

УДК 532.516.5

© 1995 г. В. А. БРАЙЛОВСКАЯ, В. Р. КОГАН,
В. И. ПОЛЕЖАЕВ, Л. В. ФЕОКТИСТОВА

СТРУКТУРЫ И РЕЖИМЫ СДВИГОВОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ПЛОСКОЙ ОБЛАСТИ С ДВИЖУЩИМИСЯ ГРАНИЦАМИ

Приводятся результаты численного исследования устойчивости течения жидкости в полости с двумя движущимися в противоположные стороны границами на основе нестационарных уравнений Навье — Стокса. Выявлено три устойчивых режима течения в зависимости от числа Рейнольдса и отношения сторон области — одновихревой, многовихревой, и промежуточный режим течения с перемычкой. В исследованном диапазоне параметров $H/L = 0,1-10$, $Re = 1-3000$ колебательных режимов течения не обнаружено.

Течение в замкнутой области с двумя движущимися стенками, рассматриваемое в данной работе, одно из простейших сдвиговых течений. В предельном случае сдвигового течения между бесконечно длинными плоскостями устойчивость относительно малых возмущений доказана для всех чисел Рейнольдса [1]. Результаты расчетов нелинейной задачи при достаточно больших числах Рейнольдса Re , выполненные, в частности, в [2] при постоянных периодических условиях на боковых стенках канала, свидетельствуют о том, что плоское течение Куэтта по крайней мере в переходной области устойчиво относительно двумерных периодических возмущений конечной амплитуды и неустойчиво относительно трехмерных возмущений.

Однако для замкнутого канала с твердыми боковыми стенками при различных удлинениях полости течения в широком диапазоне чисел Рейнольдса мало изучены. Известна лишь работа [3], где представлены результаты расчетов течения в прямоугольной полости, вызванного движением верхней и нижней крышек в одном или различных направлениях с различной относительной величиной скорости при низких числах Рейнольдса ($Re = 1$).

Несмотря на то что при больших числах Re такие течения должны иметь трехмерный характер, изучение двумерных режимов в рассматриваемом в работе диапазоне чисел Re имеет самостоятельный интерес, а при больших числах Re важно как первый этап анализа пространственной задачи, а также в качестве тестов для численных решений уравнений Навье — Стокса.

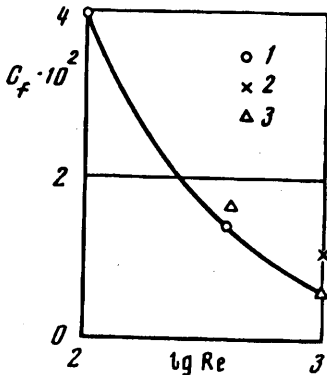
1. Постановка задачи. Математическое моделирование течения в каверне основано на численном решении двумерных нестационарных уравнений Навье — Стокса для несжимаемой вязкой жидкости в приближении Буссинеска, которые записываются в виде

$$\omega_t + u\omega_x + v\omega_y = \frac{1}{Re} (\omega_{xx} + \omega_{yy}) \quad (1.1)$$

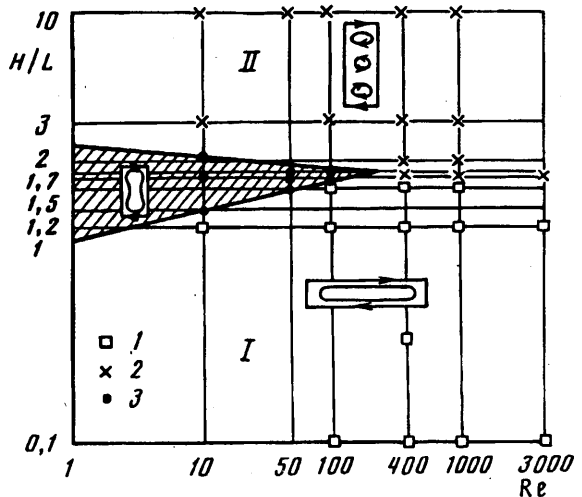
$$\Psi_{xx} + \psi_{yy} = \omega, \quad \omega = u_y - v_x$$

Здесь u, v — проекции скорости на оси x, y соответственно, ω — вихрь.

Граничные условия для скорости и функции тока задаются следующим образом. На неподвижных границах $\psi = 0, \partial\psi/\partial n = 0, u = v = 0$ (n — нормаль). На верхней и нижней границах $\psi = 0, u = \pm 1, v = 0$.



Фиг. 1



Фиг. 2

Искомое решение в этой постановке определяется двумя параметрами: H/L (H — высота, L — длина рассматриваемой области) и числом Рейнольдса Re .

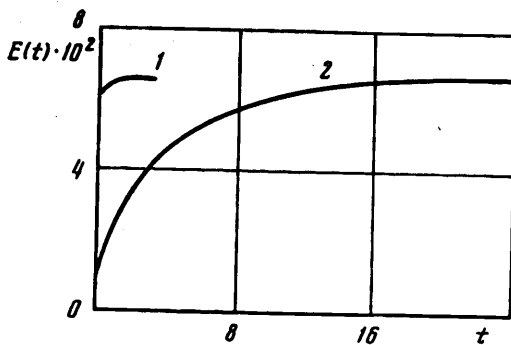
2. Численное решение. Для численного решения уравнений (1.1) применялись два метода: конечных разностей и конечных элементов.

Конечно-разностная схема основана на раздельном решении уравнений завихренности и Пуассона. Для решения уравнения переноса вихря методом конечных разностей применялась схема переменных направлений с монотонной аппроксимацией конвективных членов второго порядка точности. Вихрь на границе вычислялся по формулам Вудса [4]. Для решения уравнения Пуассона в зависимости от геометрии полости применялись методы быстрого преобразования Фурье, метод редукции в модификации Бунемана и итерационный метод для расчетов на неравномерных по обоим направлениям сетках с существенным сгущением узлов в области больших градиентов скорости, при этом оптимальный набор итерационных параметров определялся по формулам Жордана [5].

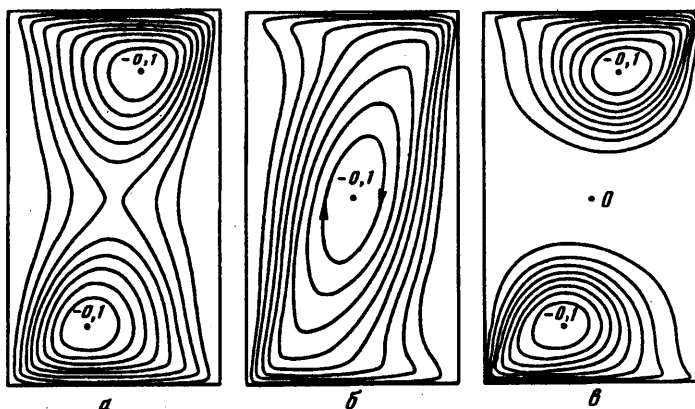
На этапе разработки и адаптации численного метода математической модели (1.1) расчеты проводились также методом конечных элементов. Данная методика основана на смешанной аппроксимации искомых функций на треугольных конечных элементах. Использовались квадратичные по компонентам скорости и линейные по давлению базисные функции. Уравнения движения и неразрывности записывались в матричной форме и решались совместно. Уравнение Пуассона решалось отдельно методом Галеркина с использованием известных компонент скорости u, v [6].

Детальное описание результатов расчетов, проведенных на базе решений обоими методами тестовой задачи о течении в квадратной полости с верхней движущейся границей, дано в [7]. Результаты расчетов при $Re = 400$ показывают хорошее соответствие значений горизонтальной составляющей скорости в центральном сечении каверны $x = 0,5$ с данными других авторов. Получено качественное совпадение структуры течения жидкости, а также значений функции тока и месторасположений основного и вторичных вихрей с результатами [8]. Различие использованных методик проявляется в способности разрешения вторичных вихрей в углах нижнего основания.

В результате тестовых расчетов в удлиненной полости ($H/L = 0,1$) на различных сетках: 513×51 — равномерной, 95×29 — неравномерной по x и y , и комбинированных — равномерных по x и неравномерных по y , а также с применением метода конечных элементов выявлены оптимальные параметры, обеспечивающие приемлемую точность.



Фиг. 3



Фиг. 4

Одной из важных характеристик вязких течений является коэффициент трения $C_f = 2/\text{Re} \, du/dy$.

На фиг. 1 показана зависимость коэффициента трения от числа $\text{Re}(H/L = 0,1)$ в сравнении с результатами [2], где моделировалось трехмерное сдвиговое течение между бесконечными плоскостями. При $\text{Re} = 400$ численные расчеты проводились на неравномерной по вертикали сетке 129×25 (точки 1). Для $\text{Re} = 1000$ приведены результаты, полученные на неравномерных сетках 129×25 и на более подробной сетке в пограничном слое 129×31 (точки 2), результаты [2] — точки 3. Достаточно хорошее соответствие коэффициентов трения в пограничном слое подтверждает обоснованность двумерной постановки задачи.

3. Режимы течения при различных числах Рейнольдса и отношениях сторон каверны. В результате параметрического исследования структуры течения в слое с движущимися в противоположные стороны границами выделены три характерных режима на плоскости $H/L, \text{Re}$ (фиг. 2).

Режим I характеризуется устойчивым стационарным одновихревым течением. На фиг. 2 рассчитанным вариантам соответствуют точки 1. В каверне с соотношением сторон $H/L < 1$ при некоторых числах Re в процессе эволюции возникают вторичные течения, которые исчезают при достижении стационарного состояния. При $H/L = 0,1$ в изученном диапазоне чисел Рейнольдса в каверне реализуется одновихревое течение с типичным для течения Куэтта линейным профилем скорости.

Режим II ($H/L > 3$) характеризуется наличием устойчивого многовихревого течения (точки 2 на фиг. 2), причем количество вихрей зависит от удлинения полости в вертикальном направлении.

В промежуточном режиме III ($1 < H/L < 2$) наблюдается устойчивое течение с перемычкой (точки 3 на фиг. 2). Эта область на плоскости $H/L, \text{Re}$ имеет

вид клина, сужающегося в сторону увеличения числа Re , и ограничена справа по числу Рейнольдса ($Re < 400$). При $Re = 10$ режим с перемычкой может быть получен для достаточно широкого диапазона геометрических параметров $1,2 < H/L < 2$, в то время как при $Re = 100$ он существует только при $1,5 < H/L < 1,7$.

Процесс установления стационарного состояния характеризуется поведением во времени полной кинетической энергии при различных Re . Проведенный подобно [8] анализ зависимости кинетической энергии от времени $E(t)$ показал, что время установления кинетической энергии пропорционально, как и следует из общих физических соображений, числу Re (при $Re = 10$, $t = 1$, при $Re = 200$, $t = 20$), что также подтверждает адекватность численной модели физическому процессу (фиг. 3).

На фиг. 4 показаны картины линий тока в каверне с соотношением сторон $H/L = 1,7$, которые соответствуют режиму III при $1 < Re < 100$, ($a - Re = 100$). Чем больше Re , тем уже перемычка. При $Re = 400$ (b) течение одновихревое, т. е. попадает в режим I, далее при увеличении Re до 1000 (c) — многовихревое (режим III).

Таким образом, диаграмма течений в плоскости $Re, H/L$ в слое с движущимися границами имеет особенности, связанные с разбиением единого пространства течений на зоны с существенно различной гидродинамической структурой. Знание границ этих зон имеет также прикладное значение, в частности в технологиях покрытия тонких слоев [9, 10], где вторичные структуры нежелательны в связи с накоплением в них примесей.

Структура рассмотренного течения в сравнении с задачами конвекции весьма чувствительна к расчетным методам, в частности вторичные структуры могут быть вызваны схемными эффектами, что накладывает требование тщательного анализа результатов, особенно при больших числах Рейнольдса.

В рассмотренном диапазоне параметров $1 < Re < 3000$, $0,1 < H/L < 10$ не обнаружено колебательных режимов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-013-17696).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афендигов А. Л., Бабенко К. И. О возможности возникновения автоколебательных режимов в плоском течении Куэтта//Докл. АН СССР. 1980. Т. 252. № 1. С. 65—68.
2. Рождественский Б. Л., Симакин И. И., Стойнов М. И. Моделирование турбулентного течения Куэтта в плоском канале: Препринт № 106. М.: Ин-т прикл. матем. АН СССР, 1987. 28 с.
3. Ryu H. W., Lee D. I. Numerical study of viscous flows in rectangular cavities with translating top and bottom walls//Proc. 3d Pacific Chem. Eng. Congr. Seoul. Korea, 1983. V. 1. Seoul, 1983. P. 6—11.
4. Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. М.: Наука, 1984. 285 с.
5. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.
6. Polezhaev V. I., Prostomolotov A. I., Fedoseev A. I. Finite element method for viscous flows and technology application//Finite Element News. 1987. № 5. P. 44—48.
7. Атабаев С. Ч., Брайловская В. А., Коган В. Р. и др. Течение вязкой жидкости в плоской каверне//Процессы переноса в вынужденных и свободноконвективных течениях. Новосибирск, 1987. С. 168—176.
8. Gatski T. B., Grosch C. E., Rose M. E. A numerical study of the two-dimensional Navier — Stokes equations in vorticity-velocity variables//J. Comput. Phys. 1982. V. 48. № 1. P. 1—22.
9. Гарбузов Д. З., Жмакин А. И., Журавкевич Е. В. и др. Экспериментальные и численные исследования жидкостной эпитахии на движущейся подложке: Препринт № 1341. Л.: ФТИ им. Иоффе, 1989. 29 с.
10. Leung S. Y., Schumaker N. E. Simulation of slider-induced convection in horizontal LPE slider system//J. Crystal Growth. 1982. V. 60. № 2. P. 421—433.