^{2,52} \right]^{0,14}$$

которая, согласно численным расчетам [9], основанным на уравнениях теории малых возмущений, имеет погрешность менее 1%. Кроме того, отметим, что в [10] на основании точных численных расчетов конических течений для диапазона $0,01 \leq K < \infty$ показано, что погрешность этой формулы не превосходит 2%.

Результаты расчетов величин ψ_i^* и G_i , входящих в формулы (2.1), для разных

v	0			1			2		
	j	0	1	2	0	1	2	0	1
$\alpha_{vj}^{(0)}$	4,654	-10,66	8,614	0,1372	15,26	-12,46	3,624	1,174	-0,3482
$\alpha_{vj}^{(1)}$	-6,250	18,57	-17,72	6,763	-34,14	30,65	-2,328	-1,373	2,108
$\alpha_{vj}^{(2)}$	3,119	-11,12	10,30	-4,969	21,17	-19,47	-0,2088	3,235	-3,829
$b_{vj}^{(0)}$	4,247	-12,90	6,373	1,361	13,69	-13,37	2,450	4,008	-8,103
$b_{vj}^{(1)}$	-4,193	45,70	-23,95	-2,626	-26,76	36,41	1,692	-12,30	36,59
$b_{vj}^{(2)}$	2,804	-52,69	29,22	3,684	22,66	-34,60	-5,520	11,77	-37,54

диапазонов значений параметра K удалось аппроксимировать следующими зависимостями: при $0,05 \leq K \leq 0,5$

$$\psi_1^* = \psi_2^* = 0,2243 + 1,234K - 0,6196K^2 \quad (2.2)$$

$$\psi_3^* = - (0,0187 + 0,1177K + 0,6991K^2)$$

$$G_1 = G_2 = \exp(5,914 - 9,784K^{1/2} + 6,366K)$$

$$G_3 = \exp(-5,401 + 10,41K^{1/2} - 7,025K)$$

в диапазоне $0,5 \leq K \leq 2$

$$\psi_1^* = \psi_2^* = 0,2804 + 0,8204K - 0,0168K^2 \quad (2.3)$$

$$\psi_3^* = 0,1478 - 0,7918K - 0,0168K^2$$

$$G_1 = G_2 = \exp(3,964 - 3,854K^{1/2} + 1,88K)$$

$$G_3 = \exp(-3,193 + 3,586K^{1/2} - 1,791K)$$

для значений $K \geq 2$

$$\psi_1^* = \psi_2^* = 3,38 - 10,5K^{-2} + 17,4K^{-4} \quad (2.4)$$

$$\psi_3^* = -3,38 + 14K^{-2} - 25,8K^{-4}$$

$$G_1 = G_2 = \exp(3,28 - 7,76K^{-2} + 14,9K^{-4})$$

$$G_3 = \exp(-2,94 + 9,47K^{-2} - 18,1K^{-4})$$

Формулы (2.1)—(2.4) позволяют получить для режима слабого вязкого взаимодействия в плоском и осесимметричном случаях единые зависимости при произвольных значениях параметра K . Можно ожидать, что, так же как и в случае степенных тел при $\beta = 1$ и $K = \infty$, зависимости коэффициентов трения, теплопередачи и индуцированного пограничным слоем давления от параметров Δ_j для $j = 0$ и 1 будут близки и в области более сильного влияния вязкости.

Результаты численных расчетов обтекания пластины под углом атаки [2] для значений параметров $0,05 \leq K < \infty$, $0,05 \leq t_w \leq 1$ и широкого диапазона чисел Рейнольдса оказалось возможным аппроксимировать в зависимости от параметров Δ_j^* следующим образом:

$$\frac{C_f}{\alpha^3} = \frac{1}{\Delta_1^*} [1 + (f_0 + f_1 \Delta_1^{*1/2} + f_2 \Delta_1^*)^{-1}], \quad \frac{C_h}{\alpha^3} = \frac{1}{\Delta_2^*} [1 + (h_0 + h_1 \Delta_1^{*1/2} + h_2 \Delta_2^*)^{-1}] \quad (2.5)$$

$$\frac{\Delta C_p}{C_p^\infty} = \frac{1}{\Delta_3^*} [1 + (P_0 + P_1 \Delta_3^{*1/2} + P_2 \Delta_3^*)^{-1}]$$

В диапазоне $0,05 \leq K \leq 2$

$$f_0 = (f_{00} + f_{01}K + f_{02}K^2)^{-1}, \quad f_{0j} = a_{0j}^{(0)} + a_{0j}^{(1)}t_w + a_{0j}^{(2)}t_w^2, \quad j = 0, 1, 2$$

$$K^\nu f_\nu = \exp(f_{\nu 0} + f_{\nu 1}K^{1/2} + f_{\nu 2}K), \quad \nu = 1, 2, \quad f_{\nu j} = a_{\nu j}^{(0)} + a_{\nu j}^{(1)}t_w^{1/2} + a_{\nu j}^{(2)}t_w, \quad j = 0, 1, 2$$

$$h_0 = (h_{00} + h_{01}K + h_{02}K^2)^{-1}, \quad h_{0j} = b_{0j}^{(0)} + b_{0j}^{(1)}t_w + b_{0j}^{(2)}t_w^2, \quad j = 0, 1, 2$$

$$K^\nu h_\nu = \exp(h_{\nu 0} + h_{\nu 1}K^{1/2} + h_{\nu 2}K), \quad \nu = 1, 2, \quad h_{\nu j} = b_{\nu j}^{(0)} + b_{\nu j}^{(1)}t_w^{1/2} + b_{\nu j}^{(2)}t_w, \quad j = 0, 1, 2$$

$$P_\nu = (-1)^\nu \exp(P_{\nu 0} + P_{\nu 1}K^{1/2} + P_{\nu 2}K), \quad \nu = 0, 1, 2$$

Коэффициенты $P_{\nu j}$ ($\nu = 0, 1, 2$; $j = 0, 1, 2$) не зависят от температурного фактора.

Значения коэффициентов $a_{\nu j}^{(n)}$ и $b_{\nu j}^{(n)}$ ($\nu = 0, 1, 2$; $j = 0, 1, 2$; $n = 0, 1, 2$) для диапазона $0,05 \leq K \leq 0,5$ приведены в табл. 2, для $0,5 \leq K \leq 2$ — в табл. 3. Значения коэффициентов $P_{\nu j}$ приведены в табл. 4.

При $K \geq 2$

$$f_\nu = 10^{\nu-2} \exp(f_{\nu 0} + f_{\nu 1}K^{-2} + f_{\nu 2}K^{-4}), \quad \nu = 0, 1, 2, \quad f_{\nu j} = a_{\nu j}^{(0)} + a_{\nu j}^{(1)}t_w^{1/2} + a_{\nu j}^{(2)}t_w,$$

$$j = 0, 1, 2$$

$$h_\nu = 10^{\nu-2} \exp(h_{\nu 0} + h_{\nu 1}K^{-2} + h_{\nu 2}K^{-4}), \quad \nu = 0, 1, 2, \quad h_{\nu j} = b_{\nu j}^{(0)} + b_{\nu j}^{(1)}t_w^{1/2} + b_{\nu j}^{(2)}t_w,$$

$$j = 0, 1, 2$$

$$P_\nu = P_{\nu 0} + P_{\nu 1}K^{-2} + P_{\nu 2}K^{-4}, \quad \nu = 0, 1, 2$$

Значения коэффициентов при степенях t_w приведены в табл. 5, коэффициенты $P_{\nu j}$ — в табл. 4.

Представленные выше аппроксимационные формулы (2.2)—(2.5) получены для диапазона значений параметра вязкого взаимодействия $\chi = K^2 t_w^{-0,165} / \alpha^2 \sqrt{Re_0} \leq 1800$ и дают в этом диапазоне погрешность, как правило, не превышающую 10%. В отдельных случаях, при больших значениях температурного фактора, погрешность достигает 13%. С увеличением параметра $\alpha^2 \sqrt{Re_0}$ точность формул во всех случаях увеличивается. Так, например, если при $\chi = 1800$, $K = 1$ и $t_w = 0,05$ аппроксимационные формулы дают для коэффициента трения величину, отличающуюся от численных расчетов [2] на 10%, то при $\chi = 1000$ это отличие не превышает 3%.

Приближенные соотношения, приведенные в работе, могут быть использованы для инженерных расчетов аэродинамических коэффициентов тонких тел в условиях гиперзвукового высотного полета и для пересчета экспериментальных данных на натурные условия. Если необходимо учесть влияние градиента давления β при конечном значении параметра K , можно результаты, учитывающие β при $K = \infty$, домножить на отношение соответствующих коэффициентов при конкретном значении K и $K = \infty$ для случая $\beta = 0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. 607 с.
2. Галкин В. С., Жбакова А. В., Николаев В. С. Аэродинамические характеристики пластины под углом атаки в вязком гиперзвуковом потоке и вопросы моделирования в вакуумных аэродинамических трубах//Тр. ЦАГИ. 1990. Вып. 1187. 47 с.
3. Николаев В. С. Аппроксимационные формулы для локальных аэродинамических характеристик тел типа крыла в вязком гиперзвуковом потоке в широком диапазоне параметров подобия//Уч. зап. ЦАГИ. 1981. Т. 12. № 4. С. 143—150.
4. Горенбух П. И., Провоторов В. П. О приближенном расчете локальных аэродинамических характеристик тонких тел в вязком гиперзвуковом потоке//Уч. зап. ЦАГИ. 1993. Т. 24. № 2. С. 54—61.
5. Лойцянский Л. Г. Ламинарный пограничный слой. М.: Физматгиз, 1962. 479 с.
6. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматгиз, 1959. 220 с.
7. Гиро Ж. Основные вопросы теории гиперзвуковых течений. М.: Мир, 1965. 299 с.
8. Уиттлифф К. Е. Формула для коэффициента сопротивления острого конуса//РТК, 1968. Т. 6. № 7. С. 258—260.
9. Ван-Дайк М. Д. Применение теории малых возмущений к течениям при больших числах Маха//Механика. 1955. № 3 (31). С. 49—63.
10. Александров В. Ю., Галкин В. С., Нерсесов Г. Г., Николаев В. С. Приближенный метод аэродинамического расчета летательных аппаратов при больших сверхзвуковых скоростях полета//Тр. ЦАГИ. 1990. Вып. 2492. 17 с.

Москва

Поступила в редакцию
15.III.1994