

УДК 532.522.2.013.2:532.135

© 1995 г. В. М. ШАПОВАЛОВ

## НЕСТАЦИОНАРНЫЕ РЕЖИМЫ ТЕЧЕНИЯ НЕПРЯМОЛИНЕЙНОЙ НАТЯНУТОЙ СТРУИ ПОЛИМЕРА

Рассмотрено течение свободной струи раствора или расплава полимера между насадком, обеспечивающим подачу жидкости с постоянным расходом, и отборным устройством — равномерно вращающимся валком. Точки истечения и отбора (касания струей поверхности валка) находятся на одном уровне, а сама струя лежит в вертикальной плоскости. Под действием гравитационных сил струя провисает на величину, зависящую от натяжения, плотности жидкости, длины зоны течения и соотношения скоростей отбора и истечения.

Исследованы механизмы потери устойчивости при динамических возмущениях струи в различных режимах, выяснено влияние неизотермичности на динамические режимы течения.

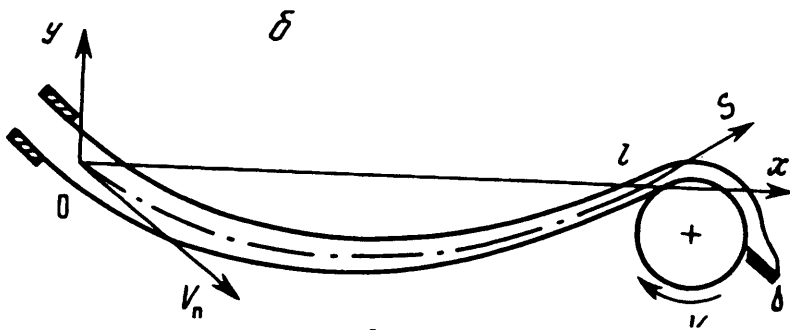
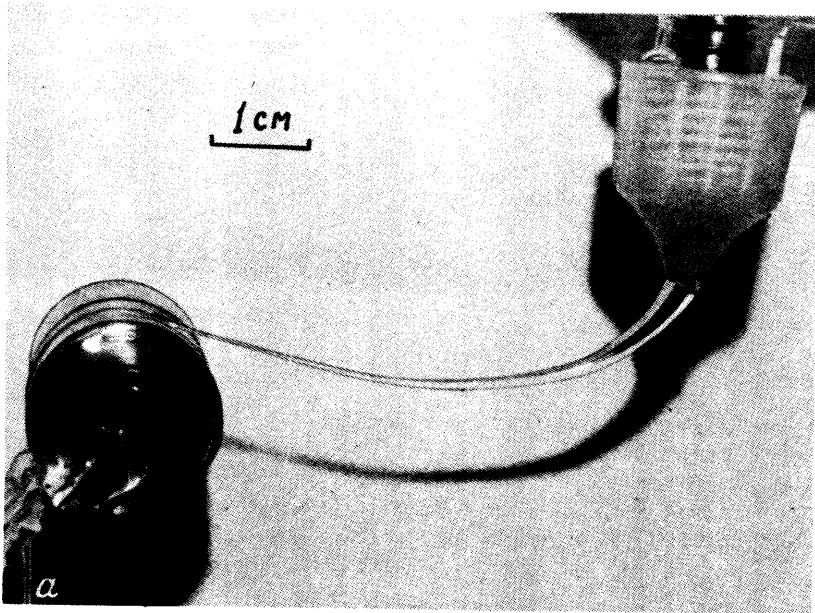
Исследуемое течение непосредственно связано с теоретическими проблемами формирования полимерных волокон и пленок, кроме того, может использоваться для элонгационной реометрии. Так, в [1] предлагается контролировать продольную вязкость высоковязких жидкостей по величине провисания струи.

Первые стационарное равновесие непрямолинейной струи было рассмотрено в [2]. Уравнения баланса импульса позволяют рассчитать напряжение в струе, зная лишь расход жидкости, форму оси струи и закон изменения радиуса струи по ее длине. В работах [3—5] рассмотрено стационарное течение непрямолинейной струи при фиксированной скорости отбора. Обнаружено и подробно описано специфическое для этого вида течения явление бифуркации растягивающих напряжений и провисаний. Струя имеет два положения статического равновесия [4, 5]. Существует критическая скорость отбора (точка вырождения бифуркации), ниже которой течение невозможно. Соответствующее критическое провисание составляет  $\sim 0,4$  от длины зоны течения.

Экспериментально двойственность течения удалось наблюдать при горизонтальном формировании плоской пленки из расплава полипропилена. Для высоковязких жидкостей (раствор полиизобутилена в декалине, патока) в лабораторных условиях получено подтверждение существования критической скорости отбора и критических провисаний. Закритическое течение (течение с большими провисаниями) в изотермических условиях реализовать не удалось ввиду низкой прочности струи в точке отбора. Обзор задач нестационарного течения прямолинейной струи дан в [6]. Из последних работ, посвященных прямолинейным натянутым струям, следует отметить [7, 8].

1. Постановка задачи. Общий вид свободной струи раствора полиизобутилена представлен на фиг. 1, а. Подача жидкости в насадок осуществлялась шнековым питателем. С вращающегося валка жидкость удалялась скребком.

На фиг. 1, б показаны схема течения и система координат. Начало прямоугольной системы координат помещено в центре сечения струи за зоной перестройки профиля скорости жидкости после выхода из насадка. Координаты  $x$  и  $y$  характеризуют положение центра тяжести произвольного сечения струи. Ось  $x$  направлена горизонтально,  $y$  — вертикально. Начальная осевая скорость



Фиг. 1

$v_0$ . Скорость отбора  $v$ , равна окружной скорости вала. Инерцией жидкости можно пренебречь при малых числах Рейнольдса  $Re^0 = \rho v l / \eta$  ( $l$  — длина зоны течения;  $v$  — скорость осевая;  $\eta$  — вязкость;  $\rho$  — плотность жидкости). Кроме того, будем пренебрегать сопротивлением трения о воздух, поверхностным натяжением жидкости и продольным кондуктивным переносом тепла в струе. Учитываем радиационную и конвективную составляющие теплообмена.

Исследование будем вести в приближении тонкой струи, осредняя все параметры по ее радиусу [2—8]. В случае ньютоновской жидкости с вязкостью, зависящей от температуры по закону Аррениуса, квазиодномерные уравнения распространения тепла, неразрывности и количества движения в струе имеют вид

$$\rho C f \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial S} \right) = -2\pi a \alpha^0 (T - T_c) - 2\pi a \sigma \varepsilon \left[ \left( \frac{T}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_c}{100} \right)^4 \right]$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f v}{\partial S} = 0, \quad H \frac{\partial \operatorname{tg} \varphi}{\partial x} = \frac{\pi a^2 \rho g}{\cos \varphi}, \quad H = f \sigma_{11} \cos \varphi \quad (1.1)$$

$$\sigma_{11} = 3\eta \frac{\partial v}{\partial S}, \quad \eta = \eta_0 \exp \left[ \frac{E}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right]$$

$$\frac{dS}{dx} = \sqrt{1 + y'^2}, \quad y' = \frac{dy}{dx}, \quad \operatorname{tg} \varphi = y'$$

Здесь  $t$  — время;  $S$  — продольная координата, отсчитываемая вдоль оси невозмущенной струи;  $f$  — площадь сечения струи (сечение струи — круг радиуса  $a$ ;  $f = \pi a^2$ );  $v$  — скорость в направлении  $S$ ;  $H$  — горизонтальная составляющая натяжения;  $\sigma_{11}$  — растягивающее напряжение;  $C$  — теплоемкость жидкости;  $a_0$  — начальный радиус струи;  $\varphi$  — угол наклона касательной к траектории струи;  $g$  — ускорение свободного падения;  $\sigma$  — постоянная Стефана — Больцмана;  $\varepsilon$  — степень черноты;  $\eta_0$  — вязкость жидкости при температуре  $T_0$ ;  $T_0$  — начальная температура;  $T$  — текущая температура;  $T_c$  — температура окружающей среды;  $E$  — энергия активации;  $R$  — универсальная газовая постоянная. Коэффициент теплоотдачи  $\alpha^\circ$  определяется из уравнения [9]

$$\operatorname{Nu} = 0,325 \operatorname{Re}^{0,3}, \quad \operatorname{Nu} = \frac{2a\alpha^\circ}{\lambda_c}, \quad \operatorname{Re} = \frac{2av\rho_c}{\eta_c}$$

Здесь  $\operatorname{Nu}$ ,  $\operatorname{Re}$  — числа Нуссельта и Рейнольдса;  $\lambda_c$ ,  $\rho_c$ ,  $\eta_c$  — коэффициент теплопроводности, плотность и вязкость окружающей среды.

Начальные и граничные условия для уравнений (1.1)

$$t = 0, \quad a = a_*(x), \quad v = v_*(x), \quad y = y_*(x), \quad T = T_*(x)$$

$$t > 0, \quad x = 0, \quad a = a_0, \quad v = v_0, \quad y = 0, \quad T = T_0;$$

$$x = l, \quad v = v_1, \quad y = 0$$

(1.2)

Здесь и ниже звездочкой обозначены переменные и параметры, соответствующие стационарному течению.

Введем безразмерные переменные и параметры

$$X = \frac{x}{l}, \quad Y = \frac{y}{l}, \quad V = \frac{v}{v_0}, \quad r = \frac{a}{a_0}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_0 - T_c}, \quad \tau = \frac{tv_0}{l}$$

$$K = \frac{v_1}{v_0}, \quad q = \frac{Hl}{3\eta_0\pi a_0^2 v_0}, \quad B = \frac{\rho g l^2}{3\eta_0 v_0}, \quad E^\circ = \frac{E}{RT_0}, \quad A = \frac{T_c}{T_0 - T_c}$$

$$\operatorname{St}_0 = \frac{\lambda_c}{\rho C v_0 a_0^2}, \quad \operatorname{Re}_* = \frac{2a_0 \rho_c v_0}{\eta_c}, \quad \sigma_R = \frac{2\sigma \varepsilon a_0 (T_0 - T_c)^3}{10^8 \lambda_c} \quad (1.3)$$

Из (1.1)–(1.3) для стационарного течения имеем задачу

$$\frac{dV_*}{dX} = q_* V_* \operatorname{ch}^2 \xi_* \exp \left[ \frac{E^\circ (\theta_* - 1)}{\theta_* + A} \right], \quad \frac{d\xi_*}{dX} = \frac{B}{q_* V_*}$$

$$\frac{dY_*}{dX} = \operatorname{sh} \xi_*, \quad \frac{d\theta_*}{dX} = -\operatorname{St}_* \theta_* \frac{\operatorname{ch} \xi_*}{\sqrt{V_*}}, \quad V_* r_*^2 = 1$$

$$\operatorname{St}_* = 0,325 \operatorname{St}_0 \operatorname{Re}_*^{0,3} V_*^{0,65} + \sigma_R \operatorname{St}_0 [(\theta_* + A)^2 + A^2] (\theta_* + 2A)$$

$$X = 0, \quad \theta_* = V_* = 1, \quad \xi_* = \xi_{*0}, \quad Y_* = 0; \quad X = 1, \quad V_* = K, \quad Y_* = 0 \quad (1.4)$$

Условия отбора (при  $X = 1$ ) используются для вычисления параметров  $q_*$  и  $\xi_*$  методом стрельбы.

Задача нестационарного течения решалась численно; линейаризация не проводилась. Вначале находилось стационарное решение при не зависящих от

времени граничных условиях (1.4). Нестационарные решения представлялись в виде

$$\begin{aligned} r &= r_*(X) [1 + \alpha(X, \tau)], \quad V = V_*(X) [1 + \beta(X, \tau)] \\ Y &= Y_*(X) + \gamma(X, \tau), \quad \theta = \theta_*(X) [1 + \delta(X, \tau)] \end{aligned} \quad (1.5)$$

Из уравнений (1.1) с учетом (1.3)—(1.5) получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta}{\partial \tau} + F_1 \frac{\partial \delta}{\partial X} &= (1 + \delta) F_4, \quad \frac{\partial \alpha}{\partial \tau} + F_1 \frac{\partial \alpha}{\partial X} = F_2, \quad \frac{\partial \beta}{\partial X} = F_3 \\ \frac{\partial \gamma}{\partial X} &= \text{sh } \zeta - \text{sh } \xi_*, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial X} = \frac{B(1 + \alpha)^2}{qV_*}, \quad F_1 = \frac{(1 + \beta)V_*}{\text{ch } \zeta} \\ F_2 &= -\frac{(1 + \alpha)V_*}{2 \text{ch } \zeta} F_3, \quad F_3 = \frac{q \text{ch}^2 \zeta}{(1 + \alpha)^2} \exp \left\{ \frac{E^* [\theta_*(1 + \delta) - 1]}{A + \theta_*(1 + \delta)} \right\} - \\ &- q_*(1 + \beta) \text{ch}^2 \xi_* \exp \left[ \frac{E^* (\theta_* - 1)}{\theta_* + A} \right], \quad F_4 = \frac{(1 + \beta) \text{ch } \xi_*}{\text{ch } \zeta} \text{St}_* - \text{StSt}_0 \\ \text{St} &= 0,325 \text{Re}_*^{0,3} V_*^{1,5} \frac{[(1 + \beta)(1 + \alpha)]^{0,3}}{(1 + \alpha)^2} + \frac{\sigma_R \sqrt{V_*}}{(1 + \alpha)} [\theta_*(1 + \delta) + 2A] \cdot \\ &\cdot \{[\theta_*(1 + \delta) + A]^2 + A^2\} \end{aligned} \quad (1.6)$$

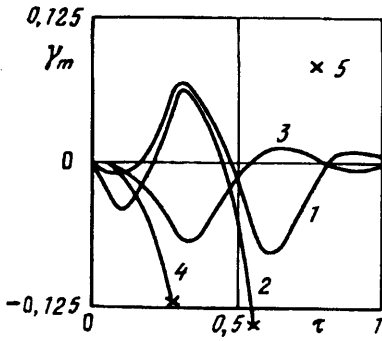
Исследовались динамические процессы в струе при ступенчатом возмущении начального радиуса, скорости или температуры. В общем случае условия для отклонений имеют вид

$$\begin{aligned} \tau = 0, \quad \alpha = \beta = \gamma = \delta = 0, \quad \zeta = \xi_*; \quad \tau > 0, \quad X = 0, \quad \alpha = \alpha_0, \\ \beta = \beta_0, \quad \delta = \delta_0, \quad \gamma = 0, \quad \zeta = \zeta_0(\tau); \quad \tau > 0, \quad X = 1, \quad \beta = \gamma = 0 \end{aligned} \quad (1.7)$$

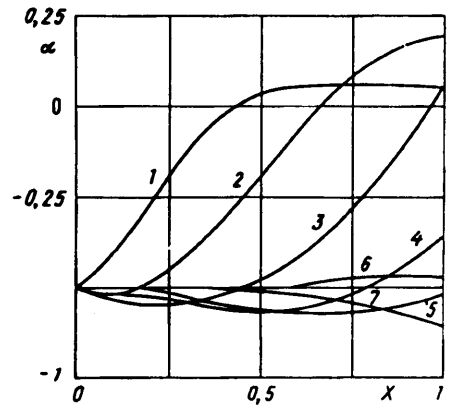
Задача решалась численно по методике, применявшейся для прямолинейных струй [9]. В пределах каждого «временного слоя» уравнения для  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\zeta$  решались методом Рунге — Кутты четвертого порядка (задача Коши для системы трех уравнений первого порядка). С учетом условий отбора  $\beta(X=1, q, \zeta_0) = 0$ ,  $\gamma(X=1, q, \zeta_0) = 0$  как системы трансцендентных уравнений параметры  $q$ ,  $\zeta_0$  находились по алгоритму секущих-хорд [10]. (Указанные параметры являются функциями времени и вычисляются для каждого «временного слоя».) При дискретизации уравнений конвективного переноса для  $\alpha$  и  $\delta$  использовались схемы «невяный левый уголок» или «явный левый уголок» в зависимости от текущего значения числа Курранта [12]. Шаг по  $X$  составлял 0,1, по  $\tau$  — 0,01. Оценка точности, выполненная путем изменения шага, показала, что погрешность не превышает 5%. Точность расчета  $q$  и  $\zeta_0$  —  $\pm 10^{-5}$ .

**2. Результаты численного решения.** Для изотермических условий рассмотрены стационарные течения, имеющие близкие кратности вытяжки: докритическое ( $B = 5$ ;  $q_* = 1,5$ ;  $\xi_*(X=0) = -0,928$ ;  $Y_*(X=0,5) = -0,181$ ;  $K = 5,98$ ), закритическое ( $B = 5$ ;  $q_* = 0,5$ ;  $\xi_*(X=0) = -2,252$ ;  $Y_*(X=0,5) = -0,628$ ;  $K = 5,76$ ), критическое ( $B = 5$ ;  $q_* = 0,922$ ;  $Y_*(X=0,5) = -0,341$ ;  $\xi_*(X=0) = -1,49$ ;  $K = 4,74$ ). Характерные соотношения для докритического и закритического течения следующие:

$$\begin{aligned} -Y_m \leq 0,4, \quad \frac{\partial K}{\partial q} > 0, \quad \frac{\partial |Y_m|}{\partial K} < 0, \quad \frac{\partial |Y_m|}{\partial B} > 0 \\ -Y_m \geq 0,4, \quad \frac{\partial K}{\partial q} < 0, \quad \frac{\partial |Y_m|}{\partial K} > 0, \quad \frac{\partial |Y_m|}{\partial B} < 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$



Фиг. 2



Фиг. 3

где  $Y_m = Y(X=0,5)$  — провисание средней части струи. В критической точке (точке вырождения бифуркации):  $-Y_m \approx 0,4$ ,  $\partial Y_m / \partial K = \partial K / \partial q = 0$ .

Для неизотермических условий проанализировано течение расплава полипропилена без учета теплового эффекта кристаллизации при следующих значениях параметров:  $T_0 = 513$  К,  $T_c = 293$  К;  $E = 46$  кДж/моль,  $\varepsilon = 1$ ,  $\eta_0 = 10^2$  Па·с,  $R = 8,31$  Дж/моль·К,  $C = 3$  кДж/кг·К,  $\rho = 800$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_c = 1,2$  кг/м<sup>3</sup>,  $\lambda_c = 0,025$  Вт/м·К,  $a_0 = 10^{-3}$  м,  $v_0 = 7 \cdot 10^{-3}$  м/с,  $l = 0,1$  м,  $\sigma = 5,67$  Вт/м<sup>2</sup>К<sup>4</sup>,  $St_0 = 0,15$ ,  $Re_* = 0,96$ ,  $\sigma_R = 0,0483$ ,  $E^* = 11$ . В идентичных условиях охлаждения рассмотрены два стационарных течения: докритическое ( $Y_{*m} = -0,1318$ ;  $q_* = 2$ ;  $B = 5$ ;  $K = 5,021$ ;  $\xi_{*0} = -0,691$ ;  $\theta_*(X=1) = 0,912$ ) и закритическое ( $Y_{*m} = -1,213$ ;  $q_* = 0,26$ ;  $B = 5$ ;  $K = 5,037$ ;  $\xi_{*0} = -3,127$ ;  $\theta_*(X=1) = 0,79$ ).

Для раскрытия механизмов потери устойчивости достаточно рассмотреть изотермическое течение, поэтому предварительно в (1.4)—(1.7) положим  $\theta_* = 1$ ;  $St_* = St_0 = \delta_0 = 0$ . На фиг. 2 представлена кинетика отклонения средней части струи  $\gamma_m = \gamma(X=0,5)$  при ступенчатом возмущении начального радиуса в докритической фазе течения ( $\beta_0 = 0$ ); кривые 1—4 отвечают  $\alpha_0 = -0,5$ ;  $-0,6$ ;  $0,2$ ;  $0,25$ . На графиках значками 5 обозначены точки потери устойчивости.

При малых возмущениях движение асимптотически устойчиво. Нулевые остаточные отклонения обусловлены идентичностью растягивающих напряжений в моменты  $\tau = 0$  и  $\tau = \infty$ . Увеличение (уменьшение) сечения струи одновременно увеличивает (уменьшает) ее вес и растягивающее усилие. По окончании переходного процесса для безразмерного тянущего усилия характерно соотношение

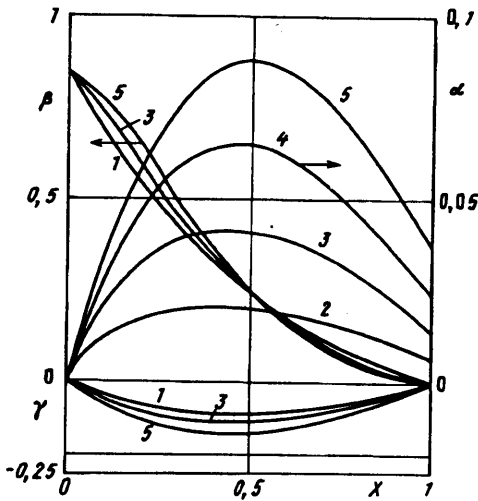
$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} q = q_* (1 + \alpha_0)^2$$

которое также правомерно в закритическом режиме и непосредственно следует из уравнения для  $\alpha$  с учетом

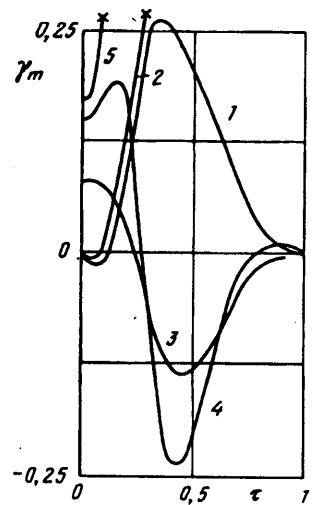
$$\tau \rightarrow \infty, \alpha = \alpha_0, \beta = \gamma = 0, \frac{\partial \alpha}{\partial \tau} \sim \frac{\partial \alpha}{\partial X} \sim 0, \xi_* = \zeta$$

с увеличением возмущения возрастает размах колебаний. Струя теряет устойчивость в пределах первого периода при перемещении вниз в окрестность критических провисаний (кривые 2, 4).

На фиг. 3 представлена эволюция радиуса по длине зоны течения при отрицательном возмущении  $\alpha_0 = -0,5$  ( $\beta_0 = 0$ ) для последовательных (кривые 1—7 отвечают  $\tau = 0,1$ ;  $0,2$ ;  $0,3$ ;  $0,4$ ;  $0,5$ ;  $0,6$ ;  $0,9$ ) моментов времени. После подачи возмущения по длине струи распространяется волна утоньшения. При



Фиг. 4



Фиг. 5

этом в начальном периоде ( $\tau \approx 0,2$ ) имеет место небольшое увеличение радиуса в точке отбора. В момент  $\tau \approx 0,6$  конечное сечение струи минимально, а сама струя максимально провисает (см. фиг. 2). Потеря устойчивости имеет место при  $\alpha_0 \leq -0,6$  и обусловлена прогрессирующим уменьшением сечения в точке отбора.

В случае  $\alpha_0 > 0$  характер эволюции  $\alpha$  качественно подобен представленному на фиг. 3 (если инвертировать знак оси  $\alpha$ ). Опережающая волна малого радиуса, инициированная увеличением начального радиуса и возросшим весом струи, приводит к потере устойчивости из-за прогрессирующего уменьшения сечения в точке  $X = 1$  при  $\tau \approx 0,2$  (см. фиг. 2).

Малые возмущения радиуса ( $-0,6 < \alpha_0 < 0,25$ ) не приводят к потере устойчивости, но вызывают в системе затухающие колебания, о чем свидетельствует характер изменения параметров  $\gamma_m$ ,  $q$ ,  $\alpha$  ( $X = 1$ ). Период колебаний соизмерим с временем, за которое материальная точка проходит от начала до конца зоны деформации.

Эволюция  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  по длине зоны докритического течения при возмущении начальной скорости ( $\beta_0 = 0,85$ ;  $\alpha_0 = 0$ ) показана на фиг. 4. Кривым 1—5 отвечают моменты времени  $\tau = 0,01$ ;  $0,02$ ;  $0,04$ ;  $0,06$ ;  $0,08$ . При  $\tau = 0,08$  расчетная схема теряет устойчивость. Возмущение скорости вызывает ступенчатое уменьшение тянущего усилия  $q$  и увеличение провисания струи (кривая 1). Причиной потери устойчивости является прогрессирующее увеличение радиуса средней части струи. Если потеря устойчивости не наступает, то изменение радиуса выходного сечения носит характер затухающих колебаний. Непосредственно при потере устойчивости средняя часть струи достигает области критических провисаний.

Возмущения начального радиуса в закритическом течении вызывают значительное вертикальное перемещение струи. На фиг. 5 показана кинетика перемещения средней части закритической струи при ступенчатых возмущениях начального радиуса. Кривые 1—5 отвечают  $\alpha_0 = 0,5$ ;  $0,6$ ;  $-0,5$ ;  $-0,55$ ;  $-0,7$  ( $\beta_0 = 0$ ). При потере устойчивости (кривые 2, 5) струя перемещается вверх в область критических провисаний. Из сопоставления с фиг. 2 и анализа эволюций  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  следует, что динамические процессы в обоих течениях подобны (точнее, зеркально перевернуты), а их устойчивости к ступенчатым возмущениям скорости или радиуса сопоставимы.

Взаимосвязь функций  $\gamma_m(\tau)$  и  $q(\tau)$  может быть охарактеризована оценкой, полученной для нерастяжимой тяжелой нити [12]  $q \sim 1/Y_m \sim (Y_{*m} + \gamma_m)^{-1}$ , поэтому графики эволюции натяжения опущены.

Критическое течение весьма неустойчиво. Даже малые возмущения радиуса или скорости ( $\alpha_0 \sim \pm 0,01$ ;  $\beta_0 \sim \pm 0,01$ ) вызывают быструю ( $\tau \sim 0,02$ ) потерю устойчивости.

Устойчивость течения повышается в неизотермических условиях. При этом имеет существенное значение стационарное распределение вязкости по длине струи, зависящее от условий охлаждения и энергии активации. При возмущениях начального радиуса в докритическом течении область допустимых (не приводящих к потере устойчивости) возмущений увеличилась от  $-0,6 < \alpha_0 < 0,25$  до  $-0,7 < \alpha_0 < 0,9$ . Соответственно в закритическом течении область допустимых возмущений увеличилась от  $-0,7 < \alpha_0 < 0,6$  до  $-0,8 < \alpha_0 < 1,9$ . При возмущении начальной скорости область допустимых возмущений в докритическом течении увеличилась от  $-0,7 < \beta_0 < 0,85$  до  $-0,95 < \beta_0 < 1,43$ . В случае ступенчатого возмущения начальной температуры ( $\delta_0 \neq 0$ ,  $\alpha_0 = \beta_0 = 0$ ) устойчивое докритическое течение имело место в интервале  $-0,2 \leq \delta_0 \leq 0,1$ , а закритическое  $-0,2 < \delta_0 < 0,2$ . Механизмы потери устойчивости качественно отличны от неизотермического течения. Так, при  $\delta_0 > 0$  струя обрывается в начале зоны течения, на участке с малой вязкостью, а при  $\delta_0 < 0$  — в конце.

В неизотермических условиях исследованы условия перехода течения из докритического в закритический. Переход осуществлялся путем изменения параметра  $B$ , что равносильно изменению длины зоны течения или ускорения свободного падения. Линейное увеличение  $B$  во времени от 5 до 8,5 приводило к потере устойчивости при достижении струей критических провисаний  $\gamma_m = -0,18$ .

Переход удалось осуществить в диалоговом режиме работы ЭВМ. Начальный шаг по  $B$  был взят 0,5, но при подходе струи к критическим провисаниям шаг постепенно уменьшался до 0,01. При этом струя ступенчато перемещалась вниз. Радиус в средней части увеличивался. В окрестности критических провисаний необходимо замедлить рост  $B$ , для того чтобы увеличенный радиус средней части струи мог достигнуть точки отбора и «укрепить» этот участок струи. С увеличением числа Стантона  $St_0$  период «укрепления» сокращается. Условием перехода струи в закритическое течение является увеличение провисания с уменьшением  $B$  (см. формулы для  $Y_m$  и  $B$  в (2.1)). После достижения струей закритического режима (при этом  $B \approx 8,52$ ,  $\gamma_m \approx -0,18$ ) параметр  $B$  ступенчато, с шагом 0,5, уменьшался до 5. Струя при этом ступенчато перемещалась вниз к равновесному состоянию, соответствующему стационарному закритическому течению.

Таким образом, обнаруженное явление бифуркации не противоречит принципу единственности решения уравнений Навье — Стокса, поскольку режим течения (докритический или закритический) однозначно зависит от организации процесса (начальных условий).

Автор признателен В. М. Ентову за внимание к работе.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шаповалов В. М., Тябин Н. В. Способ измерения вязкости высоковязких жидкостей: А. с. 1193526 СССР//Б. И. 1985. № 43.
2. Ентов В. М., Махкамов С. М., Мукук К. В. Об одном эффекте нормальных напряжений//Инж.-физ. журн. 1978. Т. 34. № 3. С. 514—518.
3. Шаповалов В. М., Тябин Н. В. О форме свободной струи при горизонтальном вытягивании неньютоновской жидкости//Инж.-физ. журн. 1988. Т. 54. № 2. С. 235—241.
4. Шаповалов В. М. Бифуркация напряжений при элонгационном течении свободной струи упруговязкой жидкости//Инж.-физ. журн. 1991. Т. 60. № 2. С. 341—342.

5. Шаповалов В. М. Бифуркация течения свободной струи вязкоупругой жидкости. Черкассы, 1990. 29 с.— Деп. в НИИТЭХИМ 20.06.1990, № 503-хп 90.
6. Ентов В. М., Ярин А. Л. Динамика свободных струй и пленок вязких и реологически сложных жидкостей//Итоги науки и техники. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ. 1984. Т. 18. С. 112—197.
7. Берман В. С., Ярин А. Л. Динамические режимы формирования волокон//Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 6. С. 31—37.
8. Ярин А. Л. Влияние теплопровода на нестационарные режимы формирования волокон//Инж.-физ. журн. 1986. Т. 50. № 5. С. 810—818.
9. Высокоскоростное формирование волокон. М.: Химия, 1983. 486 с.
10. Дьяконов В. П. Справочник по алгоритмам и программам на языке бейсик для персональных ЭВМ. М.: Наука, 1987. 240 с.
11. Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. М.: Наука, 1984. 288 с.
12. Рекач В. Г. Руководство к решению задач прикладной теории упругости. М.: Высш. шк., 1984. 287 с.

Волгоград

Поступила в редакцию  
10.III.1994