

УДК 532.526.4 + 533.21

© 1995 г. В. А. АЛЕКСИН

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ТЕЛАХ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ ПРИ ОБТЕКАНИИ ПОД БОЛЬШИМИ УГЛАМИ АТАКИ

Исследуются течение и теплообмен при пространственном обтекании модельного тела сложной формы потоком сжимаемого газа под большими углами атаки в рамках теории пограничного слоя на основе программ численного расчета уравнений пространственного турбулентного пограничного слоя, данных внешнего невязкого обтекания и геометрии тела.

При обтекании тела сложной формы потоком сжимаемого газа под углом атаки в пограничном слое возникает пространственное перетекание потоков, которое в ряде областей течения в значительной степени определяет величины локального трения и теплового потока на поверхности. При этом интенсивность вторичных течений зависит от трехмерности конфигурации тела и угла атаки. В случае тела сложной формы интенсивность образующихся вторичных течений может быть значительной даже при малых углах атаки, а образующиеся пограничные слои существенно трехмерными. Для их исследования необходимо применять пространственные уравнения пограничного слоя и модели турбулентности, разрабатывать соответствующие методы их численного решения. Такая общая постановка задачи является более сложной, а численное решение более трудоемким в отличие от задач с малыми вторичными течениями, для которых в ряде случаев с успехом могут применяться различные приближенные подходы, основывающиеся на квазитрехмерных уравнениях или еще более упрощенных системах уравнений фактически двухмерного пограничного слоя.

При турбулентном режиме течения для замыкания системы уравнений пространственного пограничного слоя используются модели и гипотезы турбулентности различной степени сложности и полноты [1—3]. Модели турбулентности трехмерных течений обычно классифицируются на алгебраические и дифференциальные с дополнительными уравнениями для характеристик турбулентности, среди них выделяются изотропные и анизотропные варианты как коэффициентов переноса, так и усложненных моделей. Их применение для исследования того или иного класса задач обтекания определяется конкретной задачей, апробацией данной модели и принятых гипотез турбулентности путем наиболее широкого сопоставления расчетных результатов с экспериментальными данными.

Обтекание модельного тела под малым углом атаки $\alpha = 5^\circ$ исследовано в [4]. Подробное изложение постановочной части задачи, методов и алгоритмов численного решения можно найти в [2], примеры численных исследований на их основе ряда задач пространственных ламинарных и турбулентных пограничных слоев приводятся в [5]. В настоящей работе исследуются вопросы течения и теплообмена при обтекании модельного тела сложной формы потоком сжимаемого газа под большими углами α вплоть до 30° . Основное внимание уделяется следующим вопросам: замыканию осредненных уравнений пространственного пограничного слоя при турбулентном режиме, выбору криволинейных систем

координат и разработке численных методов решения системы уравнений, анализу влияния определяющих параметров на развитие пространственных течений и теплообмен, определению областей «отрыва» и зон поглощения энтропийного слоя пограничным, линий растекания и стекания на поверхности.

1. При обычных предположениях теории пограничного слоя и в пренебрежении членами, отражающими влияние нормальных напряжений Рейнольдса, система уравнений для осредненных характеристик пространственного пограничного слоя в сжимаемом потоке однородного совершенного газа относительно криволинейной системы координат ξ, η, ζ , связанной с поверхностью обтекаемого тела $\zeta = 0$, имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\rho u \sqrt{\frac{g}{g_{11}}} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\rho w \sqrt{\frac{g}{g_{22}}} \right) + \sqrt{g} \frac{\partial}{\partial \zeta} (\rho v) = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{u}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{w}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial u}{\partial \eta} + v \frac{\partial u}{\partial \zeta} + A_1 u^2 + A_2 w^2 + A_3 u w =$$

$$= \frac{A_4}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial \zeta} - \rho \langle u'v' \rangle \right)$$

$$\frac{u}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{w}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial w}{\partial \eta} + v \frac{\partial w}{\partial \zeta} + B_1 u^2 + B_2 w^2 + B_3 u w =$$

$$= \frac{B_4}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial \zeta} - \rho \langle w'v' \rangle \right)$$

$$\frac{u}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial h}{\partial \xi} + \frac{w}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial h}{\partial \eta} + v \frac{\partial h}{\partial \zeta} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial h}{\partial \zeta} - \rho \langle h'v' \rangle \right] +$$

$$+ \frac{u}{\rho \sqrt{g_{11}}} \frac{\partial p}{\partial \xi} + \frac{w}{\rho \sqrt{g_{22}}} \frac{\partial p}{\partial \eta} + \frac{\mu}{\rho} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \zeta} \right)^2 + 2 \cos \psi_0 \frac{\partial u}{\partial \zeta} \frac{\partial w}{\partial \zeta} + \left(\frac{\partial w}{\partial \zeta} \right)^2 \right] -$$

$$- \langle u'v' \rangle \left(\frac{\partial u}{\partial \zeta} + \cos \psi_0 \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right) - \langle w'v' \rangle \left(\frac{\partial w}{\partial \zeta} + \cos \psi_0 \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right)$$

$$p = \rho RT, \quad \frac{\partial p}{\partial \zeta} = 0$$

$$g_{33} = 1, \quad g_{31} = g_{32} = 0, \quad \cos \psi_0 = g_{12} / \sqrt{g_{11} g_{22}}, \quad g = g_{11} g_{22} - g_{12}^2$$

Здесь u, w, v — продольная, поперечная и нормальная компоненты скорости относительно координат ξ, η, ζ ; g_{ij} — компоненты метрического тензора; h — энтальпия, ρ — плотность, T — температура, μ, λ — коэффициенты вязкости и теплопроводности, c_p — теплоемкость при постоянном давлении, R — газовая постоянная; индекс e относится к внешней границе пограничного слоя, w — к значениям на стенке, t — к турбулентному режиму. Коэффициенты A_i, B_i ($i = 1, 4$) определяются геометрией поверхности обтекаемого тела и параметрами внешнего невязкого потока.

В уравнениях (1.1) использовано предположение о малости членов, содержащих пульсации плотности, вязкости, теплопроводности, по сравнению с членами, содержащими их средние значения. Первое уравнение системы (1.1) — уравнение неразрывности, два последующих — уравнения количества движения в проекции на криволинейные координаты ξ и η , последнее уравнение системы — уравнение притока тепла. Здесь ξ и η направлены вдоль поверхности, а ζ — по нормали к ней, ξ отсчитывается вдоль образующих тела, η — от наветренной плоскости симметрии против часовой стрелки. Статическое давление p является функцией ξ и η . В расчетах принимается $\mu = \mu_e (h/h_e)^\omega, \lambda = \lambda_e (h/h_e)^\omega, \omega = 0,75$.

На поверхности задаются следующие граничные условия:

$$\zeta = 0: u = w = 0, \rho v = (\rho v)_w = F(\xi, \eta) \quad (1.2)$$

$$F_1 \left(\xi, \eta, h_w, \frac{\partial h}{\partial \xi} \Big|_w \right) = 0 \text{ в виде } \frac{h_w}{H_0} = t_0(\xi, \eta) \text{ или } q_w = q_w(\xi, \eta)$$

На внешней границе пограничного слоя, где известны распределения компонент скорости $u_e(\xi, \eta)$, $w_e(\xi, \eta)$ и энтальпии $h_e(\xi, \eta)$ из решений уравнений газовой динамики или данных эксперимента, выполняются условия

$$\zeta \rightarrow \infty: u \rightarrow u_e, w \rightarrow w_e, h \rightarrow h_e \quad (1.3)$$

Начальные условия задаются таким образом, чтобы обеспечить существование и единственность решения поставленной задачи. Для этого в некоторой области D необходимо задавать начальные профили скорости и энтальпии. Эта область начальных данных должна удовлетворять условию, что все характеристические направления, вдоль которых развиваются возмущения, выходят из нее в расчетную область течения, которая является зоной влияния области начальных данных (принцип влияния Ретца [6]). Течение за пределами зоны влияния не поддается расчету, так как на него оказывают воздействия другие начальные данные и оно зависит от течения вне этой зоны [7]. При обтекании тел, имеющих переднюю точку торможения, начальные условия определяются из решения в ее окрестности.

При турбулентном режиме течения для замыкания системы осредненных уравнений пространственного пограничного слоя используются модели турбулентности различной степени сложности и полноты, среди них выделяются подходы, использующие понятие турбулентной вязкости и основанные на гипотезах Прандтля или Прандтля — Колмогорова. Наиболее распространенными являются изотропные коэффициенты переноса, в основе которых лежит предположение о совпадении направлений векторов касательного напряжения τ (τ_1, τ_2) и G ($\partial u/\partial \zeta, \partial w/\partial \zeta$). Известны варианты моделей анизотропных коэффициентов [3].

В [2] вводится модель эффективных коэффициентов переноса, где полные напряжения трения τ_1, τ_2 по осям ξ и η , включающие в себя напряжения трения и Рейнольдса $-\rho \langle u'v' \rangle, -\rho \langle w'v' \rangle$, а также полный тепловой поток q , определяются следующим образом:

$$\tau_1 = \mu \frac{\partial u}{\partial \xi} - \rho \langle u'v' \rangle = \mu_{\Sigma, 1} \frac{\partial u}{\partial \xi}, \tau_2 = \mu \frac{\partial w}{\partial \xi} - \rho \langle w'v' \rangle = \mu_{\Sigma, 2} \frac{\partial w}{\partial \xi} \quad (1.4)$$

$$q = \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial h}{\partial \xi} - \rho \langle h'v' \rangle = \frac{\lambda_{\Sigma}}{c_p} \frac{\partial h}{\partial \xi}$$

2. При введении эффективных коэффициентов турбулентного переноса в соотношениях (1.4) делается предположение об изотропности коэффициента турбулентной вязкости. Из него следует, что продольный и поперечный эффективные коэффициенты равны

$$\mu_{\Sigma, 1} = \mu_{\Sigma, 2} = \mu_{\Sigma}$$

из чего следует, что турбулентная вязкость есть скалярная функция координат и составляющих тензора скоростей деформации, а направление суммарного касательного напряжения τ совпадает с направлением вектора G с компонентами ($\partial u/\partial \zeta, \partial w/\partial \zeta$). Из этого предположения также следует, что путь смешения Прандтля L является скалярной функцией и не зависит от преобразования координат $L_1 = L_2 = L$.

Обобщение гипотезы Прандтля для пространственного пограничного слоя даст обобщенную формулу Прандтля [1]

$$\mu_r = \rho L^2 |G|$$

Для криволинейной неортогональной системы координат, нормально связанной с поверхностью тела

$$|G| = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \right)^2 + 2 \cos \psi_0 \frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \left(\frac{\partial w}{\partial \xi} \right)^2 \right]^{1/2}$$

Коэффициент эффективной вязкости μ_Σ зависит от локального числа Рейнольдса Re_A ($Re_A = \mu_r/\mu$) и критического числа Рейнольдса Re_* [2]

$$\mu_\Sigma = \Phi_* \mu = 1/2 \mu Re_A^{-1} (Re_A^2 - Re_*^2 + \sqrt{(Re_*^2 - Re_A^2)^2 + 4 Re_*^2 Re_A})$$

По аналогии с коэффициентом эффективной вязкости определяется коэффициент эффективной теплопроводности

$$\lambda_\Sigma = \lambda \Phi_* F (Re_A, Re_*, Pr, Pr_t)$$

$$F = 1 + \left(\frac{Pr}{Pr_t} - 1 \right) Re_A^2 \left\{ Re_*^2 \left(1 + \Phi_* \frac{Re_A}{Re_*^2} \right) \right\}^{-1}$$

Ламинарные и турбулентные числа Прандтля определяются по коэффициентам ламинарного и турбулентного переноса: $Pr = c_p \mu / \lambda$, $Pr_t = c_p \mu_t / \lambda_t$. Коэффициент полной теплопроводности F зависит от значений Re_A , Re_* , Pr , Pr_t . При численных расчетах принимаются значения Pr и Pr_t постоянными поперек пограничного слоя: $Pr = 0,7$, $Pr_t = 0,9$.

Длина пути смешения определяется эмпирической функцией

$$L = \beta_* \delta \Phi (\beta_*, k, \zeta / \delta)$$

$$\Phi = \left[1 - \exp \left(- \frac{2k \zeta}{\beta_* \delta} \right) \right] \left[1 + \exp \left(- 0,75 \frac{2k \zeta}{\beta_* \delta} \right) \right]^{-1}$$

где $k = 0,4$ — константа Кармана, $\beta_* = 0,1$, δ — толщина пограничного слоя, определенная по профилю скорости U .

Величина локального критического числа Рейнольдса Re_* , определяющая местоположение условной границы, разделяющей области с преобладающими ламинарными и турбулентными режимами, зависит от целого ряда параметров, в частности от параметров градиента давления P^+ , проницаемости поверхности v_w^+ , числе Маха M_0 и Рейнольдса Re_0

$$Re_* = Re_*(Re_0, P^+, v_w^+, M_0) \quad (2.1)$$

$$P^+ = \frac{v}{\rho v_*^2} \left(\frac{U_e}{|U_e|} \cdot \nabla p_e \right), \quad v_w^+ = \frac{v_w}{v_*}, \quad v_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

Используется зависимость (2.1) в виде, ранее примененном в расчетах теплообмена двухмерных течений в случае значительных продольных градиентов давления и проницаемости поверхности

$$Re_* = Re_{*,0} \{ 1 + a [v_w^+ + b P^+ (1 + c v_w^+)^{-1}] \}$$

где $a, b, c = \text{const}$, равные соответственно 5,15, 5,86, 5,00.

Число Re_0 определяется по u_e , v_e и толщине потери импульса θ_1

$$Re_0 = \frac{u_e \theta_1}{\nu_e}, \quad \theta_1 = \int_0^{\infty} \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) d\zeta$$

Величина $Re_{*,0}$ определяет переход от ламинарного режима к турбулентному вдоль поверхности тела. Используется зависимость $Re_{*,0}$ от Re_0 следующего вида ($A = \lg Re_0$):

$$Re_{*,0} = \begin{cases} 250, & A \leq 1,57 \\ 10 + 3(A - 4) + B_0(A - A_0)^2, & 1,57 \leq A \leq A_0 \\ 10 + 3(A - 4), & A_0 \leq A \leq 4 \\ 10, & A \geq 4 \end{cases}$$

В общем случае A_0, B_0 — функция многих параметров, описывающих процессы перехода в пограничном слое: среди них можно выделить такие, как степень турбулентности набегающего потока Tu_{∞} , числа Маха и Рейнольдса; параметры P^+ и v_w^* , температурный фактор. Здесь используется эмпирическая зависимость A_0, B_0 от Tu_{∞} .

Для пространственных пристеночных течений усложненные модели турбулентности содержат различное количество дополнительных уравнений [1—3, 8]. Двухпараметрическая $k - \varepsilon$ -модель для кинетической энергии турбулентности k и скорости ее диссипации ε имеет два уравнения, как и модель [8], с дополнительными уравнениями для напряжений Рейнольдса $-\rho \langle u'v' \rangle$, $-\rho \langle w'v' \rangle$. Трехпараметрическая модель состоит из уравнений для k и напряжений Рейнольдса τ_{11}, τ_{22} , при этом не предполагается изотропных свойств характеристик турбулентности в продольном и поперечном направлениях и несовпадение направлений векторов τ и G . В основе модели лежат замыкающие предположения для аппроксимации членов уравнений, учитывающих турбулентную диффузию, перераспределяющее действие корреляции давление — деформация, введенные в соответствии с предположениями [3].

Модельные уравнения для k, τ_{11}, τ_{22} имеют следующий структурный вид:

$$\frac{\rho u}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial f_i}{\partial \xi} + \frac{\rho w}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial f_i}{\partial \eta} + \rho v \frac{\partial f_i}{\partial \zeta} = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ \left[\frac{\mu}{\sigma_i} + \frac{\mu_t}{\sigma_n} \right] \frac{\partial f_i}{\partial \zeta} \right\} + P_i + D_i$$

где $f_i = (k, \tau_{11}, \tau_{22})$; P_i, D_i — члены, описывающие процессы производства и диссипации характеристик турбулентности.

Турбулентная вязкость μ_t определяется в соответствии с гипотезой Прандтля — Колмогорова $\mu_t = c_\mu' \rho K^{1/2} L$, где L — интегральный масштаб турбулентности; $c_\mu', \sigma_i, \sigma_n$ — эмпирические константы. Для описания свойств течения вблизи стенок и с малыми числами Рейнольдса в коэффициенты турбулентного переноса и в некоторые члены вводятся пристеночные демпфирующие функции подобно тем, которые используются в алгебраических моделях. Широко распространены модели, в которых интенсивность диссипации ε определяется из соответствующего дифференциального уравнения.

Для моделирования турбулентного переноса тепла используется аналогия процессов переноса тепла и импульса, что приводит к необходимости введения турбулентного числа Прандтля Pr_t . В ряде случаев существует сложная зависимость распределения Pr_t от свойств газа, граничных условий, которая может быть учтена с помощью еще одного дополнительного уравнения для турбулентного теплового потока $q_t = -\rho \langle h'v' \rangle$, подобно уравнению, введенному в [9] для класса двухмерных пристенных течений.

3. Для оценки теплового состояния поверхности обтекаемого тела и нахождения участков наиболее интенсивного теплообмена применяется численный метод расчета уравнений пространственного пограничного слоя с ламинарными и турбулентными режимами. В основе метода лежит схема [10], обеспечивающая четвертый порядок точности по нормальной к поверхности координате, при этом сетка задается неравномерной в зависимости от структуры турбулентного потока. Используются граничные условия общего вида, не изменяющие порядок точности интегрирования и однородность вычислительного алгоритма.

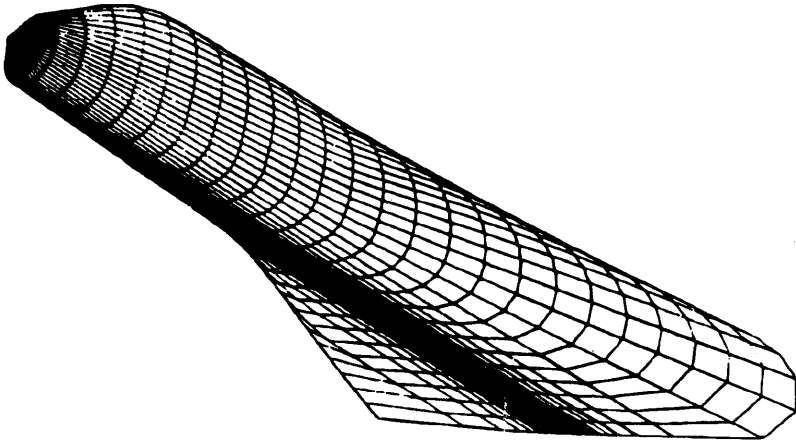
Конечно-разностный метод позволяет находить величины тепловых потоков к поверхности при заданном распределении температурного фактора $t_0 = T_w/T_*$ или T_w при сложных граничных условиях. В направлениях, касательных к поверхности, задаются также неравномерные интервалы интегрирования в зависимости от интенсивности перестройки течения. Применяется метод слежения за направлением скорости потока с использованием направленных разностей в зависимости от знака поперечной составляющей скорости w . Местоположения линий растекания, стекания, поверхностей раздела потока заранее неизвестно, они определяются в процессе счета.

Целый ряд конечно-разностных методов, в алгоритмах которых заложены условия, учитывающие направление вектора скорости, предложены в [11], но и лучшие из этих схем не свободны от недостатков. Так, схема «зигзаг» [12] имеет ограничения, хотя не сильные, при больших отрицательных значениях w на шаги интегрирования в продольном направлении. В методе [13] сделана попытка соединить лучшие качества «бокс»-схемы с учетом характеристик (здесь линий тока), проходящих через расчетную точку. В [14] сконструированы алгоритмы, учитывающие знак w , но с использованием как явных, так и неявных схем.

При расчетах турбулентного режима из-за введения эффективных коэффициентов переноса уравнения импульсов становятся в значительной степени нелинейными, поэтому применяются специальные процедуры демпфирования искомым функций и стабилизации итерационного процесса. Ламинарные режимы с большими вторичными течениями также приводят к плохой сходимости решений ввиду сильной нелинейности уравнений импульсов. Для ускорения сходимости решений используются различные варианты линеаризации этих уравнений.

4. При изучении обтекания тел сложной формы возникает задача создания адекватной математической модели поверхности реального тела. Требования к описанию геометрии зависят от конкретной задачи. В данной работе используется аналитическое задание поверхностей обтекаемых тел. Элементы сложной пространственной конфигурации аппроксимируются набором поверхностей, описываемых алгебраическими функциями обычно не выше третьего порядка, и геометрия тела определяется конечным числом параметров, имеющих определенный физический смысл [15]. При этом метрика поверхности находится с требуемой степенью гладкости. Такой подход требует минимального объема памяти ЭВМ и времени счета. Форма рассматриваемого семейства тел характеризуется наличием сферического затупления, кабины на подветренной стороне тела и крыльев (фиг. 1). Угол атаки α меняется в диапазоне от 5 до 30°. Для этих значений α передняя критическая точка располагается на сферическом затуплении.

Для расчета характеристик пограничного слоя на всей поверхности тела удобно использовать несколько систем координат, нормально связанных с поверхностью тела. Решения уравнений осесимметричного пограничного слоя служат начальными условиями для расчета пространственного пограничного слоя для остальной части поверхности затупления. При увеличении угла θ форма тела начинает отличаться от сферической и течение постепенно приобретает трехмерный характер. Для расчета параметров потока и теплообмена возникает необходимость в использовании пространственных уравнений пограничного слоя, для чего вводится погранслоиная система координат θ^* , φ^* , ζ , где $\theta^* = \theta$, $\varphi^* = \varphi$, ζ — нормаль к поверхности, центр которой совпадает с центром сферического затупления, ось наклонена под переменным углом β (θ) к оси Z декартовой системы координат X , Y , Z . Система координат θ^* , φ^* , ζ непосредственно связана со сферической поворачивающейся системой координат



Фиг. 1

R, θ, φ [16]. Для пересчета компонент вектора скорости невязкого течения из системы координат R, θ, φ в погранслойную систему координат $\theta^*, \varphi^*, \zeta$ с заданными функциями $\xi_0(\theta), \beta(\theta)$ используются формулы преобразования координат

$$X = R(\theta^*, \varphi^*) \sin \theta^* \cos \varphi^* \cos \beta - R(\theta^*, \varphi^*) \cos \theta^* \sin \beta + \zeta \psi_1$$

$$Y = R(\theta^*, \varphi^*) \sin \theta^* \sin \varphi^* + \zeta \psi_2$$

$$Z = \xi_0(\theta) R(\theta^*, \varphi^*) \cos \theta^* \cos \beta + R(\theta^*, \varphi^*) \sin \theta^* \cos \varphi^* \sin \beta + \zeta \psi_3$$

Здесь $R(\theta^*, \varphi^*)$ — расстояние от центра сферической системы координат до поверхности; ξ_0 — начало центра системы координат R, θ, φ . Зависимость $R = R(\theta^*, \varphi^*)$ определяет геометрию поверхности и задана аналитически в явном или неявном виде, $\psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3)$ — вектор нормали к поверхности. Преобразование физических компонент вектора скорости V'' (V^R, V^θ, V^φ) сферической системы координат к компонентам вектора погранслойной системы V' (V^x, V^y, V^z) осуществляется с использованием матрицы $D^{-1} = A^{-1}C^{-1}$

$$V' = D^{-1}V''$$

Матрица A определяет переход от погранслойной системы координат $\theta^*, \varphi^*, \zeta$ к декартовой прямоугольной X, Y, Z , матрица C — от сферической к декартовой. Метрические коэффициенты поверхности g_{ij} в приближении пограничного слоя определяются через значения функций R и ее производных.

Для расчета пограничного слоя на остальной части поверхности вводится система координат, соответствующая цилиндрической системе координат Z, r, φ . Преобразование координат от погранслойной системы координат ξ, η, ζ к декартовой прямоугольной X, Y, Z ($\eta = \varphi$) имеет вид

$$X = r_0 \cos \eta + \zeta \psi_1, \quad Y = r_0 \sin \eta + \zeta \psi_2, \quad Z = \xi + \zeta \psi_3$$

$$\psi_1 = (\cos \eta + r_{0\eta}' \sin \eta / r_0) / \Delta, \quad \psi_2 = (\sin \eta - r_{0\eta}' \cos \eta / r_0) / \Delta, \quad \psi_3 = -r_{0z}' / \Delta$$

$$\Delta = \sqrt{1 + r_{0z}'^2 + r_{0\eta}'^2 / r_0^2}$$

где $\psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3)$ — вектор нормали к поверхности в декартовой системе координат.

Метрические коэффициенты в погранслошной системе координат ξ, η, ζ определяются зависимостями

$$g_{11} = 1 + r_{0z}'^2, \quad g_{22} = r_0^2 + r_{0z}'^2, \quad g_{12} = r_{0z}'r_{0\eta}'$$

Такой выбор систем координат, нормально связанных с поверхностью, обусловлен их выбором при расчете полей внешнего невязкого течения и наиболее простой формой преобразования компонент вектора скорости при переходе от одной системы координат к другой.

5. Свойства течения и теплообмена исследуются при обтекании тела сложной формы (фиг. 1) потоком сжимаемого газа под углом атаки $\alpha = 30^\circ$ при $M_\infty = 6$, $\gamma = 1,4$. На основе полученных расчетных результатов анализируется влияние ряда определяющих параметров на развитие пространственных течений. В процессе численного интегрирования исходной системы уравнений определяются основные области течения при ламинарном и турбулентном режимах. Ниже приводятся результаты расчетов для турбулентного режима с $Re_\infty = 2,5 \cdot 10^7$, $t_0 = 0,3$ при $\alpha = 30^\circ$.

Для сверхзвуковой части невязкого обтекания [16] ($\xi \geq 1$) поле течения в пространственном пограничном слое можно условно разделить на несколько характерных областей. Первая область начинается от места перехода сферической части в коническую и продолжается до кабины ($1 \leq \xi \leq 5$); вторая область располагается от кабины до крыльев ($5 \leq \xi \leq 11$); третья — включает крылья и продолжается до кормовой части ($11 \leq \xi \leq 25$).

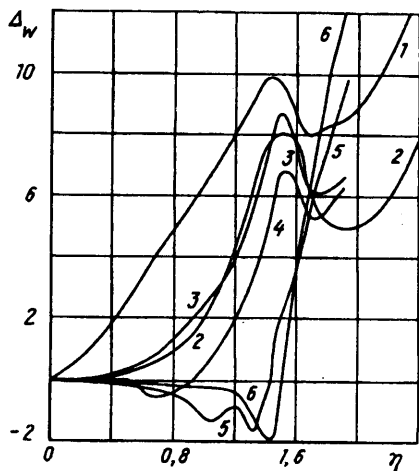
Пространственность потока в пограничном слое характеризуется интенсивностью вторичных течений, которая определяется максимальным значением разности углов $\Delta_w = \omega - \omega_e$. Эту интенсивность удобно оценивать по величине $\Delta_w = \omega_w - \omega_e$ угла разворота предельных линий тока по отношению к линиям тока на внешней границе пограничного слоя. При турбулентном режиме течения значения ω_w близки к значениям ω_e , в случае ламинарного режима их значения существенно различны. С увеличением числа Рейнольдса Re_∞ разность Δ_w уменьшается, т. е. интенсивность вторичных течений убывает. Увеличение температурного фактора t_0 приводит к возрастанию вторичных течений, разность Δ_w растет, но незначительно.

В первой области поток при движении по линиям тока в пограничном слое перетекает с наветренной стороны, где образуется линия растекания $\eta = 0$, на подветренную. На фиг. 2 представлены распределения Δ_w от η для различных ξ . Отмечается общий рост значений Δ_w с увеличением η , некоторое уменьшение на боковой кромке и последующее возрастание на подветренной стороне (кривые 1, 2).

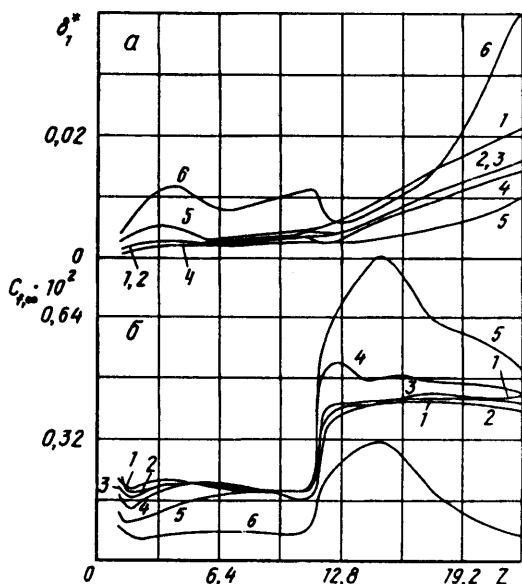
Во второй области на плоском дне тела вторичные течения незначительны, линия симметрии $\eta = 0$ — линия растекания. При переходе через боковую кромку на подветренную сторону Δ_w сначала уменьшается, затем несколько возрастает. При $\xi \geq 11$ поток перестраивается, начинает сказываться влияние искривления боковой кромки и крыльев (кривая 4).

В третьей области линия растекания постепенно перемещается к боковой кромке. На наветренной стороне поток почти плоскопараллелен, Δ_w имеет небольшое отрицательное значение, значения координаты линии растекания η_p заключены в пределах $1,15 \leq \eta \leq 1,5$. Кривые 5, 6 показывают увеличение Δ_w до 10° на подветренной стороне. В целом выделяются сложное геометрическое положение линии растекания вблизи боковой кромки и интенсивные вторичные течения на подветренной стороне.

Полученные характеристики пространственного пограничного слоя и расчетные данные невязкого поля течения [16] вблизи стенки дают возможность определить диапазон изменения определяющих параметров, при котором имеет место по-



Фиг. 2



Фиг. 3

глощение энтропийного слоя пограничным [17, 18]. На интенсивность теплообмена влияние переменности энтропии вдоль границы пограничного слоя в рассматриваемом диапазоне параметров $Re_\infty = 10^7 - 10^8$ сказывается только на больших расстояниях от затупления; с увеличением числа Re_∞ влияния вихревого эффекта становится менее значительным ввиду уменьшения порядка толщин пограничного слоя.

Толщина вытеснения пространственного пограничного слоя δ^* удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \sqrt{\frac{g}{g_{11}}} [\rho_e \mu_e (\delta_1^* - \delta^*)] \right\} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \sqrt{\frac{g}{g_{22}}} [\rho_e w_e (\delta_2^* - \delta^*)] \right\} = 0$$

$$\delta_1^* = \int_0^{\delta} \left[1 - \frac{\rho \mu}{\rho_e \mu_e} \right] d\zeta, \quad \delta_2^* = \int_0^{\delta} \left[1 - \frac{\rho w}{\rho_e w_e} \right] d\zeta.$$

Величина δ^* характеризует обратное влияние пограничного слоя на внешнее невязкое течение. Для его оценки в ряде случаев можно определять величину δ_1^* . Значения толщины вытеснения δ_1^* , обезразмеренные на радиус затупления R_0 , в начальной области на наветренной стороне сохраняют почти постоянные величины, затем уменьшаются на боковой кромке и резко возрастают при переходе через нее. На втором участке кривые распределения δ_1^* для подветренной стороны изменяются подобным образом при их общем росте и достигают значений 0,01. На третьем участке отмечается уменьшение значений δ_1^* на боковой кромке и резкое возрастание на подветренной стороне. Для $\xi = 18$ значения δ_1^* превышают 0,01 на наветренной стороне, а на подветренной достигают значений 0,04—0,14.

На фиг. 3, а представлены кривые распределения δ_1^* в зависимости от ξ при различных η на всех участках. Отмечается общий рост значений δ_1^* при движении по продольной координате для фиксированных η , при наличии локальных максимумов и минимумов. Кривые 1—4 имеют почти постоянные значения на первых двух участках с дальнейшим их монотонным возрастанием. Наибольшие

значения δ_1^* имеет на подветренной стороне (кривая б), хотя на первых двух участках характер изменения немонокотонен. Отмечается локальный минимум в области $\xi = 12 - 12,8$. Наибольшее утоньшение энтропийного слоя, согласно данным невязкого обтекания, отмечается в тех же зонах, где наблюдается минимум толщин пограничного слоя. Так, для расчетных значений параметров при $\xi \geq 18$ в потоке имеются участки, где толщина вытеснения пограничного слоя заметно возрастает и возникает необходимость в учете вихревого эффекта.

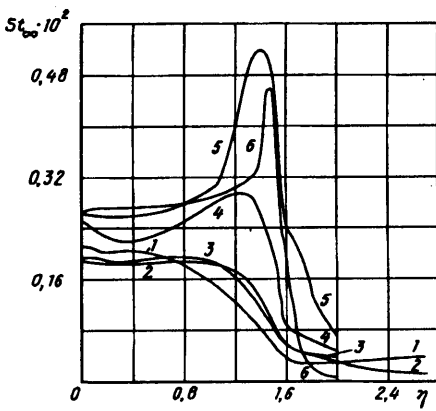
Распределения коэффициента трения $C_{f, \infty} = 2\tau_w / (\rho_\infty v_\infty^2)$, характеризующие полное локальное трение τ_w на поверхности вдоль линий $\xi = \text{const}$ ($\xi = 1,25 - 22,75$), показывают следующие особенности: в первой области ($1 \leq \xi \leq 5$) максимум значений трения достигается либо на линии $\eta = 0$ наветренной стороны в плоскости симметрии, либо в ее окрестности; при движении вдоль линий тока на подветренную сторону значения локального трения τ_w уменьшаются и становятся в 4—10 раз меньше максимальных значений.

Наличие локального максимума давления вблизи линии симметрии обуславливает перестройку течения в этой области и, как следствие, сказывается на распределении трения. Минимум коэффициента трения $C_{f, \infty}$ соответствует положению линий стекания. На наветренной стороне второго участка значения $C_{f, \infty}$ почти постоянны, затем несколько возрастают в области боковой кромки, где имеется максимум при $\eta \approx 1,2$, и падают на подветренной стороне. Для распределения $C_{f, \infty}$ от η вдоль $\xi = 11,75$ уровень значений превышает в 2 раза значения остальных кривых второго участка, что объясняется перестройкой течения в области начала крыльев. Здесь максимум значений располагается на боковой кромке при $\eta \approx 1,3$. Ниже по потоку в третьей области на боковой кромке образуется линия растекания с максимальными значениями трения. На подветренной стороне тела с ростом поперечной координаты η происходит резкое падение значений трения до нуля, что указывает на образование области вязкого отрыва.

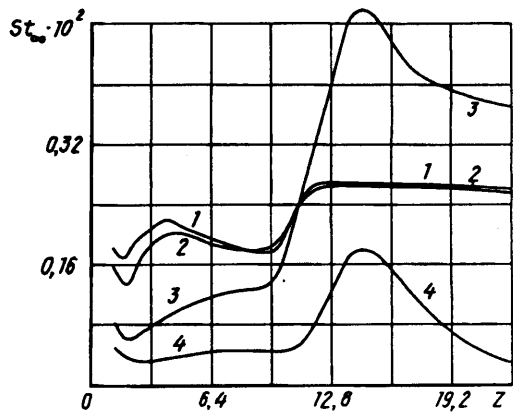
Распределения значений $C_{f, \infty}$ вдоль линий $\eta = \text{const}$ ($\eta = 0,3491, 0,6981, 1,0471, 1,3962, 1,7453, 2,0943$) в зависимости от ξ представлены на фиг. 3, б. В области начала крыльев ($\xi \approx 11$) происходит резкое возрастание $C_{f, \infty}$; наибольшие значения локального трения реализуются на боковой кромке при $\eta \approx 1,4$, в окрестности которой возникает линия растекания. Максимальное значение $C_{f, \infty}$ имеет при $\xi \approx 14,8$, затем его значения уменьшаются с возрастанием ξ . При больших значениях ξ ($17,25 \leq \xi \leq 25$) значения $C_{f, \infty}$ снижаются на боковой кромке, незначительно изменяясь на наветренной стороне. На большей части поверхности тела основной вклад в величину локального трения τ_w вносит продольная составляющая трения τ_1 , но существуют участки подветренной стороны, где значения поперечной составляющей трения τ_2 имеют порядок τ_1 .

Величина локального теплового потока на поверхности характеризуется коэффициентом теплопередачи $St_\infty = q_w / (H_w - H_*) \rho_\infty V_\infty$. На фиг. 4 приводятся распределения St_∞ в зависимости от η при различных значениях ξ . В первой области максимальные значения St_∞ определены на наветренной линии симметрии $\eta = 0$. Для значений ξ из диапазона $1,25 \leq \xi \leq 3,25$ тепловой поток падает с увеличением η , на подветренной стороне его значения в 4—5 раз меньше значений на наветренной стороне. Выделяется область малых изменений St_∞ на наветренной стороне, которая соответствует плоскому участку дна тела. Значения локальных минимумов St_∞ подветренной стороны соответствуют положениям линии стекания.

На втором участке наветренной стороны от $\eta = 0$ до $\eta = 1,1$ значения St_∞ меняются мало, с увеличением η наблюдается резкое уменьшение теплового



Фиг. 4



Фиг. 5

потока. На боковой кромке расчетные кривые почти сливаются. Величина St_∞ на подветренной стороне на порядок меньше значений на наветренной стороне. Максимальные значения St_∞ соответствуют области резкого изменения кривизны поверхности ($0,65 \leq \eta \leq 1,10$). В области начала крыльев ($\xi \approx 11$) происходит резкая перестройка течения, которая отражается на характеристиках теплообмена — значения теплового потока q_w резко возрастают.

На третьем участке максимальные значения St_∞ образуются в зонах наибольшего изменения кривизны боковой кромки, они соответствуют положениям координаты η_d линии растекания. На наветренной стороне значения q_w изменяются слабо. При удалении от η_d уровень тепловых потоков падает, особенно сильно на подветренной стороне.

Распределения числа St_∞ в зависимости от продольной координаты ξ для различных значений η приводится на фиг. 5. Максимальные значения q_w на поверхности имеют место на боковой кромке $\eta \approx 1,4$. Локальный максимум реализуется на этой кривой при $\xi = 14,8$, вниз по потоку значения q_w уменьшаются. На наветренной стороне тела изменения St_∞ вдоль $\eta = \text{const}$ незначительны — сказывается плоская форма дна. На наветренной стороне тела тепловые потоки выше, чем на подветренной. В конце тела на подветренной стороне уменьшение тепловых потоков существенно. С увеличением температурного фактора t_0 тепловые потоки к поверхности уменьшаются, но кривые распределения St_∞ от η остаются подобными.

Представленные результаты показывают, что максимальные значения теплового потока q_w и локального трения τ_w реализуются в основном на линиях растекания, минимальные соответствуют линиям стекания на поверхности тела. В области начала крыльев происходит резкая перестройка течения, которая отражается на характеристиках теплообмена. В области изменения кривизны передней кромки крыла ($\xi \approx 15$) в плоскости $\eta = 1,57$ взаимодействуют сверхзвуковые потоки, прошедшие над различными участками кромки. Поток сжимается, происходит резкое повышение давления, затем его изменения становятся более равномерными. Вследствие этого взаимодействия необходимо допускать возможность локального усиления теплообмена в области вниз по потоку для $\xi \geq 15$ [19].

Представленные результаты численного исследования характеристик течения и теплообмена на теле сложной формы показывают пространственный характер перетекания потоков в пограничном слое. При угле атаки $\alpha = 30^\circ$ на подветренной стороне тела образуется область отрыва, которая ограничивает применимость

уравнений пограничного слоя. Для более полного описания особенностей течения и теплообмена в этих областях, а также взаимодействия ударных волн и скачков уплотнения с пограничным слоем необходимо привлекать более сложные модели течения вязкого газа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федяевский К. К., Гиневский А. С., Колесников А. В. Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости. Л.: Судостроение, 1973. 256 с.
2. Алексин В. А., Шевелев Ю. Д. Численное исследование пространственных турбулентных пограничных слоев. Метод расчета: Препринт № 147. М.: ИПМех АН СССР, 1980. 68 с.
3. Ротта Ю. Х. Семейство моделей турбулентности для трехмерных пограничных слоев//Турбулентные сдвиговые течения. Т. 1. М.: Машиностроение, 1982. С. 279—290.
4. Алексин В. А., Шевелев Ю. Д. Пространственный турбулентный пограничный слой на теле сложной формы//Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 5. С. 25—35.
5. Алексин В. А., Казейкин С. Н. Теплообмен в пространственном пограничном слое при обтекании тела сложной формы под большими углами атаки//Гагаринские научные чтения по космонавтике и авиации, 1987 г. М.: Наука, 1988. С. 121—133.
6. Hirshel F. H., Kordulla W. Shear Flow in surface-oriented coordinates//Notes on Numer. Fluid Mech. V. 4. Friedr. Vieweg and Sohn Braunschweig, Wiesbaden, 1981—1986. (Рус. перев.: Хиршель Э., Кордулла В. Сдвиговое течение сжимаемой жидкости. М.: Мир, 1987. 253 с.)
7. Wang K. O. On The Determination of the zones of influence and dependence for three-dimensional boundary layer equations//J. Fluid Mech. 1971. V. 48. Pt 2. P. 387—404.
8. Bradshaw P. Calculation of three-dimensional turbulent boundary layers//J. Fluid Mech. 1971. V. 46. Pt 3. P. 417—445.
9. Максим П. Л., Петухов Б. С., Поляков А. Ф. Расчет турбулентного переноса тепла при стабилизированном течении в трубах//Тепломассобмен-V. Т. 1. Минск, 1976. С. 14—24.
10. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое//Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. М.: Наука, 1964. С. 304—325.
11. Three-dimensional turbulent boundary-layer//IUTAM Sump. 1982/Ed. H. H. Fernholz, E. Krause. Berlin etc.: Springer, 1982. 386 p. (Рус. перев.: Трехмерные турбулентные пограничные слои. М.: Мир, 1986. 384 с.)
12. Kordulla W. Investigations Related to the inviscid-viscous interaction in transonic flows about finite 3D wings//AIAA Pap. 1977. № 77—209. 13 p.
13. Cebeci T., Khattab A. K., Stewartson K. Three-dimensional laminar boundary layers and the OK of accessibility//J. Fluid Mech. 1981. V. 107. P. 57—87.
14. Lindhout J. P. F., De Bruid A. C., Gooden J. M. A method for three-dimensional boundary layer calculations on arbitrary bodies//Three-Dimensional Turbulent Boundary Layers. Berlin etc.: Springer, 1982. P. 298—308.
15. Казейкин С. Н., Семушкина Е. В., Шевелев Ю. Д. О некоторых методах расчета и визуализации геометрии сложной формы: Препринт № 286. М.: ИПМ АН СССР, 1987. 43 с.
16. Погорелов Н. В., Шевелев Ю. Д. Численное исследование сверхзвукового обтекания передней части затупленных тел под большими углами атаки: Препринт № 175. М.: ИПМ АН СССР, 1981. 52 с.
17. Аедуевский В. С. Влияние кривизны ударной волны на теплообмен при трехмерном обтекании тел сверхзвуковым потоком//Исследование теплообмена в потоках жидкости и газа. М.: Машиностроение, 1965. С. 29—54.
18. Елькин Ю. Г., Ермак Ю. Н., Липатов И. И., Нейланд В. Я. Поглощение энтропийного слоя на затупленном конусе в гиперзвуковом потоке вязкого газа//Уч. зап. ЦАГИ. 1983. Т. 12. № 1. С. 18—25.
19. Боровой В. А., Давлет-Кильдеев Р. З., Рыжкова М. В. Об особенностях теплообмена на поверхности некоторых несущих тел при больших сверхзвуковых скоростях//Изв. АН СССР. МЖГ. 1968. № 1. С. 101—106.