

УДК 532.546

© 1995 г. М. Б. ПАНФИЛОВ, И. В. ПАНФИЛОВА

МАКРОКИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ЦЕЛИКООБРАЗОВАНИЯ ПРИ ДВУХФАЗНОМ ВЫТЕСНЕНИИ ЖИДКОСТЕЙ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Предлагается осредненная по микронеоднородностям модель кинетики процесса целикообразования в пористой среде при взаимном вытеснении двух жидкостей. Целики рассматриваются как новая гидродинамическая фаза, а процесс целикообразования — как фазовый переход. Получены кинетические соотношения для усредненного процесса целикообразования. Структура и количественные значения кинетических коэффициентов получены для модели пористой среды в виде системы дублетов. Исследована зависимость характерного времени процесса от степени неоднородности среды. Предлагается вариант макроскопической модели процесса двухфазной фильтрации, в котором полученные кинетические соотношения используются как замыкающие соотношения.

Построение макроскопической модели двухфазного течения в микронеоднородной пористой среде опирается в решение следующих проблем: когда допустимо осреднение, как описать процесс целикообразования, как описать процесс рассеяния фаз, как взаимовлияют эффекты целикообразования и рассеяния.

Первая проблема сразу ограничивает класс исследуемых процессов. Известно, что случай неустойчивого вытеснения ($\mu_1 < \mu_2$) приводит к образованию древовидных структур, характерные расстояния между которыми сравнимы с макромасштабом процесса. Строго говоря, этот случай неосредняемый и он исключается из рассмотрения. Для анализа подобных структур применяются методы типа алгоритмов диффузионно-ограниченной агрегации [1] и аналитические, основанные на теории графов [2].

Наибольшая неопределенность связана с процессом целикообразования. Если имеются успехи в геометрическом описании целиков, то в изучении кинетики целикообразования результаты почти отсутствуют.

Существует серия работ, в которых в качестве основной базы для построения макроскопической модели процесса двухфазного вытеснения предлагалась идея разделения каждой фазы на активную и пассивную компоненты и учета мгновенного обменного процесса между ними. Функция обмена в [3] предполагалась в виде разности соответствующих насыщенностей. Радикальный вариант обменной модели предложен в [4], где введение обменного процесса между пассивной и активной компонентами фаз рассматривается не как дополнение к классической равновесной модели, а как альтернатива введению понятия фазовых проницаемостей. В работе [5] разбиение фазы на пассивную и активную не производится. Дифференциация производится более тонко и связана с разбиением порового пространства на кластеры, относящиеся к порам разного размера. Кластеры считаются сообщающимися и взаимодействующие между ними описывается обменным членом. Предполагается допустимость обмена только между ближайшими соседями (по классу), которое позволяет использовать для обменного члена кинетическое соотношение. Указано, что в противном случае суммарный обменный процесс описывается интегральными операторами, учитывающими дальние пространственные корреляции. Разработана только методология построения модели, проблема замыкания не решалась вовсе.

Проблема построения замыкающих соотношений для характерных времен обмена не решена. Во многом она зависит от интерпретации физической сущности обменного процесса и от структуры пассивной и активной компонент.

В настоящей работе целики рассматриваются как новая гидродинамическая фаза, а процесс целикообразования — как фазовый переход, характеризующийся собственной кинетикой. Несмотря на то что образование отдельного целика происходит мгновенно, временные интервалы между последовательными появлениями целиков могут быть весьма значительными, в результате чего осредненный процесс целикообразования немгновенен. Получены кинетические соотношения для целиконасыщенности. Характерное время фазового перехода определяется как скоростью процесса вытеснения, так и геометрией порового пространства. Структура и количественные значения кинетических коэффициентов получены для двух моделей пористой среды, допускающих образование целиков: модели дублета и циклической модели эффективной среды.

1. Классификация целиков. Целиками называют изолированные сегменты вытесняемой фазы, окруженные со всех сторон вытесняющей фазой. Такое окружение приводит к их полной остановке при умеренных и даже больших градиентах давления, а их перемещение оказывается возможным лишь при очень больших градиентах. Таким образом, законы движения целиков и сплошной фазы качественно различны, поэтому в гидродинамическом смысле целики представляют собой новую фазу. Процесс целикообразования, следовательно, можно рассматривать как фазовый переход.

До сих пор процесс целикообразования изучен слабо вследствие объективных трудностей, среди которых следует назвать следующие: процесс целикообразования не дифференцируем, так как за бесконечно малое время образуется целик конечного объема; появление целика приводит к отключению части каналов и мгновенной перестройке всего поля скоростей; образование целика связано с взаимодействием соседних пор, поэтому формирование больших целиков обусловлено дальними корреляциями; целики не имеют фиксированных размеров и формы.

Наибольшее число исследований посвящено изучению геометрических характеристик целиков, образовавшихся по окончании процесса вытеснения: изучаются гистограммы их линейных и объемных размеров.

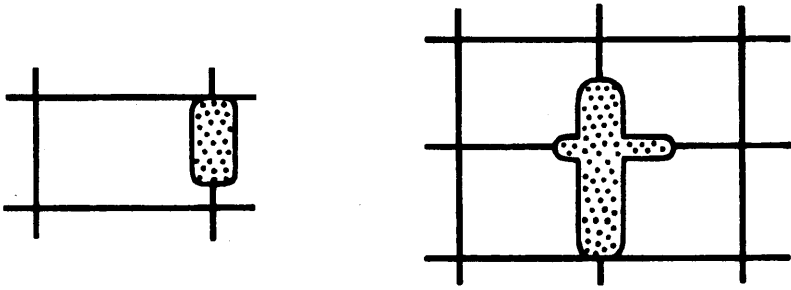
При этом техника экспериментальных исследований сводится к следующему [6]: реализуется процесс вытеснения жидкости *A* жидкостью *B* в пористом образце, после чего среда промывается веществом, химически реагирующим с целиками; в результате реакции целики превращаются в плотный гель; после этого среда разрушается кислотой, не взаимодействующей с гелем, в результате целики получают в свободном виде. Теоретические работы используют модели перколяции [7, 8].

В работах [6, 9, 10] приводится следующая классификация целиков: синглеты, дублеты и ветвления, которые занимают соответственно не более одной, две и не менее трех пор.

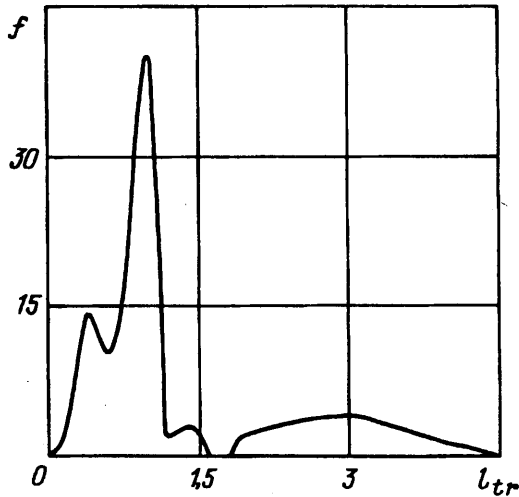
В данной работе предлагается иная классификация целиков, изложенная впервые в [11] и базирующаяся на следующих соображениях. Если целик «пересек» узел, то в процесс его образования автоматически оказываются втянуты все κ пор, входящих в данный узел, где κ — координационное число решетки. Поэтому с точки зрения механизма образования целиков больший смысл имеет классификация по числу узлов, принадлежащих целику.

Целиком k -го порядка будем называть такой целик, который пересекает k узлов решетки. На фиг. 1 изображены целики нулевого (слева) и первого порядка (справа). В образовании целика нулевого порядка участвует одна пора, k -го порядка — $(\kappa + 1 - k)$ пор ($k \geq 1$).

Численные эксперименты, проведенные на моделях проникающей перколяции [12] в классическом варианте для случая $\mu_1 \sim \mu_2$ и в варианте с памятью для



Фиг. 1



Фиг. 2

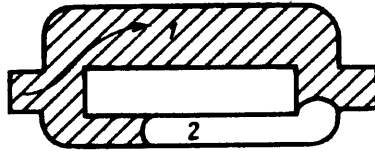
случая $\mu_1 \gg \mu_2$ на квадратных капиллярных сетках, а также эксперименты на динамических имитационных моделях [13] позволяют сделать следующие заключения.

При $\mu_1 \sim \mu_2$ и $\mu_1 \gg \mu_2$ типичная плотность распределения длин целиков изображена на фиг. 2. Единица длины по оси абсцисс соответствует длине одной поры. Наиболее вероятное и среднее значения длин целиков близки к единице, т. е. это в основном целики нулевого порядка.

При $\mu_1 \sim \mu_2$ процесс целикообразования в каждой точке подобен, т. е. доля каналов N , содержащих вытесняющую фазу в точке x в момент времени t , может быть выражена зависимостью $N(x, t) \approx \alpha(t)N^*(x, t)$, где N^* — доля каналов с вытесняющей фазой в процессе без целикообразования. Величина $\alpha(t)$ есть эмпирическая функция, не зависящая от координаты x .

Различие целиков, образующихся при $\mu_1 \sim \mu_2$ и $\mu_1 \gg \mu_2$, не в размерах, а в их ориентации. При $\mu_1 \sim \mu_2$ целики в основном поперечные, а при $\mu_1 \gg \mu_2$ — продольные. При $\mu_1 \ll \mu_2$ целики почти не образуются вовсе, но и те, что образуются, нулевого порядка.

Следовательно, в исследуемых случаях $\mu_1 \geq \mu_2$ можно ограничиться изучением целиков нулевого порядка. Поскольку такие целики имеют размер порядка одной поры и менее, возможно усреднение поля целиков и построение макроскопического описания процесса целикообразования.



Фиг. 3

2. Модель дублета. Модель дублета [14] является простейшей моделью, описывающей целиксообразование, ранее применялась для изучения геометрических характеристик целикков. Она может быть использована и для описания кинетики процесса.

В модели дублета вводится элементарная ячейка среды, представляющая собой связку двух каналов-пор (фиг. 3). Целик образуется в одном из каналов в момент, когда в другом канале мениск доходит до выходного узла. В среде, составленной из дублетов, образуются только целики нулевого порядка и расстояния между ними имеют порядок длины одной поры, так как целики образуются в каждом дублете, в котором прошла вытесняющая фаза. Таким образом, модель дублета удовлетворяет требованиям, при которых возможно говорить о макрокинетики процесса.

Для простоты рассмотрим случай одновязкостной системы, когда скорость в поре пропорциональна площади ее поперечного сечения σ

$$v = \gamma\sigma, \quad \gamma \equiv \frac{\Delta P}{\gamma_0 \mu l} = \text{const} \quad (2.1)$$

Здесь ΔP — перепад давления на одном дублете; μ — вязкость; $\gamma_0 = 8\pi$ — для каналов круговой формы. Перепад давления на всех дублетах и их длины l можно считать одинаковыми. Пусть осредненный поток направлен вдоль оси x , совпадающей с линией, соединяющей узлы дублета.

Выделим сечение среды в точке x и рассмотрим систему всех дублетов, берущих начало в точке x . В момент t выделяется три подмножества дублетов: Y_1 — дублеты, к которым еще не подошла вода, Y_2 — дублеты, содержащие подвижные мениски, Y_3 — дублеты, через которые вода уже прошла (обязательно содержат целики).

Пусть N_i — количество дублетов i -го типа, N — полное число дублетов. Доля дублетов каждого класса $\alpha_i = N_i/N$ определяется следующим образом. Поскольку вода содержится только в дублетах Y_2 и Y_3 , а целики только в дублетах Y_3 , то $(N_2 + N_3)/N = S\beta_1$, $N_3/N = S_r\beta_2$, где β_1, β_2 — коэффициенты пропорциональности (пока не определенные); S — водонасыщенность среды; S_r — целикконасыщенность. Отсюда следует, что

$$\alpha_2 = \beta_1(S - S_r\beta_2/\beta_1), \quad \alpha_3 = S_r\beta_2, \quad \alpha_1 = 1 - \alpha_2 - \alpha_3 \quad (2.2)$$

Образование целикков происходит только в дублетах Y_2 . Пусть ξ_1, ξ_2 — локальные координаты менисков в соответствующих каналах дублета типа Y_2 в момент t . Из (2.1) следует, что ξ_1 и ξ_2 взаимозависимы: $\xi_2 = \xi_1(\sigma_2/\sigma_1)$.

За время Δt целик образуется в канале 2, если выполняются два условия: мениск в канале 2 движется с отставанием; для добега мениска 1 до выходного узла потребуется время, не большее Δt . Симметричные условия нужны для образования целика в канале 1. Сформулированные условия образования целикков записываются в виде

$$\{\xi_1 \geq l - v_1\Delta t, \xi_2 < \xi_1\}, \quad \{\xi_2 \geq l - v_2\Delta t, \xi_1 < \xi_2\} \quad (2.3)$$

Подмножества дублетов, удовлетворяющих соответственно левому и правому условию (2.3), обозначим через Y_2' , Y_2'' . Объем целика в произвольном дублете класса Y_2' находится как

$$V_{tr}^o = (l - \xi_2 - v_2 t^*) \sigma_2, \quad t^* \equiv (l - \xi_1)/v_1$$

где σ_1 — площадь поперечного сечения, t^* — время пробегания мениска в канале l от положения ξ_1 до выходного узла. Учитывая (2.1), (2.2), последнее выражение можно представить в виде

$$V_{tr}^o = \left(l - \xi_1 \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) \sigma_2 - \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1} (l - \xi_1) = l \left[\sigma_2 - \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1} \right]$$

и, таким образом, размер целика не зависит от начального положения мениска ξ_1 . Первое условие (2.3) примет вид для Y_2'

$$\xi_1 \geq l - \gamma \sigma_1 \Delta t, \quad \sigma_2 < \sigma_1 \quad (2.4)$$

Поскольку $\xi_1(t) = v(t - t_0)$, при $t - l/v \leq t_0 < t$, где t_0 — момент подхода воды к началу дублета из Y_2' , v — скорость течения в поре, для которой имеет место (2.1), можно ввести случайную величину $\tau \equiv t - t_0$, $0 < \tau \leq T \equiv l/\gamma v$. Указанный диапазон изменения величины τ означает, что она определена на порах, принадлежащих дублетам класса Y_2' . Величина T есть время пробегания мениска от начала поры σ_1 до ее конца.

Тогда условия (2.4) примут вид $T - \Delta t \leq \tau \leq T$.

Чтобы получить основное соотношение для прироста объема целиков за малое время Δt , надо просуммировать объемы всех новых целиков, образовавшихся за это время. При этом суммировать надо по всему ансамблю дублетов, удовлетворяющих ограничениям (2.3).

Прирост среднего объема целиков за счет дублетов Y_2' будет

$$\Delta V_{tr}' = \langle V_{tr}^o \rangle Y_2' = \frac{1}{\rho} \int_{\sigma_*}^{\sigma^*} \left[\int_{\sigma_*}^{\sigma_1} \left(\int_{T-\Delta t}^T f(\sigma_1, \sigma_2, \tau) V_{tr}^o d\tau \right) d\sigma_2 \right] d\sigma_1 \quad (2.5)$$

$$\rho \equiv \int_{\sigma_*}^{\sigma^*} \left[\int_{\sigma_*}^{\sigma_1} \left(\int_0^T f(\sigma_1, \sigma_2, \tau) d\tau \right) d\sigma_2 \right] d\sigma_1$$

где α_2' — доля дублетов Y_2' ; f — совместная плотность распределения. Считается, что случайные величины σ_1, σ_2 изменяются на отрезке $[\sigma_*, \sigma^*]$. Константа ρ является нормировочным коэффициентом.

Случайные величины σ_1, σ_2 попарно независимы и одинаково распределены с плотностью $\psi(\sigma)$. Тогда $f(\sigma_1, \sigma_2, \tau) = \psi(\sigma_1)\psi(\sigma_2)\varphi_\tau(\tau)$, где φ_τ — условная плотность распределения случайной величины τ при условии, что значение случайной величины σ_1 фиксировано.

Аналогично вычисляется величина $\Delta V_{tr}''$ для дублетов Y_2'' .

При $\Delta t \rightarrow 0$ легко получить главный член асимптотики интеграла (2.5)

$$\Delta V_{tr}' = \frac{l}{\rho} \Delta t \int_{\sigma_*}^{\sigma^*} \left(\int_{\sigma_*}^{\sigma_1} \psi(\sigma_1) \psi(\sigma_2) \varphi_\tau(T) \left(\sigma_2 - \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1} \right) d\sigma_2 \right) d\sigma_1 \quad (2.6)$$

3. Распределение времени подхода фронта к поре. Определение плотности распределения $\varphi_\tau(\theta)$ является узловым моментом теории. Результат заключается в следующем:

$$p(t_0(x) \leq t) = S(x, t) \quad (3.1)$$

т. е. функция распределения времен подхода фронта к произвольной поре равна насыщенности вытесняющей фазы.

Доказательство основано на связи времени t_0 со случайной координатой фронта $\xi(t)$. Пусть $\xi(t)$ — координата фронта в момент t как случайная функция, $S(x, t)$ — водонасыщенность (усредненная) в точке x в момент t . Пусть $s(x, t)$ — случайный процесс, имеющий смысл локальной водонасыщенности в точке x в момент t . Если среда составлена одномерными каналами, проводимость каждого из которых является реализацией случайного процесса, то $s(x, t) = 1$, если $\xi(t) > x$, и $s(x, t) = 0$, если $\xi(t) \leq x$. Поэтому математическое ожидание процесса $S(x, t)$ есть $S(x, t) = p(\xi(t) > x) = 1 - p(\xi(t) \leq x)$. Тогда выполняется $p(t_0(x) \leq t) = p(\xi(t) \geq x) = S(x, t)$.

С помощью этого соотношения теперь несложно доказать, что распределение $\varphi_\tau(\theta)$ является равномерным

$$\varphi_\tau(\theta) = 1/T = \gamma\sigma_1/l, \quad \theta \in [0, T] \quad (3.2)$$

Введем вспомогательную случайную величину $\eta \equiv t - t_0$ ($-\infty < \eta < +\infty$), отличающуюся от τ только областью значений. Пусть $\varphi_\eta(\theta)$ — ее плотность распределения. Рассмотрим функцию распределения величины η : $F_\eta(\theta) \equiv p(\eta \leq \theta)$. Из (3.1) для нее следует:

$$F_\eta(\theta) \equiv p(\eta \leq \theta) = p(t_0(x) \geq t - \theta) = p(\xi(t - \theta) \leq x) = 1 - S(x, t - \theta)$$

Тогда для плотности распределения можно получить

$$\varphi_\eta(\theta) = \left. \frac{\partial S(x, z)}{\partial z} \right|_{z=t-\theta}$$

Для получения плотности $\varphi_\tau(\theta)$ при ограничениях $0 < \tau \leq T$ функцию $\varphi_\eta(\theta)$ надо перенормировать

$$\varphi_\tau(\theta) = \varphi_\eta(\theta) \left(\int_0^T \varphi_\eta(\theta) d\theta \right)^{-1} = \left. \frac{\partial S(x, z)}{\partial z} \right|_{z=t-\theta} \frac{1}{[S(x, t - T) - S(x, t)]}$$

Величина θ изменяется на отрезке $[0, T]$, где T является характерным временем заполнения одной поры с проводимостью σ_1 . Поскольку это время намного меньше характерного времени макропроцессов, в последнем выражении можно перейти к конечным разностям

$$\varphi_\tau(\theta) = \frac{S(x, t - \theta) - S(x, t)}{\theta [S(x, t - T) - S(x, t)]} + O(\theta) = \frac{\theta}{\theta \cdot T} + O(T + \theta) = \frac{1}{T} + O(T)$$

4. Скорость прироста насыщенности целиков. Из этих результатов следует, что

$$\Delta V_{r'} = \frac{\gamma}{\rho} \Delta t \int_{\sigma_*}^{\sigma^*} \sigma_1 \left(\int_{\sigma_*}^{\sigma_1} \psi(\sigma_1) \psi(\sigma_2) \left(\sigma_2 - \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1} \right) d\sigma_2 \right) d\sigma_1 \quad (4.1)$$

Для качественной теории достаточно ограничиться простейшими распределениями $\psi(\sigma)$. Если σ равномерно распределена на $[\sigma_*, \sigma^*]$, то $\rho = 1/2$ и

$$\Delta V_{r'} = 2\delta\gamma \langle \sigma \rangle^2 \Delta t, \quad \delta \equiv \frac{\omega}{3} \left(1 - \frac{\omega}{2} \right), \quad \omega \equiv \frac{\sqrt{3D_\sigma}}{\langle \sigma \rangle} \quad (4.2)$$

где $\langle \sigma \rangle$ — математическое ожидание величины σ , D_σ — ее дисперсия.

Точно такое же выражение можно получить для $\Delta V_{r''}$. Средний объем дублета есть $V^\circ = l[\langle \sigma_1 \rangle + \langle \sigma_2 \rangle] = 2l\langle \sigma \rangle$, тогда приращение объемной доли целиков

$$\Delta t \rightarrow 0: \frac{\partial S_{r'}(x, t)}{\partial t} = \lambda (S - S_r \lambda_0), \quad \lambda \equiv \delta\gamma \langle \sigma \rangle \frac{\beta_1}{T}, \quad \lambda_0 \equiv \frac{\beta_2}{\beta_1} \quad (4.3)$$

Уравнение незамкнуто, так как не определены коэффициенты β_i .

Для констант β можно получить замкнутые зависимости. Например, выражение для β_1 строится следующим образом.

В момент t в сечении x вода содержится в дублетах Y_2 и Y_3 , поэтому ее средний объем в одном капилляре есть

$$W_w = \langle \xi_1 \sigma_1 + \xi_2 \sigma_2 \rangle_{Y_2+Y_3} = \langle \xi_1 [\sigma_1 + \sigma_2^2/\sigma_1] \rangle_{Y_2+Y_3}$$

Если приближенно заменить усреднение по $Y_2 + Y_3$ на усреднение по всем дублетам, то получим

$$W_w = 1/2l \langle \sigma \rangle [1 + \langle \sigma^2 \rangle \langle \sigma^{-1} \rangle \langle \sigma \rangle^{-1}]$$

Так как $S = W_w (N_2 + N_3)/4l \langle \sigma \rangle N$, то

$$\beta_1 = \frac{4}{1 + \langle \sigma^2 \rangle \langle \sigma^{-1} \rangle \langle \sigma \rangle^{-1}}, \quad \beta_2 = \frac{2}{1 - \langle \sigma^2 \rangle \langle \sigma^{-1} \rangle \langle \sigma \rangle^{-1}}$$

При равномерном распределении величины σ имеем

$$\beta_1 = \frac{4}{1 + \beta_0}, \quad \beta_2 = \frac{2}{1 - \beta_0}, \quad \beta_0 \equiv \left(\frac{1 + \omega^2/3}{2\omega} \right) \ln \left(\frac{1 + \omega}{1 - \omega} \right) \quad (4.4)$$

Поскольку развиваемая теория качественная, более строгое определение констант β_i излишне. Более того, их можно рассматривать как подгоночные параметры, определяемые в каждом конкретном случае из экспериментов.

5. Конечная форма уравнения макрокинетики и качественный анализ целикообразования. Уравнение макрокинетики целикообразования имеет вид

$$\frac{\partial S_r(x, t)}{\partial t} = \frac{1}{t_r^*} (S - S_r \lambda) \quad (5.1)$$

$$t_r^* = \tau_r t^*, \quad t^* \equiv \frac{l}{\gamma \langle \sigma \rangle}, \quad c(\omega) \equiv \frac{(1 + \beta_0(\omega))}{4\delta(\omega)}, \quad \lambda(\omega) \equiv \frac{1 + \beta_0(\omega)}{2(1 - \beta_0(\omega))}$$

Здесь параметры ω , δ , β_0 определены согласно (4.2), (4.4), t_r^* — характерное время целикообразования, t^* — время заполнения средней поры (при заданном перепаде давления); τ_r — безразмерное время целикообразования; величина $S_* \equiv S_r \lambda$ — неподвижная водонасыщенность, которая формируется в тех же звеньях, где образовались целики, позади них. Поэтому в соотношении (5.1) случай $S < S_*$ невозможен.

Свойства времени τ_r

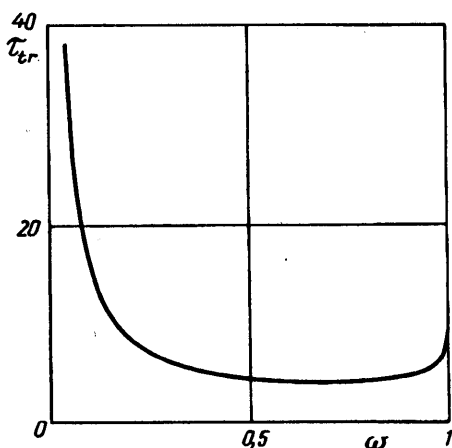
$$\tau_r \rightarrow \infty (\omega \rightarrow 0), \quad \tau_r \rightarrow \infty (\omega \rightarrow 1), \quad \tau_r^{\min} = 4,02 (\omega = 0,7)$$

Параметр ω характеризует степень неоднородности среды: чем больше значение ω ($0 \leq \omega < 1$), тем более неоднородна среда.

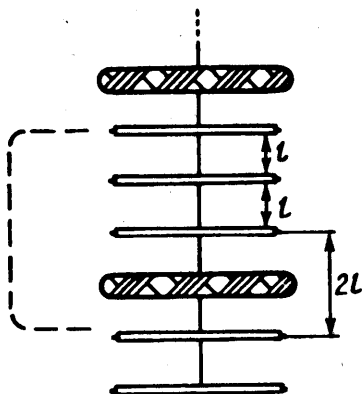
На фиг. 4 изображена зависимость безразмерного времени целикообразования τ_r от параметра неоднородности ω . Исходя из нее, а также из зависимости (5.1), можно сделать следующие выводы.

Интенсивность целикообразования тем выше, чем выше активная водонасыщенность $S - S_*$ в данном сечении среды. Если $S = S_*$, то новые целики не образуются. Скорость образования целиков падает с ростом целиконасыщенности.

Характерное время целикообразования немонотонно зависит от степени неоднородности среды. При фиксированной средней проводимости пор $\langle \sigma \rangle$ наибольшая скорость целикообразования достигается при «критической» степени неоднородности среды ($\omega \sim 0,7$); соответствующее минимальное время целико-



Фиг. 4



Фиг. 5

образования равно примерно четырем значениям среднего времени заполнения одной поры при заданном перепаде давления.

С уменьшением степени неоднородности среды ниже критической скорость целикообразования падает; в однородной среде целики не образуются вовсе. Замедление макроскопической скорости целикообразования происходит и при возрастании степени неоднородности выше критической. Это связано с тем, что с ростом степени неоднородности (при фиксированной средней проводимости поры) увеличивается количество дублетов с узкими порами, в которых время образования целика велико. Предельная степень неоднородности ($\omega \rightarrow 1$) соответствует появлению в среде дублетов с бесконечно узкими порами, в которых на образование целика требуется бесконечное время.

Безразмерное время целикообразования меняется незначительно, примерно от 4 до 5 — для сред с умеренной неоднородностью ($0,4 < \omega < 0,93$); существенно — от 5 до 10 — для сред с малой неоднородностью ($0,16 < \omega < 0,4$).

С ростом средней площади сечения поры (σ), уменьшением длины поры l , с ростом перепада давления и уменьшением вязкости флюидов скорость целикообразования растет. Это связано с тем, что при всех названных условиях повышается средняя скорость течения в среде.

Скорость целикообразования не зависит от времени явно. Это является результатом одинаковых вязкостей фаз. При разновязкостном вытеснении в правую часть выражения (5.1) явно войдет время.

6. Взаимовлияние конвективной дисперсии и целикообразования. Из аналитических соотношений для тензора конвективной дисперсии в периодической среде, имеющей решеточную структуру [15], следует, что образование целиков приводит к резкому и значительному возрастанию коэффициента дисперсии. Это связано с тем, что целики формируют застойные зоны и их появление изменяют характерный масштаб неоднородности среды. Поэтому $D = D(\sigma)$.

Пусть l — характерный масштаб неоднородности среды без целиков. Будем, как и прежде, считать, что в среде доминируют целики нулевого порядка, т. е. характерная длина целика имеет порядок l . Выделим тонкое макросечение среды с координатой y , ортогональное основному направлению процесса переноса. Пусть целиконасыщенность сечения равна σ . Средний масштаб неоднородности (l^*) среды с целиками оценивается с помощью схемы фиг. 5, где изображено несколько пор в сечении. Заштрихованные поры заняты целиками, пунктиром выделена ячейка неоднородности.

Пусть N — число пор в ячейке, из которых ровно одна является целиком, тогда $\sigma = 1/N$. Каждый целик увеличивает локально размер неоднородности

вдвое, поэтому $\langle l^* \rangle (N-1) = l(N-2) + 2l$. Здесь слева и справа записана длина стороны ячейки. Далее

$$\langle l^* \rangle = \frac{l(\sigma^{-1} - 2) + 2l}{\sigma^{-1} - 1} = \frac{l}{1 - \sigma}$$

Коэффициент дисперсии пропорционален квадрату масштаба неоднородности. Пусть D_0 — его значение при отсутствии целикков, тогда

$$D(\sigma) = D_0 \frac{\langle l^* \rangle^2}{l^2} = D_0 \frac{1}{(1 - \sigma)^2} \quad (6.1)$$

При $\sigma = 0,2$ коэффициент дисперсии возрастает в 1,56 раза, а при $\sigma = 0,3$ он возрастает в 2 раза. Следовательно, целиккообразование существенно влияет на процесс рассеяния насыщенности закачиваемого флюида.

7. Макроскопическая модель двухфазной фильтрации. Существующие макромоделли процесса вытеснения, описывающие всю микромеханику тремя эмпирическими функциями: фазовыми проницаемостями и капиллярным давлением, могут быть усовершенствованы, если учесть хотя бы некоторые из описанных выше эффектов.

Вытесняющей, вытесняемой фазам и целиккам присваиваем номера 1, 2, 3 соответственно. Целиккообразование — фазовый переход из фазы 2 в фазу 3. Модель вытеснения примет вид для несжимаемых жидкостей

$$m \frac{\partial s_1}{\partial t} = \frac{K}{\mu_1} \frac{\partial}{\partial x} \left(k_1(s_1, s_2, s_3) \frac{\partial P}{\partial x} \right)$$

$$m \frac{\partial s_2}{\partial t} = \frac{K}{\mu_2} \frac{\partial}{\partial x} \left(k_2(s_1, s_2, s_3) \frac{\partial P}{\partial x} \right) - J$$

$$m \frac{\partial s_3}{\partial t} = J, \quad s_1 + s_2 + s_3 = 1$$

где s_i — объемные насыщенности фаз, P — давление, μ_i — вязкости, K — проницаемость среды, k_i — фазовые проницаемости, m — пористость, J — интенсивность фазового перехода. Для J имеет место общее соотношение, следующее из (5.1)

$$J = m \frac{\partial S_{tr}}{\partial t} = \frac{m}{t_{tr}^*} (S - S_{tr} \lambda)$$

Модель может быть приведена к более простой форме

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} F(s, \sigma) = 0, \quad \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{1}{t_{tr}^*} (S - \sigma \lambda) \quad (7.1)$$

$$s \equiv s_1, \quad \sigma \equiv s_3, \quad F(s, \sigma) \equiv \frac{k_1(s, \sigma)}{k_1 + k_2(s, \sigma) \mu'}$$

$$\mu' \equiv \frac{\mu_1}{\mu_2}, \quad y \equiv x \frac{mK}{V\mu_1}$$

Здесь V — суммарная скорость фильтрации.

При учете капиллярных сил в (7.1) появляется дисперсионный член, который имеет структуру (6.1)

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{D_0}{(1 - \sigma)^2} \frac{\partial s}{\partial y} \right), \quad \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{s - \sigma \lambda}{t_{tr}^*}$$

В качестве D_0 может быть взято соотношение для капиллярной дисперсии в модели Рапопорта — Лиса. Тогда $D_0 = D_0(s)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Witten T. A., Sander L. M.* Diffusion limited aggregation // *Phys. Rev. B.* 1983. V. 27. № 9. P. 5686—5697.
2. *Селяков В. И.* Модель роста леса // Численные методы решения задач фильтрации. Динамика многофаз. сред. Новосибирск, 1989. С. 201—210.
3. *Баренблатт Г. И., Ентос В. М.* Неравновесные эффекты при фильтрации несмешивающихся жидкостей // Численные методы решения задач фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1972. С. 33—43.
4. *Зарубин Ю. А.* Обменная модель вытеснения в пористых средах // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1991. № 1. С. 91—97.
5. *Буевич Ю. А., Мамбетов У. М.* К теории совместной фильтрации несмешивающихся жидкостей // *Инж.-физ. журн.* 1991. Т. 60. № 1. С. 98—107.
6. *Chatzis I., Kuntamukkula M. S., Morrow N. R.* Effect of capillary number on the microstructure of residual oil in strongly water-wet sandstones // *SPE Res. Eng.* 1988. V. 3. № 3. P. 902—912.
7. *Larson R. G., Davis H. T., Scriven L. E.* Percolation theory of residual phases in porous-media // *Nature.* 1977. V. 268. № 5619. P. 409—413.
8. *Sylvestre L., Wilhelm A. M., Casamatta G.* Configuration de piégeage dans un milieu poreux a saturation residuelle en huile // *Rev. Inst. Franc. Petrole.* 1985. V. 40. № 4. P. 467—485.
9. *Chatzis I., Morrow N. R., Lim H. T.* Magnitude and detailed structure of residual oil saturation // *Soc. Petrol. Eng. Journal.* 1983. V. 23. № 2. P. 311—326.
10. *Morrow N. R., Chatzis I., Lim H. T.* Relative permeabilities at reduced residual saturations // *J. Canad. Petr. Technol.* 1985. V. 24. (July-Aug.). P. 62—69.
11. *Панфилов М. Б.* Осредненная модель фильтрации в сильнонеоднородных средах // *Докл. АН СССР.* 1990. Т. 311. № 2. С. 313—317.
12. *Панфилов М. Б., Туваева И. В.* Нелокальные модели проникающей перколяции // Тр. 2-й Всесоюз. школы-семинара «Разработка месторождений нефти и газа: современное состояние, проблемы, перспективы», Звенигород, 11—16 марта 1991 г., Ч. I. М.: Изд. ИПНГ АН СССР, 1991. С. 247—265.
13. *Панфилов М. Б., Туваева И. В.* Перколяционные модели процессов вытеснения жидкостей в случайно-неоднородных средах: Препринт № 12. М.: ИПНГ АН СССР, 1991. 91 с.
14. *Rose A.* Model of doublet for simulation of trapping in porous media // *Trans. AIME.* 1967. V. 112. № 23. P. 345—356.
15. *Панфилов М. Б.* Осреднение процессов конвективно-диффузионного переноса в неоднородных пористых средах и решетчатых структурах: Препринт № 20. М.: ИПНГ РАН, 1992. 76 с.

Москва

Поступила в редакцию
17.IX.1993