

УДК 532.526.2:533.6.011.55

© 1995 г. Е. А. ЛИПЧИНСКИЙ, Г. А. ТИРСКИЙ, С. В. УТЮЖНИКОВ

ЭФФЕКТЫ ВТОРОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ТЕОРИИ  
ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ПРИ ПРОСТРАНСТВЕННОМ  
ОБТЕКАНИИ ТЕЛ БОЛЬШОГО УДЛИНЕНИЯ  
ПОД МАЛЫМИ УГЛАМИ АТАКИ

Численно исследовано влияние эффектов второго приближения теории ламинарного пограничного слоя на теплоперенос при пространственном гиперзвуковом обтекании затупленных конусов большого удлинения.

Влияние эффектов второго приближения теории пограничного слоя вблизи точки торможения впервые подробно исследовано в [1]. В этой работе выделены основные эффекты второго приближения, обусловленные членами порядка  $O(Re^{-1/2})$ , которые не включаются в уравнения Прандтля. Было отмечено, что эффекты поглощения энтропийного слоя пограничным слоем преобладают над всеми другими эффектами второго порядка. В [2] было показано, что вклад эффекта поглощения энтропийного слоя в тепловой поток к поверхности орбитального самолета достигает 50%. Поглощение энтропийного слоя проявляется на больших расстояниях от затупления. Для учета поглощения энтропийного слоя в рамках классической модели Прандтля на телах большого удлинения развиты различные приближенные подходы, как основанные на аналитическом исследовании задачи, так и различные инженерные методы, основанные на приближенном учете завихренности на внешней границе пограничного слоя (см., например, [3—7]).

Система уравнений полного вязкого ударного слоя включает в себя все члены полных уравнений Навье — Стокса, вносящие вклад во второе приближение теории пограничного слоя, и позволяет количественно правильно определить суммарный их вклад. В работе [8] определено влияние рассматриваемых эффектов в случае гиперзвукового осесимметричного обтекания затупленных конусов большого удлинения. Получено, что эффект поглощения энтропийного слоя может приводить к значительному изменению коэффициентов трения и теплопередачи (до 100%) в зоне интенсивного поглощения по сравнению с результатами пограничного слоя в первом приближении (классическая теория). Отмечается, что охлаждение поверхности тела приводит к снижению влияния эффекта поглощения энтропийного слоя. Исследована применимость приближенных методов учета поглощения энтропийного слоя [3—7]. В работе [9] было проведено исследование вклада эффектов второго приближения теории пограничного слоя для случая осесимметричного обтекания затупленных тел воздухом при условии равновесного протекания реакций диссоциации и ионизации в ударном слое.

В настоящей работе исследуется суммарное влияние эффектов второго приближения при пространственном безотрывном обтекании длинных затупленных конусов. В отличие от работы [8] здесь исследуется пространственное течение. Решение во всей области между поверхностью тела и поверхностью ударной волны, включая и дозвуковые области течения, находится единым образом с помощью численного метода, основанного на проведении глобальных итераций [10].

1. Постановка задачи и метод решения. Рассматривается безотрывное обтекание длинных затупленных конусов под малыми углами атаки. Для описания течения газа между поверхностью тела и поверхностью ударной волны применяется система пространственного вязкого ударного слоя, которая содержит все члены полной системы уравнений Навье — Стокса вплоть до членов, имеющих порядок  $O(Re^{-1/2})$ . Выпишем эту систему уравнений в ортогональной системе координат, нормально связанной с поверхностью тела ( $x$  — длина образующей контура тела,  $y$  — расстояние по нормали до поверхности тела,  $\varphi$  — меридиональный угол, отсчитываемый от плоскости растекания) [11]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(H_2 \rho u) + \frac{\partial}{\partial \varphi}(H_1 \rho w) + \frac{\partial}{\partial y}(H_1 H_2 \rho v) &= 0 \\ \rho \left[ Du - \frac{w^2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial x} + \frac{uw}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial \varphi} + \frac{uv}{H_1} \frac{\partial H_1}{\partial y} \right] &= \\ = -\frac{1}{H_1} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{H_1^2 H_2 Re_\infty} \frac{\partial}{\partial y} \left[ H_1^2 H_2 \mu \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{u}{H_1} \right) \right] & \\ \rho \left[ Dw + \frac{wu}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial x} - \frac{u^2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial \varphi} + \frac{vw}{H_2} \frac{\partial H_2}{\partial y} \right] &= \\ = -\frac{1}{H_2} \frac{\partial P}{\partial \varphi} + \frac{1}{H_1 H_2^2 Re_\infty} \frac{\partial}{\partial y} \left[ H_1 H_2^2 \mu \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{w}{H_2} \right) \right] & \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\rho \left[ Dv - \frac{1}{H_1} \frac{\partial H_1}{\partial y} u^2 - \frac{1}{H_2} \frac{\partial H_2}{\partial y} w^2 \right] = -\frac{\partial P}{\partial y}$$

$$\begin{aligned} \rho DH &= \frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{H_1 H_2 \mu}{\sigma Re_\infty} \left[ \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{V_\infty^2 (\sigma - 1)}{2H_\infty} \frac{\partial (u^2 + w^2)}{\partial y} - \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{\sigma u^2 V_\infty^2}{H_\infty H_1} \frac{\partial H_1}{\partial y} - \frac{\sigma w^2 V_\infty^2}{H_\infty H_2} \frac{\partial H_2}{\partial y} \right] \right\} \end{aligned}$$

$$D = \frac{u}{H_1} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{w}{H_2} \frac{\partial}{\partial \varphi} + v \frac{\partial}{\partial y}, \quad H = h + \frac{V_\infty^2}{2H_\infty} (u^2 + w^2 + v^2), \quad h = \frac{\gamma P V_\infty^2}{(\gamma - 1) \rho H_\infty}$$

$$Re_\infty = \rho_\infty V_\infty R(0) / \mu_\infty, \quad H_1 = 1 + \gamma x, \quad H_2 = r_w + y \cos \alpha$$

Здесь  $u, w, v$  — физические компоненты вектора скорости по направлениям  $x, \varphi, y$  соответственно;  $R(x, \varphi)$  — радиус кривизны поверхности тела;  $Re_\infty$  — число Рейнольдса;  $\kappa(x, \varphi) = 1/R(x, \varphi)$  — кривизна поверхности тела;  $\sigma$  — число Прандтля;  $H_1, H_2$  — коэффициенты Ламе;  $\alpha$  — угол наклона образующей тела к оси симметрии тела;  $r_w$  — расстояние от точки на поверхности тела до его оси.

Величины в системе уравнений (1.1) обезразмерены следующим образом: компоненты вектора скорости — на скорость набегающего потока  $V_\infty$ , давление  $P$  — на  $\rho_\infty V_\infty^2$ , полная энтальпия  $H$  — на  $H_\infty$ , величины, имеющие размерность длины, — на радиус затупления  $R(0)$ .

В случае совершенного газа коэффициент вязкости  $\mu$  считается известной функцией абсолютной температуры  $T$ . В расчетах использовался закон Сюзерленда.

Система уравнений (1.1) замыкается следующими граничными условиями. На ударной волне, рассматриваемой как поверхность сильного разрыва, ставятся

обобщенные условия Ренкина — Гюгонио [12]. Данные условия в системе координат  $(x, \varphi, y)$  имеют вид

$$u_s = u_s \operatorname{tg} \beta_s + w_s \operatorname{tg} \gamma_s + K_s V_{\infty} (3)$$

$$P_s = \frac{1}{\gamma M_{\infty}^2} + \frac{V_{\infty}^2 (3) (1 - K_s)}{1 + \operatorname{tg}^2 \beta_s + \operatorname{tg}^2 \gamma_s}$$

$$u_s = V_{\infty} (1) \cos^2 \beta_s - \frac{w_s}{2} \sin 2\beta_s \operatorname{tg} \gamma_s - \frac{K_s}{2} V_{\infty} (3) \sin 2\beta_s + \frac{\mu_s}{\operatorname{Re}_{\infty} V_{\infty} (3)} \left( \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{u}{H_1} \frac{\partial H_1}{\partial y} \right), \quad (1.2)$$

$$w_s = V_{\infty} (2) \cos^2 \gamma_s - \frac{u_s}{2} \sin 2\gamma_s \operatorname{tg} \beta_s - \frac{K_s}{2} V_{\infty} (3) \sin 2\gamma_s + \frac{\mu_s}{\operatorname{Re}_{\infty} V_{\infty} (3)} \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{w}{H_2} \frac{\partial H_2}{\partial y} \right),$$

$$H_s = 1 + \frac{\mu_s}{\sigma \operatorname{Re}_{\infty} V_{\infty} (3)} \left( \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{V_{\infty}^2 (\sigma - 1)}{2H_{\infty}} \frac{\partial (u^2 + w^2)}{\partial y} - \frac{\sigma u^2 V_{\infty}^2}{H_{\infty} H_1} \frac{\partial H_1}{\partial y} - \frac{\sigma w^2 V_{\infty}^2}{H_{\infty} H_2} \frac{\partial H_2}{\partial y} \right)$$

$$\operatorname{tg} \beta_s = \frac{1}{H_{1s}} \frac{\partial y_s}{\partial x}, \quad \operatorname{tg} \gamma_s = \frac{1}{H_{2s}} \frac{\partial y_s}{\partial \varphi}, \quad K_s = \frac{1}{\rho_s}$$

Здесь индекс  $s$  — обозначает величины за поверхностью ударной волны;  $V_{\infty} (i)$ ,  $i = 1, 2, 3$  — компоненты вектора скорости набегающего потока в системе координат  $(x, \varphi, y)$ ;  $\beta_s, \gamma_s$  — углы наклона между поверхностью ударной волны и поверхностью тела;  $y_s = y_s(x, \varphi)$  — отход ударной волны. В качестве граничных условий на поверхности тела задаются условия прилипания, непротекания и охлаждаемой стенки

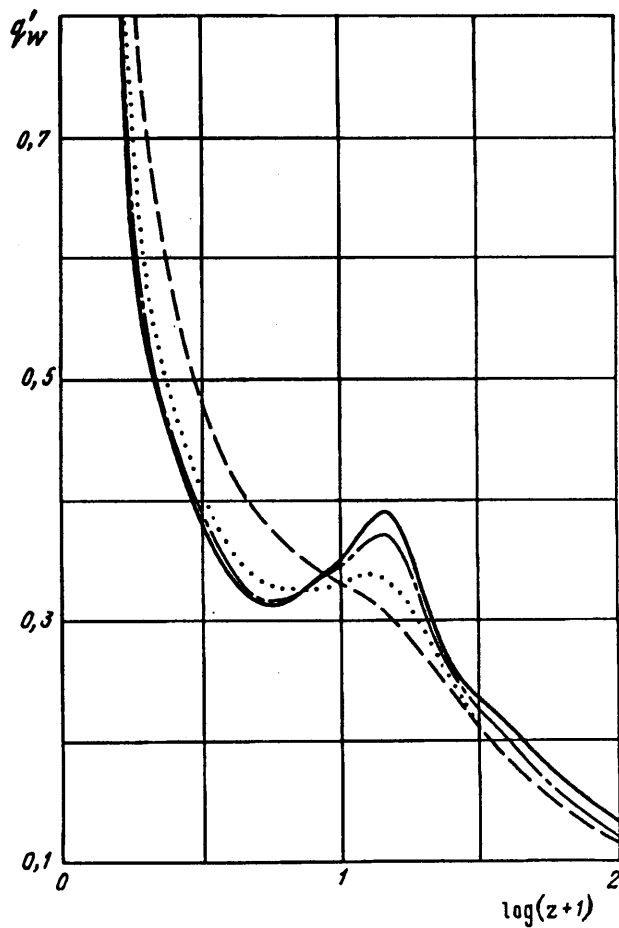
$$u(x, \varphi, 0) = w(x, \varphi, 0) = v(x, \varphi, 0) = 0, \quad H(x, \varphi, 0) = H_w^0 \quad (1.3)$$

Здесь индекс  $w$  — обозначает величины на поверхности тела.

Задача решается в области между поверхностями тела и отошедшей ударной волны:  $0 \leq x \leq x_k$ ,  $0 \leq \varphi < 2\pi$ ,  $0 \leq y \leq y_s$ . На поверхности  $x = x_k$  ставятся «мягкие» граничные условия.

Для решения системы (1.1)–(1.3) применяется метод асимптотического разложения по малому параметру, которым является угол атаки. Система уравнений для коэффициентов разложения решается методом глобальных итераций [10]. Подробно численный метод решения описан в [11]. Метод позволяет сократить затраты машинного времени приблизительно в 100 раз по сравнению с методами установления, применяемыми в полной трехмерной постановке. Точность метода подтверждена в [11] сравнениями с экспериментальными и расчетными данными. Для численного интегрирования системы определяющих уравнений применялась разностная схема второго порядка аппроксимации по продольной координате и четвертого порядка — по поперечной. При этом в нормальном к телу направлении использовалось переменное распределение узлов разностной сетки, которые выбирались в каждой точке в зависимости от изменения функции в ее окрестности. Расчетная сетка составляла 50 узлов в поперечном к телу направлении.

2. Результаты. Для исследования влияния эффектов второго приближения

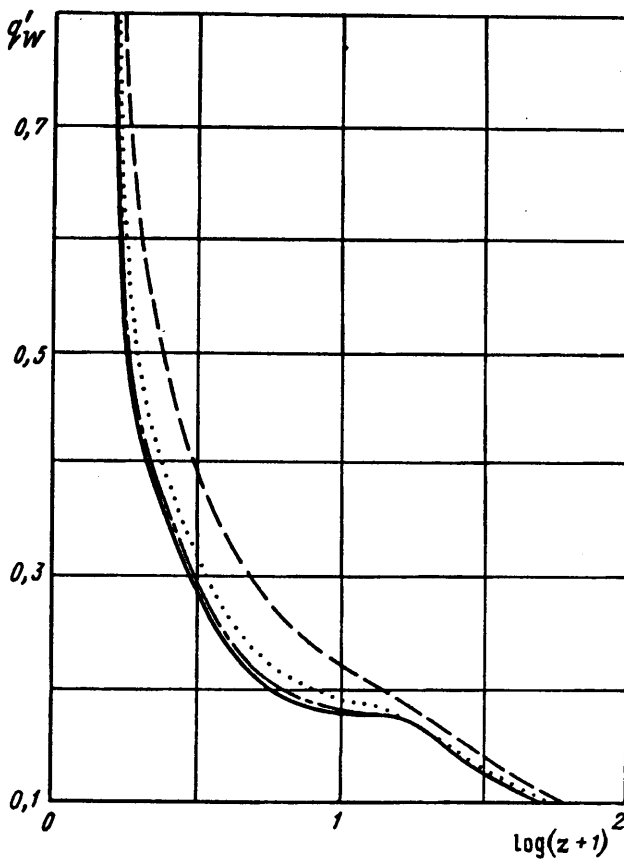


Фиг. 1

теории пограничного слоя были проведены численные расчеты обтекания затупленных по сфере конусов длины, составляющей 150 радиусов затупления, в широком диапазоне чисел Рейнольдса набегающего потока  $Re_\infty$  для различных чисел Маха  $M_\infty$ , температурного фактора  $t_w$  и угла полураствора конуса  $\alpha_0$ . Влияние эффектов второго порядка определялось по распределению теплового потока

$$q'_w = q_w \sqrt{Re_\infty}, \quad q_w = \lambda \frac{\partial T}{\partial y} [\rho_\infty V_\infty c_p T_0]^{-1}$$

Здесь  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности,  $T_0$  — температура адиабатического торможения потока. При  $Re_\infty \rightarrow \infty$   $q'_w$  достигает предельного значения, не зависящего от  $Re_\infty$  и соответствующего решению уравнений классического пограничного слоя. При этом соответствующее отличие распределения  $q'_w(x)$  от предельного в случае достаточно большого конечного значения  $Re_\infty$  позволяет определить совокупный вклад эффектов второго приближения теории пограничного слоя. Приводятся данные результатов расчетов для значений  $Re_\infty = 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$ . При  $Re_\infty = 10^3$  ударный слой полностью вязкий и пограничный как таковой отсутствует. В то же время кривые при  $Re_\infty = 10^5$  и  $10^6$  различаются слабо, что

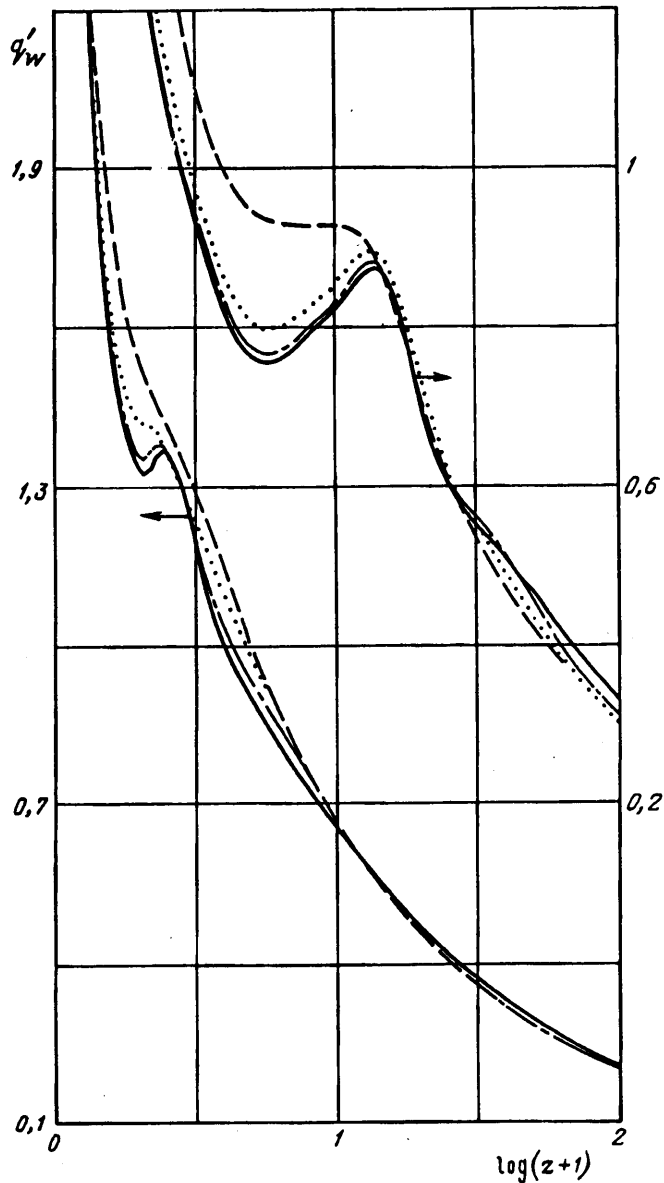


Фиг. 2

соответствует выходу на асимптотику пограничного слоя, при этом график  $q_w'$  при  $Re_\infty = 10^7$  уже визуально не отличается от  $Re_\infty = 10^6$ .

На фиг. 1 приводится распределение теплового потока на наветренной поверхности  $15^\circ$  — конуса при  $M_\infty = 20$ ,  $t_w = 0,5$ , угле атаки  $\theta = 5^\circ$  в плоскости растекания (здесь  $z$  — координата вдоль оси конуса). Здесь и далее штриховая линия соответствует  $Re_\infty = 10^3$ , пунктирная —  $Re_\infty = 10^4$ , штрихпунктирная —  $Re_\infty = 10^5$ , сплошная —  $Re_\infty = 10^6$ . Как видно из рисунка, основное «расслоение» кривых имеет место при значениях  $z = 1-6$ . В районе 10 калибров имеет место небольшая область, где  $q_w'$  практически не зависит от  $Re_\infty$ . Затем имеет место инверсия и в распределении  $q_w'$  как функции  $Re_\infty$ , при которой большим значениям  $Re_\infty$  соответствуют большие значения теплового потока  $q_w'$ . В области более 100 радиусов затупления при  $Re_\infty \geq 1000$  высокоэнтропийный слой практически полностью поглощается пограничным и соответствующие значения  $q_w'$  различаются слабо. При отсутствии угла атаки эффекта инверсии теплового потока не наблюдается (фиг. 2). По-видимому, эффект инверсии объясняется влиянием вторичных течений, обусловленных пространственным характером потока.

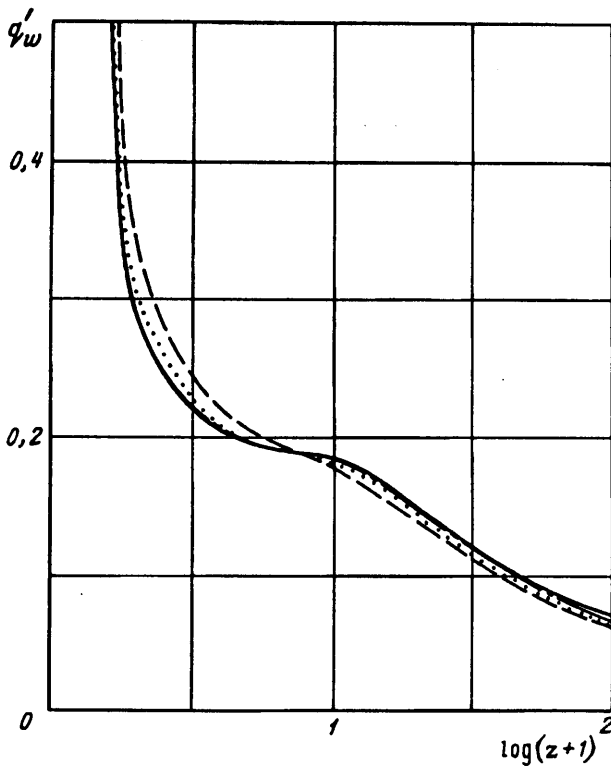
Распределение  $q_w'$  по числам Рейнольдса остается монотонным и на подветренной стороне конуса, хотя в этой области применимость метода малого параметра проблематична. Для исключения влияния погрешностей, связанных с приближением применяемого метода решения, была рассмотрена аналогичная серия кривых для угла атаки  $\theta = 2^\circ$ . При этом выводы качественно не изменились, но точка пересечения кривых (на наветренной стороне) сместилась вперед



Фиг. 3

приблизительно на 10 калибров. В случае холодной стенки ( $t_w = 0,05$ ) поглощение энтропийного слоя менее выражено, при этом инверсия теплового потока наблюдается позже (фиг. 3). На фиг. 3, а параметры конуса и набегающего потока те же, что и на фиг. 1, за исключением  $t_w$ .

На фиг. 3, б приводится распределение  $q_w'$  для случая обтекания 35-градусного конуса при  $M_\infty = 20$ ,  $t_w = 0,5$ ,  $\theta = 10^\circ$  на наветренной стороне. Увеличение угла раствора конуса приводит к тому, что поглощение энтропийного слоя наступает раньше и, начиная с 10 калибров, практически происходит выход на асимптотику классического пограничного слоя. В окрестности  $1,5 R_0$  при  $Re_\infty > 10^4$  имеет место отчетливо выраженная точка второго экстремума по тепловому потоку, но инверсия  $q_w'$  ( $Re_\infty$ ) слабее. Интересно отметить, что в окрестности локального



Фиг. 4

экстремума величина  $q'_w$ , начиная с  $Re_\infty = 10^4$ , практически не меняется. На подветренной стороне решение качественно отличается тем, что интенсивное поглощение энтропийного слоя наступает значительно позднее — в области 50 калибров. В случае обтекания того же конуса, но под углом атаки  $5^\circ$ , поглощение энтропийного слоя на наветренной стороне смещается в окрестность 20 радиусов затупления.

Обтекание конуса при тех же параметрах, что и на фиг. 1, но при  $M_\infty = 5$  (фиг. 4), характеризуется тем, что наряду с уменьшением теплового потока ослабевает влияние поглощения энтропийного слоя. При этом, начиная с  $Re_\infty = 10^5$ , решение выходит на асимптотику классического пограничного слоя. При этом второй экстремум по  $q'_w$  не образуется, хотя и имеет место слабая инверсия  $q'_w(Re_\infty)$  при  $z > 10$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ван-Дайк М. Теория сжимаемого пограничного слоя во втором приближении с применением к обтеканию затупленных тел гиперзвуковым потоком // Исследование гиперзвуковых течений. М.: Мир, 1964. С. 35—58.
2. Goodrich W. D., Li C. P., Houston C. K. et al. Numerical computations of orbiter flowfields and laminar heating rates // J. Spacecraft and Rockets. 1977. V. 14. № 5. P. 257—264.
3. Елькин Ю. Г., Ермак Ю. Н., Липатов И. И., Нейланд В. Я. Поглощение энтропийного слоя на затупленном конусе в гиперзвуковом потоке вязкого газа // Уч. зап. ЦАГИ. 1983. Т. 14. № 1. С. 18—25.
4. Колчина Н. П., Пятнова А. И., Солодкин Е. Е. Влияние поглощения энтропийного слоя на характеристики длинных затупленных тел при различном характере течения в пограничном слое // Тр. ЦАГИ. 1981. Вып. 2107. С. 161—200.

5. *Бабиков П. Е., Башкин В. А.* Расчет ламинарного пограничного слоя на телах большого удлинения с учетом поглощения энтропийного слоя//Тр. ЦАГИ. 1978. Вып. 1909. С. 33.
6. *Лунев В. В.* Метод среднemasсовых величин для пограничного слоя во внешнем потоке с поперечной неоднородностью//Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 1. С. 127—133.
7. *Землянский Б. А., Шманенкова Г. А.* Метод среднemasсовых величин для трехмерного пограничного слоя в завихренном потоке//Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 1. С. 80—87.
8. *Ганьжа Д. Х., Тирский Г. А., Утюжников С. В., Фридлендер М. О.* О влиянии эффектов второго приближения теории пограничного слоя при гиперзвуковом обтекании притупленных конусов большого удлинения//Изв. РАН. МЖГ. 1992. № 4. С. 129—134.
9. *Утюжников С. В.* Численное исследование сверхзвукового обтекания затупленных конусов большой длины потоком вязкого газа с учетом равновесных физико-химических превращений//Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 1. С. 202—206.
10. *Васильевский С. А., Тирский Г. А., Утюжников С. В.* Численный метод решения уравнения вязкого ударного слоя//Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1987. Т. 27. № 5. С. 741—750.
11. *Тирский Г. А., Утюжников С. В., Ямалеев Н. К.* Применение метода малого параметра к задаче пространственного обтекания тел потоком вязкого газа//ПММ. 1992. Т. 56. № 6. С. 1023—1032.
12. *Седов Л. И., Михайлова М. П., Черный Г. Г.* О влиянии вязкости и теплопроводности на течение за сильно искривленной ударной волной//Вестн. МГУ. Сер. физ.-мат. наук. 1953. № 3. С. 95—100.

Москва

Поступила в редакцию  
29.X.1993