

УДК 532.528:532.582.33

© 1995 г. А. Н. ХОМЯКОВ

ЗАВИСИМОСТЬ СОПРОТИВЛЕНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО КОНИЧЕСКОГО КАВИТАТОРА ОТ УГЛА РАСТВОРА КОНУСА И ОТ ЧИСЛА КАВИТАЦИИ

Численное исследование обтекания осесимметричных конических кавитаторов показали, что коэффициент сопротивления кавитатора, подсчитанный по наибольшей площади поперечного сечения каверны, зависит от числа кавитации и от угла раствора конуса.

Сопротивление при обтекании тел с образованием развитой кавитационной полости обычно характеризуется двумя безразмерными параметрами — коэффициентом сопротивления C_x , подсчитанным по характерной площади кавитатора, и коэффициентом C_{xm} , подсчитанным по наибольшей площади поперечного сечения каверны. Обычно считают, что $C_{xm} = k\sigma$ не зависит от формы кавитатора [1—5]. Однако численное исследование обтекания осесимметричных конических кавитаторов, выполненные автором данной статьи в широком диапазоне чисел кавитации σ ($0,005 \leq \sigma \leq 3,0$) и углов полураствора конуса α ($5^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$), показали, что коэффициент k существенно зависит от α , т. е. $k = F(\sigma, \alpha)$.

1. Постановка задачи и метод решения. Рассмотрим стационарное обтекание осесимметричного кавитатора потоком идеальной невесомой и несжимаемой жидкости по схеме Рябушинского (фиг. 1). Определение потенциала течения Φ сводится к решению нелинейной краевой задачи для уравнения Лапласа $\Delta\Phi = 0$ в области, ограниченной поверхностью кавитатора AB , свободной поверхностью каверны BCE и поверхностью замыкателя EF . На границе области течения $\partial\Phi/\partial n = 0$. Участок неизвестной границы BCE есть линия тока, на которой скорость U жидкости постоянна и $U = V\sqrt{1 + \sigma}$, где V — скорость натекающего потока, число кавитации $\sigma = 2(p_\infty - p)/q$, p_∞ — давление на бесконечности, p — давление в каверне, q — скоростной напор натекающего потока. На бесконечности $\Phi = Vx$. Задачу решаем в безразмерных переменных. Обезразмеривание величин производим по радиусу донного сечения кавитатора R , скорости V и скоростному напору q . В безразмерных переменных $R = V = q = 1$ [6].

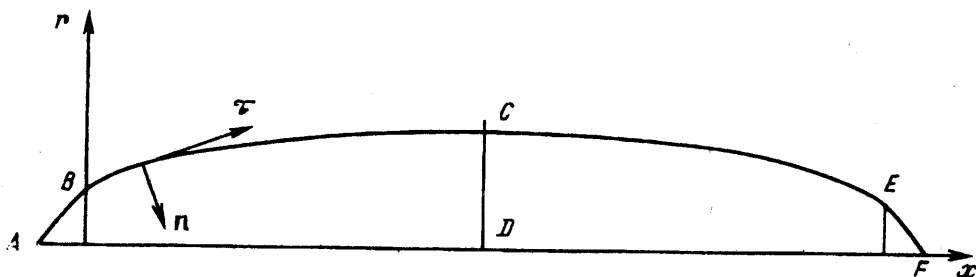
Пусть $x(s)$, $r(s)$, $0 \leq s \leq 2s_*$ — параметрическое представление границы каверны, где $2s_*$ есть длина меридионального сечения каверны от кавитатора до замыкателя. В данной работе используется симметричная схема Рябушинского. Примем, что в т. B $s = 0$ (см. фиг. 1). Тогда

$$x(0) = 0, \quad r(0) = 1, \quad x(s_*) = L, \quad n = (r'_s, -x'_s), \quad \tau = (x'_s, r'_s) \quad (1.1)$$

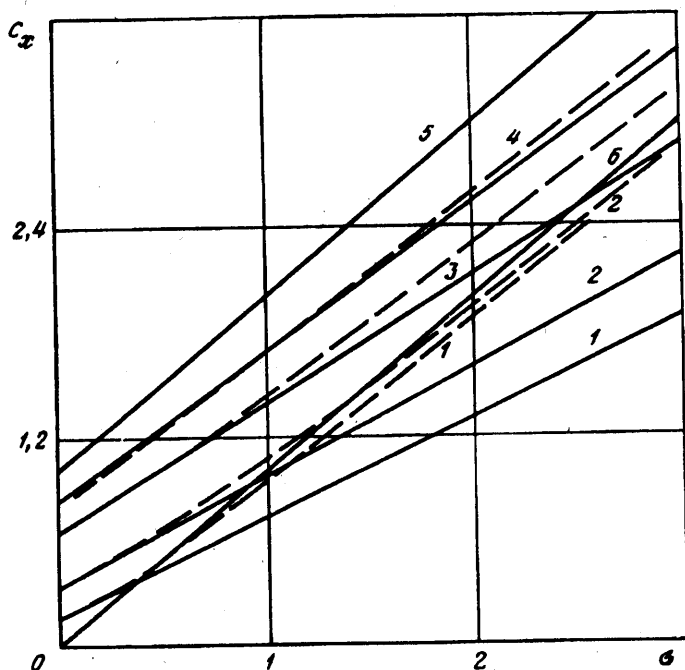
где L — полудлина каверны, r'_s и x'_s — производные от r и x по s .

Возмущение потенциала поля течения $\varphi = \Phi - x$ на границе области течения удовлетворяет условию

$$\varphi_n = \frac{\partial\varphi}{\partial n} = -r'_s = -n_x, \quad \varphi(s) = x(s_*) - x(s) + U(s - s_*), \quad 0 \leq s \leq s_*. \quad (1.2)$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Рассматриваемая задача однопараметрическая, так как при заданной геометрии кавитатора решение полностью определяется, если задан еще один числовой параметр. В качестве такого параметра берем s_* , а величины σ и L определяем в ходе решения.

Задачу решаем методом граничных элементов [6, 7]. Неизвестную форму границы каверны определяем с помощью итераций. В качестве начального приближения принимаем совокупность из двух конических поверхностей с длиной образующей, равной s_* , непрерывно и гладко продолжающих поверхности кавитатора и замыкателя. Эти две конические поверхности пересекаются в сечении $x = L$. На i -м итерационном шаге определяется φ_n^i на границе каверны BCE и вычисляется нормальная составляющая скорости жидкости в средних точках каждого граничного элемента, принадлежащего BCE , $u_n^i = \varphi_n^i + n_x^i$.

Затем определяется угол между направлением скорости потока в рассматриваемых точках и направлением граничных элементов $\alpha^i = \arctan[u_n^i/U]$ и находится новое положение этих граничных элементов. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не будет выполнено условие $\max |u_n^i| \leq \epsilon$, при $0 \leq s \leq s_*$, где ϵ — точность выполнения граничного условия $\varphi_n \parallel_{BC} = -n_x$. В расчете было принято $\epsilon = 0,0001$.

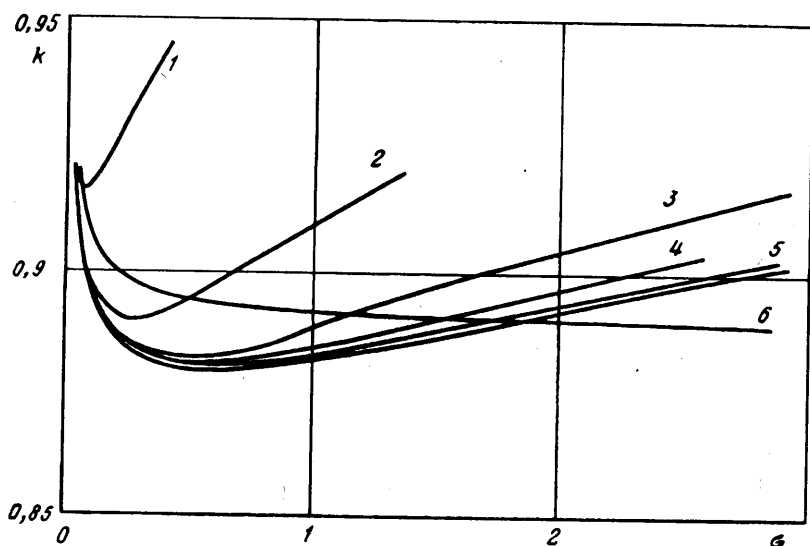
Программа численного решения рассматриваемой задачи была написана на языке (C) и расчеты выполнены на ЭВМ SUN SPARCstation IPC.

Скорость на поверхности кавитатора определяется путем разностного дифференцирования по трехточечной схеме численно найденной и предварительно сглаженной зависимости $\varphi(x, r)$. Для сглаживания был применен метод наименьших квадратов в его простейшей реализации (трехточечная схема и линейная интерполяция [8]). Коэффициент C_x определялся путем численного интегрирования давления, найденного с помощью уравнения Бернулли, по поверхности кавитатора.

2. Зависимость C_x и k от α и σ . На фиг. 2 сплошными линиями 1—4 представлены зависимости C_x от σ для конических кавитаторов с углами полураствора $\alpha = 15, 30, 60, 90^\circ$ соответственно, рассчитанные по аппроксимационным формулам [5]

$$C_x = C_x^*(\alpha_1) + m(\alpha_1)\sigma$$

$$C_x^* = 0,5 + 1,813(\alpha_1 - 0,25) - 2(\alpha_1 - 0,25)^2 \quad (2.1)$$



Фиг. 3

$$m = 0,524 + 0,672\alpha_1,$$

$$\alpha_1 = \alpha/180, \quad 1/12 \leq \alpha_1 \leq 1/2, \quad 0 \leq \epsilon \leq 0,25$$

Сплошные прямые 5 и 6 представляют соответственно точные зависимости $C_x = 1 + \epsilon$ ($\alpha = 180^\circ$) и $C_x = \epsilon$ ($\alpha = 0^\circ$). Наблюдается немонотонность $C_x(\alpha)$ при $\epsilon = \text{const}$ и малых α , аналогичная известной для плоского кавитационного обтекания клина (рис. 5.37 из [9]). Штриховыми линиями даны результаты расчетов автора статьи. Из фиг. 2 следует, что формулы (2.1) вполне удовлетворительны при $0 < \epsilon < \epsilon_m$, где ϵ_m зависит от α :

α°	90	60	30	15
ϵ_m	2	1	0,6	0,25

Рассмотрим коэффициент сопротивления кавитатора $C_{xm} = C_x/R_m^2 = k\epsilon$, где R_m — радиус максимального сечения каверны. В [4] путем аппроксимации результатов численных расчетов обтекания конических кавитаторов в диапазонах $0 \leq \epsilon \leq 0,25$ и $15^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ была предложена формула

$$k = \frac{1+50\epsilon}{1+56,2\epsilon} \quad (2.2)$$

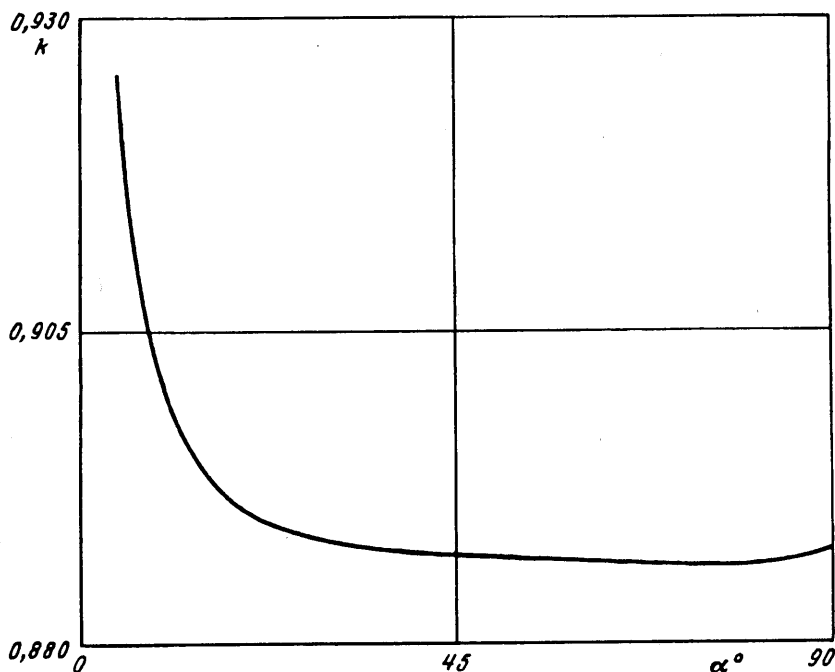
Неточность этой формулы легко установить из рассмотрения предельных случаев $\epsilon \rightarrow \infty$ и $\alpha = 0$. При $\epsilon \rightarrow \infty$ длина каверны стремится к нулю и поэтому $R_m \rightarrow 1$, $C_{xm} \rightarrow C_x \rightarrow 1$, $k \rightarrow 1$. Очевидно также, что при $\alpha = 0$ $k = 1$ для любых ϵ . Хотя эти случаи выходят за пределы указанных диапазонов изменения ϵ и α , ясно, что формулы вида (2.2) плохо подходят для аппроксимации аналитической функции $k(\epsilon, \alpha)$.

Для выявления зависимости k от ϵ и α автором были выполнены численные расчеты кавитационного обтекания конических кавитаторов в широком диапазоне определяющих параметров. При выполнении этих расчетов количество граничных элементов на кавитаторе и каверне выбиралось таким, чтобы была обеспечена точность вычисления k порядка 10^{-3} .

На фиг. 3 кривые 1—4 представляют зависимости $k(\epsilon)$ для $\alpha = 5, 15, 30$ и 45° соответственно, а группа кривых 5 — для $\alpha = 60, 75, 90^\circ$. Кривая 6 изображает формулу (2.2). Вид кривых 1—5 показывает сильную зависимость k от α , а также демонстрирует факт немонотонности k при увеличении ϵ ($k \rightarrow 1$ при $\epsilon \rightarrow \infty$).

На фиг. 4 приведен график $k(\alpha)$ для числа кавитации $\epsilon = 0,2$. Этот график показывает существенное возрастание k при $\alpha < 30^\circ$ и слабую зависимость k от α при $30^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Итак, проведенное исследование показало, что C_{xm} сильно зависит от формы кавитатора. Отметим также наличие слабого минимума $k(\alpha) = C_{xm}/\epsilon$ ($\epsilon = \text{const}$) при $\alpha < 90^\circ$, что дополняет выводы работы



Фиг. 4

[10] существованием оптимального ($C_{лт} = \min$ при $\sigma = \text{const}$) кавитатора в классе осесимметричных конусов.

В заключение автор выражает искреннюю благодарность Г. Ю. Степанову, критические замечания которого помогли сделать работу более убедительной и более наглядной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кнепп Р., Дейли Дж. Хэммит. Кавитация. М.: Мир, 1979. 688 с.
2. Перник А. Д. Проблемы кавитации. Л.: Судостроение, 1966. 440 с.
3. Гогиш Л. В., Степанов Г. Ю. Отрывные и кавитационные течения. М.: Наука, 1990. 384 с.
4. Гузевский Л. Г. Численный анализ кавитационных течений: Препринт № 40—79. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1979. 36 с.
5. Гузевский Л. Г. Аппроксимационные зависимости для осесимметричных каверн за конусами//Гидродинамические течения и волновые процессы: Сб. науч. тр. Ин-та теплофиз. СО АН СССР. Новосибирск, 1983. С. 82—90.
6. Субханжолов Г. И., Хомяков А. Н. Применение метода граничных элементов к расчету осесимметричных каверн//Гидродинамика больших скоростей: Межвуз. сб. науч. тр. Чуваш. ун-та. Чебоксары, 1990. С. 124—132.
7. Бенерджи П., Баттерфилд Р. Методы граничных элементов в прикладных науках. М.: Мир, 1984. 494 с.
8. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. М.: Физматгиз, 1962. Т. 1. 462 с.
9. Гуревич М. П. Теория струй идеальной жидкости. М.: Наука, 1979. 536 с.
10. Гонор А. Л., Забутная В. Н., Ясько Н. Н. О существовании оптимального кавитатора//Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 2. С. 63—68.

Москва

Поступила в редакцию
24.I.1994