

УДК 532.5:534.222.2

© 1995 г. И. Б. АББАСОВ, Н. П. ЗАГРАЙ

РАССЕЯНИЕ НА СФЕРЕ НЕЛИНЕЙНО ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН

Рассматривается рассеяние на сфере поля нелинейно взаимодействующих плоских акустических волн при нахождении ее в области нелинейного взаимодействия исходных волн накачки параметрической антенны. Получено аналитическое выражение для давления вторичного поля на разностной частоте, которое описывает процесс нелинейного взаимодействия падающих и рассеянных волн. Приведен анализ составляющих суммарного давления вторичного поля, которые характеризуют взаимодействие между падающими плоскими волнами и рассеянными сферическими, приведены численные результаты и экспериментальные данные.

Рассеяние звука сферой в отсутствие нелинейного взаимодействия первичных волн накачки хорошо изучено [1, 2], но представляет интерес случай, когда сфера находится в области нелинейного взаимодействия первичных волн накачки параметрической антенны. В данной работе рассматриваются волновые процессы рассеяния поля параметрической антенны при нахождении сферы в области нелинейного взаимодействия волн накачки.

Геометрия задачи представлена на фиг. 1. Здесь следует отметить, что для соблюдения плосковолнового падения размеры параметрической антенны должны на порядок превышать радиус сферического рассеивателя. При этом в пространстве существуют две составляющие части первичных полей каждой из частот накачки: падающей плоской волны с потенциалом ψ_n и рассеянной сферической ψ_{ns} . Тогда функция потенциала скорости суммарного первичного поля будет иметь вид

$$\psi_n = \psi_n + \psi_{ns} = \psi_{n0} \exp [i (\omega_n t - (k_n \cdot r))] + \quad (1)$$

$$+ \psi_{n0} \exp (i \omega_n t) \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(n)} h_m^{(2)}(k_n r) P_m(\cos \theta) =$$

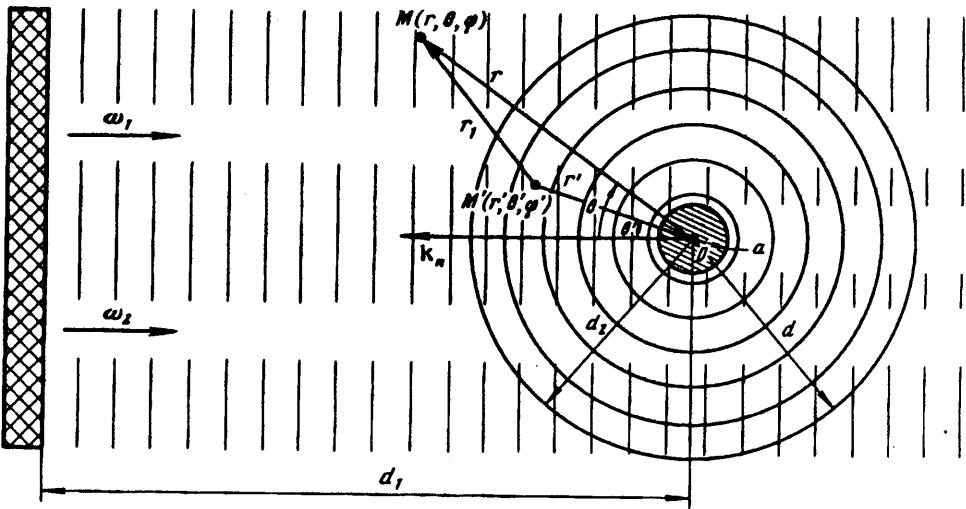
$$= \psi_{n0} \exp (i \omega_n t) \left[\sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) i^{-l} j_l(k_n r) P_l(\cos \theta) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(n)} h_m^{(2)}(k_n r) P_m(\cos \theta) \right]$$

$$A_m^{(n)} = - (2m+1) i^{-m} \frac{D j_m(k_n a)}{D h_m^{(2)}(k_n a)}$$

Здесь $n = 1, 2$ соответственно для частот накачки ω_1 и ω_2 ; $j_l(k_n r)$ — сферическая функция Бесселя l -го порядка; $h_m^{(2)}(k_n r)$ — сферическая функция Ханкеля второго рода m -го порядка; $A_m^{(n)}$ — коэффициент, определяемый из граничных условий для жесткой сферы; D означает дифференцирование по аргументу; $P_m(\cos \theta)$, $P_l(\cos \theta)$ — полиномы Лежандра; ψ_{n0} — амплитуда функции потенциала скорости; a — радиус сферы, k_n — волновое число.

Для решения задачи о нелинейном взаимодействии первичных волн (падающих и рассеянных) выражение (1) представляется с комплексно-сопряженной частью [3]

$$\bar{\psi}_n = \psi_{n0} \left[\sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) j_l(k_n r) P_l(\cos \theta) \exp \left(i \left(\omega_n t - \frac{L\pi}{2} \right) \right) + \right.$$



Фиг. 1

$$+ \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(n)} (-i) D_m^{(n)} P_m(\cos \theta) \exp \left(i \left(\omega_n t - \varphi_m^{(n)} \right) \right) + (\text{к.с.})$$

$$D_m^{(n)} = (j_m^2(k_n r) + n_m^2(k_n r))^{1/2}, \varphi_m^{(n)} = -\operatorname{arctg} \frac{j_m(k_n r)}{n_m(k_n r)}$$

где $D_m^{(n)}$ — модуль; $\varphi_m^{(n)}$ — фаза сферической функции Ханкеля второго рода $h_m^{(2)}(k_n r)$; $n_m(k_n r)$ — сферическая функция Неймана порядка m .

Общее первичное поле акустического давления будет состоять из полей с двумя разными частотами накачки ω_1 и ω_2

$$p^{(1)} = p_1^{(1)} + p_2^{(1)} = \{i\omega_1 \rho_0 \psi_{10} \left[\sum_{l=0}^{\infty} B_{1l}^{(1)} \exp \left(i \left(\omega_1 t - \frac{lt}{2} \right) \right) \right] +$$

$$+ \sum_{m=0}^{\infty} B_{2m}^{(1)} \exp \left(i \left(\omega_1 t - \varphi_m^{(1)} \right) \right) \} + (\text{к.с.}) \} +$$

$$+ \{i\omega_2 \rho_0 \psi_{20} \left[\sum_{l=0}^{\infty} B_{1l}^{(2)} \exp \left(i \left(\omega_2 t - \frac{lt}{2} \right) \right) \right] + \sum_{m=0}^{\infty} B_{2m}^{(2)} \exp \left(i \left(\omega_2 t - \varphi_m^{(2)} \right) \right) \} + (\text{к.с.}) \}$$

$$B_{1l}^{(n)} = (2l + 1) j_l(k_n r) P_l(\cos \theta), B_{2m}^{(n)} = A_m^{(n)} (-i) D_m^{(n)} P_m(\cos \theta)$$

где ρ_0 — плотность невозмущенной среды.

Нелинейное взаимодействие падающих и рассеянных волн (фиг. 1) происходит в пространстве от поверхности сферы с радиусом a до расстояния

$$d_2 = l_2 - d_1 - 2a$$

где l_2 — область взаимодействия исходных волн накачки; d_1 — расстояние от поверхности параметрической антенны до центра координат. Считаем, что исходные волны за область нелинейного взаимодействия практически полностью затухают.

Уравнение для расчета вторичного поля имеет вид

$$\Delta p^{(2)} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p^{(2)}}{\partial t^2} = -Q = -\frac{\varepsilon}{c_0^4 \rho_0} \frac{\partial^2 p^{(1)2}}{\partial t^2} \quad (2)$$

где Q — объемная плотность источников вторичных волн всех частотных составляющих вторичного поля, c_0 — скорость звука в среде распространения, ε — параметр квадратичной нелинейности.

Для двухчастотного первичного поля накачки правая часть выражения (2) будет содержать четыре составляющих на частотах $2\omega_1, 2\omega_2, \omega_2 + \omega_1, \omega_2 - \omega_1 = \Omega$.

Для разностной компоненты объемная плотность источников вторичных волн имеет вид

$$Q_{\Omega} = K \left[\sum_{l=0}^{\infty} B_{ll}^{(1)} B_{ll}^{(2)} \cos \Omega t + \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=l}^{\infty} B_{ll}^{(1)} B_{2m}^{(2)} \cos \left(\Omega t + \frac{l\pi}{2} - \varphi_m^{(2)} \right) + \right. \\ \left. + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=m}^{\infty} B_{2m}^{(1)} B_{ll}^{(2)} \cos \left(\Omega t - \frac{l\pi}{2} + \varphi_m^{(1)} \right) + \sum_{m=0}^{\infty} B_{2m}^{(1)} B_{2m}^{(2)} \cos \left(\Omega t - \varphi_m^{(1)} - \varphi_m^{(2)} \right) \right] \quad (3)$$

$$K = 4\varepsilon\omega_1\omega_2\rho_0\psi_{10}\psi_{20}\Omega^2c_0^{-4}$$

Выражения (2) и (3) определяют функции Q для этих спектральных составляющих и позволяют определить вторичные поля для вторых гармоник, суммарной и разностной частот в процессе рассеяния на сфере при нелинейном взаимодействии [4, 5]. Практическое применение параметрических антенн обуславливает необходимость рассмотрения в первую очередь низкочастотной компоненты вторичного поля — волны разностной частоты.

Решение неоднородного волнового уравнения (2) с правой частью (3) удобно искать в комплексной форме

$$p^{(2)} = 1/2P_{\Omega}^{(2)}e^{i(\Omega t - kr) + i\varphi} + (\text{к.с.}) \quad (4)$$

где k — волновое число разностной волны.

С помощью выражения (4) неоднородное волновое уравнение (2) приводится к неоднородному уравнению Гельмгольца

$$\Delta P_{\Omega}^{(2)} + k^2 P_{\Omega}^{(2)} = -q_{\Omega}(r, \theta, \varphi) \quad (5)$$

$$q_{\Omega} = K \left[\sum_{l=0}^{\infty} B_{ll}^{(1)} B_{ll}^{(2)} + \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=l}^{\infty} B_{ll}^{(1)} B_{2m}^{(2)} e^{-i\varphi_m^{(2)}} + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=m}^{\infty} B_{2m}^{(1)} B_{ll}^{(2)} e^{i\varphi_m^{(1)}} + \sum_{m=0}^{\infty} B_{2m}^{(1)} B_{2m}^{(2)} e^{i(\varphi_m^{(1)} - \varphi_m^{(2)})} \right]$$

Решение уравнения (5) записывается в виде интеграла по объему от произведения функции Грина на плотность источников вторичных волн [6, 7]

$$P_{\Omega}^{(2)}(r) = \frac{1}{4\pi} \int_{\nu} q_{\Omega}(r', \theta', \varphi') G(r - r') r'^2 \sin \theta d\varphi' d\theta' dr' \quad (6)$$

$$G(r - r') = \frac{\exp(-ikr_1)}{r_1}$$

где $G(r - r')$ — функция Грина; r — расстояние до точки наблюдения $M(r, \theta, \varphi)$; r_1 — расстояние между текущей точкой объема $M'(r', \theta', \varphi')$ и точкой наблюдения $M(r, \theta, \varphi)$; r', θ', φ' — координаты источников.

В такой же постановке задачи при определении соответствующей функции q для каждой спектральной компоненты вторичного поля аналогично выражению (3) и виду соответствующего решению типа (4) определяются выражением (6) поля вторых гармоник $P_{2\omega_{1,2}}^{(2)}(r)$ и суммарной частоты $P_{(\omega_2 + \omega_1)}^{(2)}(r)$.

При определении низкочастотной компоненты вторичного поля для дальнейшей

зоны, где $r' \ll r$, используется асимптотическое выражение функции Грина в виде

$$G(r - r') = \exp(-ikr_1)r_1^{-1} \approx \approx \exp[-ik(r - r' \sin \theta \sin \theta' \cos(\varphi - \varphi') - r' \cos \theta \cos \theta')]r^{-1}$$

Для высокочастотных компонент $2\omega_{1,2}$ и $\omega_2 + \omega_1$ необходимо представление функции Грина для сферы в классическом виде [8].

Интегрирование в выражении (6) ведется по объему V , занимаемому источниками вторичных волн, который ограничен по сферическим координатам соотношениями $a \leq r' \leq d = d_2 - a$, $0 \leq \theta \leq \pi$, $-\pi \leq \varphi' \leq \pi$, и представляет собой сферический слой среды толщиной d с внутренним радиусом a (радиус сферы) и внешним d_2 (фиг. 1).

После интегрирования по угловым координатам выражение (6) принимает вид

$$\begin{aligned} P_{\Omega}^{(2)}(r) &= C [P_{\Omega 1}^{(2)} + P_{\Omega 2}^{(2)} + P_{\Omega 3}^{(2)} - P_{\Omega 4}^{(2)}] = \\ &= C \int_a^d \left[\sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)^2 j_l(k_1 r') j_l(k_2 r') P_l^2(\cos \theta) + \right. \\ &+ \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=l}^{\infty} (2l+1) j_l(k_1 r') P_l(\cos \theta) A_m^{(2)}(-i) D_m^{(2)} P_m(\cos \theta) e^{-\varphi_m^{(2)}} + \\ &+ \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=m}^{\infty} A_m^{(1)}(-i) D_m^{(1)} P_m(\cos \theta) (2l+1) j_l(k_2 r') P_l(\cos \theta) e^{\varphi_m^{(1)}} - \\ &\left. - \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(1)} D_m^{(1)} P_m^{(2)}(\cos \theta) A_m^{(2)} D_m^{(2)} e^{i(\varphi_m^{(1)} - \varphi_m^{(2)})} \right] \sin(k_3 r') \sin(k_4 r') dr' \\ C &= \frac{C_1}{\sin 2\theta}, \quad C_1 = \frac{3e^{-ikr}K}{k^2 r}, \quad k_3 = k \cos \theta, \quad k_4 = k \sin \theta \end{aligned} \quad (7)$$

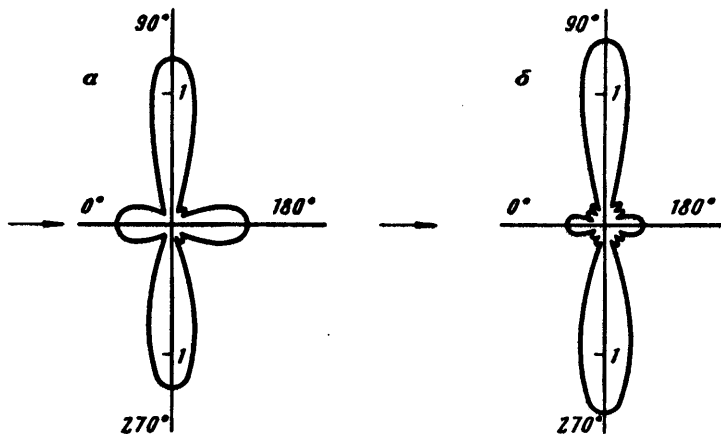
При этом первое слагаемое $P_{\Omega 1}^{(2)}$ соответствует той части общего вторичного поля волн разностной частоты, которая формируется в сферическом слое области нелинейного взаимодействия падающими плоскими волнами накачки ω_1 и ω_2 , второе слагаемое $P_{\Omega 2}^{(2)}$ описывает взаимодействие падающей плоской волны частоты ω_1 и рассеянной сферической частоты ω_2 в этой области, третье, $P_{\Omega 3}^{(2)}$, соответствует взаимодействию падающей плоской волны частоты ω_2 с рассеянной сферической волной частоты ω_1 , четвертое, $P_{\Omega 4}^{(2)}$, — взаимодействию рассеянных сферических волн с частотами ω_1 и ω_2 в сферическом слое среды.

Таким образом, результирующее вторичное низкочастотное поле волны разностной частоты (выражение (7)) аналитически представляет собой совокупность всех составляющих поля в общем случае с разными амплитудами и фазовыми соотношениями и угловыми зависимостями.

Учитывая, что длины волн накачки параметрической антенны находятся в коротковолновой области, задача рассеяния рассматривается в высокочастотном пределе.

Анализ выражения (7) начнем с составляющей $P_{\Omega 1}^{(2)}$, которая характеризует нелинейное взаимодействие падающих плоских волн в сферическом слое среды области нелинейного взаимодействия и имеет вид

$$P_{\Omega 1}^{(2)}(r) = C \int_a^d \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)^2 j_l(k_1 r') j_l(k_2 r') P_l^2(\cos \theta) \sin k_3 r' \sin k_4 r' dr' \quad (8)$$



Фиг. 2

Принимая во внимание разложение плоской волны по полиномам Лежандра [9, 10] и после необходимых тригонометрических преобразований выражение (8) приводится к виду

$$P_{\Omega 1}^{(2)}(r) = \frac{C}{2} \left[\int_a^d \exp(-i(k_1 + k_2) \cos \theta r') \cos(k_4 - k_3) r' dr' - \int_a^d \exp(-i(k_1 + k_2) \cos \theta r') \cos(k_4 + k_3) r' dr' \right] \quad (9)$$

После интегрирования выражения (9) получаем

$$P_{\Omega 1}^{(2)}(r) = \frac{C}{2} [P_{\Omega 11}^{(2)} + P_{\Omega 12}^{(2)} - P_{\Omega 13}^{(2)} - P_{\Omega 14}^{(2)}] \quad (10)$$

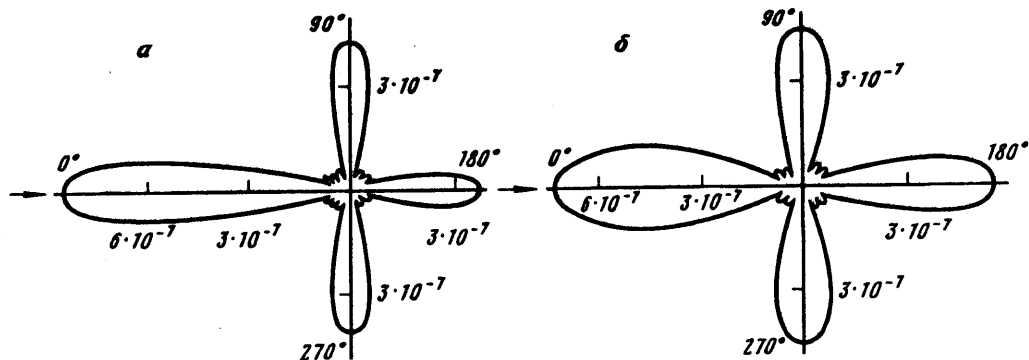
$$P_{\Omega 11}^{(2)} = - [\exp(-is_{11}d) - \exp(-is_{11}a)] (2is_{11})^{-1}$$

$$s_{11} = (k_1 + k_2) \cos \theta - k(\sin \theta + \cos \theta)$$

Слагаемые $P_{\Omega 12}^{(2)}$, $P_{\Omega 13}^{(2)}$, $P_{\Omega 14}^{(2)}$ аналогичны $P_{\Omega 11}^{(2)}$, только вместо s_{11} входят соответственно s_{12} , s_{13} , s_{14} , которые имеют вид $s_{12} = (k_1 + k_2) \cos \theta + k(\sin \theta - \cos \theta)$, $s_{13} = (k_1 + k_2) \cos \theta - k(\sin \theta - \cos \theta)$, $s_{14} = (k_1 + k_2) \cos \theta + k(\sin \theta + \cos \theta)$

Как видно из выражения (10) для вторичного звукового поля, генерируемого нелинейно взаимодействующими в протяженном сферическом слое толщиной d падающими плоскими волнами, диаграмма направленности в основном определяется выражением $\sin^{-1}2\theta$, а экспоненциальные составляющие оказывают меньшее влияние на амплитуду рассеяния.

Поведением функции $\sin^{-1}2\theta$ определяется, согласно расчету, вид диаграммы направленности этой составляющей поля волны разностной частоты $|P_{\Omega 1}^{(2)}| \cdot \text{const}$ (фиг. 2). В расчете принято $\omega_1 = 1$ МГц, $\omega_2 = 1,05$ МГц, $a = 0,1$ м, $d = 0,01$ м (а) и 1 м (б). Вблизи значений углов $\theta = 0, \pi/2$ и π диаграмма имеет максимумы. В предельном случае при радиусе сферы, равном нулю ($a = 0$), и соответствующей трансформации области нелинейного взаимодействия из



Фиг. 3

протяженного слоя в сферический объем с радиусом $d = (d_2 - a)|_{a=0} = d_2$ выражение (10) приобретает вид

$$P_{\Omega|n}^{(2)}|_{a=0} = -\frac{1}{2is_{1n}} [\exp(-is_{1n}d) - \exp(-is_{1n}a)|_{a=0}] \quad (11)$$

$$= \frac{d}{2} \exp(-is_{1n}d) \frac{\sin(s_{1n}d/2)}{s_{1n}d/2}$$

Выражение (11) представляет собой характеристику направленности сферической антенны с непрерывным распределением элементов по ее поверхности [11], с радиусом d и с некоторым амплитудным коэффициентом. Этот вывод еще раз подтверждает правильность проведенных теоретических расчетов.

Аналогичные преобразования для составляющих поля — волны разностной частоты, соответствующих нелинейному взаимодействию между плоскими падающими и рассеянными сферическими волнами с частотами $\omega_{1,2}$ и $\omega_{2,1}$, позволяют получить выражение

$$P_{\Omega_2,3}^{(2)}(r) = C \int_a^d \left[\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=l}^{\infty} (2l+1) j_l(k_{1,2}r') P_l(\cos \theta) \times \right. \quad (12)$$

$$\left. \times A_m^{(2,1)}(-i) D_m^{(2,1)} P_m(\cos \theta) e^{\mp r' \rho_m^{(2,1)}} \right] \sin k_3 r' \sin k_4 r' dr'$$

где второй составляющей $P_{\Omega_2}^{(2)}(r)$ соответствует первый индекс в членах под интегралом, а третьей составляющей $P_{\Omega_3}^{(2)}(r)$ — второй индекс.

После интегрирования выражение (12) принимает вид

$$P_{\Omega_2}^{(2)}(r) = -\frac{3\pi C_1 A_0^{(2)}}{k_1 \sin 2\theta \sqrt{2} (1 - \cos \theta)} [P_{\Omega_{21}}^{(2)} + P_{\Omega_{22}}^{(2)} - P_{\Omega_{23}}^{(2)} - P_{\Omega_{24}}^{(2)}] \quad (13)$$

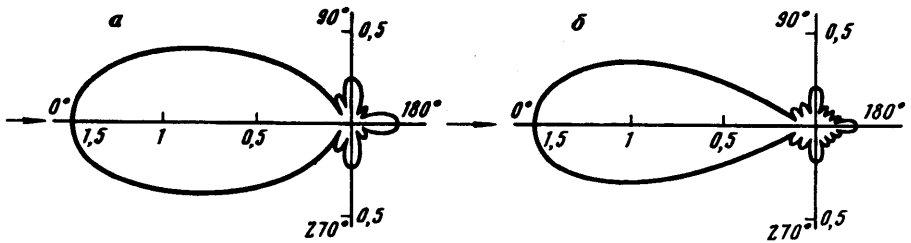
$$P_{\Omega_{2n}}^{(2)} = \text{Ei}(-is_{2n}d) - \text{Ei}(-is_{2n}a), \quad n = 1, 2, 3, 4$$

$$s_{21} = (k_2 \cos \theta - k_1 - k_4 - k_3), \quad s_{22} = (k_2 \cos \theta - k_1 + k_4 - k_3)$$

$$s_{23} = (k_2 \cos \theta - k_1 - k_4 + k_3), \quad s_{24} = (k_2 \cos \theta - k_1 + k_4 + k_3)$$

Для третьей составляющей $P_{\Omega_3}^{(2)}(r)$ выражение имеет вид, аналогичный (12).

Диаграмма направленности по вторичному низкочастотному полю волны разностной частоты параметрической антенны для составляющей $|P_{\Omega_2}^{(2)}| \cdot \text{const}$ при области



Фиг. 4

нелинейного взаимодействия в виде сферического протяженного слоя представлена на фиг. 3 ($\omega_1 = 1$ МГц, $\omega_2 = 1,05$ МГц, $a = 0,1$ м, $d = 0,01$ м (а) и 1 м (б)).

Видно, что сохраняя аналогичный характер предыдущей (фиг. 2) угловой зависимости рассеянного сигнала, соотношения боковых $\theta = \pm \pi/2$, обратных $\theta = 0$ и прямых $\theta = \pi$ составляющих поля изменяются. Величина бокового поля уменьшается по сравнению с его величинами по осям при углах $\theta = 0$ и π . При этом анализ в динамике (фиг. 3) показывает увеличение составляющей рассеяния в направлении излучения при увеличении толщины сферического слоя. В целом эта составляющая низкочастотного поля волны разностной частоты значительно меньше других.

Для последней, четвертой, составляющей вторичного поля, соответствующей нелинейному взаимодействию двух рассеянных сферических волн частот ω_1 и ω_2 , имеем

$$P_{\Omega_4}^{(2)}(r) = -C \int_a^d \left[\sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(1)} D_m^{(1)} P_m^2(\cos \theta) A_m^{(2)} D_m^{(2)} e^{-i(\varphi_m^{(1)} - \varphi_m^{(2)})} \right] \sin k_3 r' \sin k_4 r' dr' =$$

$$= -\frac{3\pi C A_0^{(1)} A_0^{(2)}}{2k_1 k_2 \sin 2\theta (1 - \cos \theta)} [P_{\Omega_{41}}^{(2)} + P_{\Omega_{42}}^{(2)} - P_{\Omega_{43}}^{(2)} - P_{\Omega_{44}}^{(2)}]$$

$$P_{\Omega_{4n}}^{(2)} = \left[-\frac{e^{-is_{4n}d}}{d} - is_{4n} \text{Ei}(-is_{4n}d) \right] -$$

$$- \left[-\frac{e^{-is_{4n}a}}{a} - is_{4n} \text{Ei}(-is_{4n}a) \right], n = 1, 2, 3, 4$$

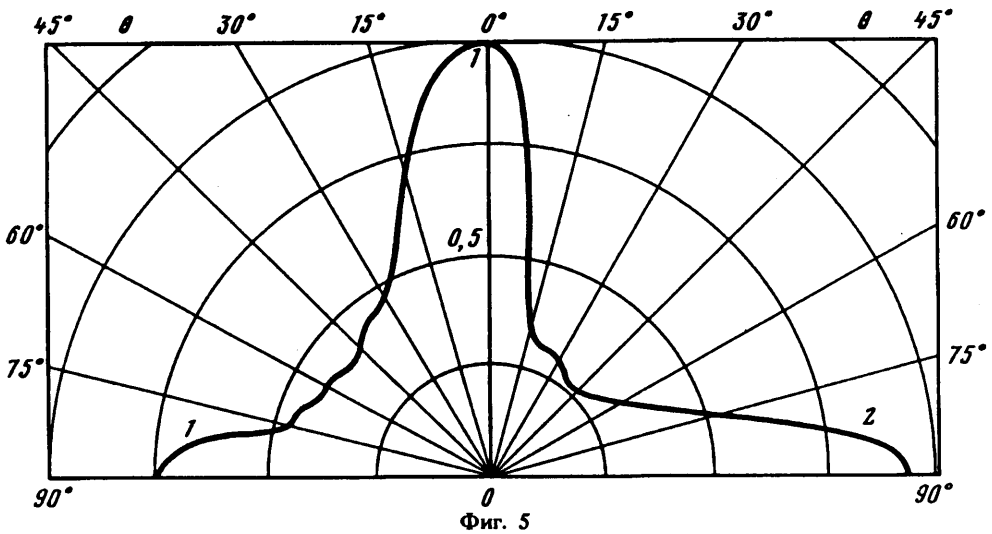
$$s_{41} = (k_3 - k_4 - k), s_{42} = (-k_3 + k_4 - k)$$

$$s_{43} = (-k_3 - k_4 - k), s_{44} = (k_3 + k_4 - k)$$

Результаты расчетов угловой зависимости этой составляющей вторичного низкочастотного поля волны разностной частоты $|P_{\Omega_4}^{(2)}| \cdot \text{const}$ представлены на фиг. 4 ($\omega_1 = 1$ МГц, $\omega_2 = 1,05$ МГц, $a = 0,1$ м, $d = 0,01$ м (а) и 1 м (б)). Четко видна существенная величина обратного рассеяния $\theta = 0$ и его полное преобладание над составляющими других направлений. Причем увеличение протяженности области нелинейного взаимодействия (т. е. толщины сферического слоя) увеличивает направленность рассеянного поля, что характерно для параметрических антенн.

Особенности диаграмм направленности при углах $\theta = 0, \pm \pi/2, \pi$ обусловлены тем, что в протяженном сферическом объеме нелинейно взаимодействуют два поля точечных источников, имеющих различные волновые (фазовые) поверхности: плоские и сферические. Причем форма фронта волны первичных полей накачки не совпадает с характерными поверхностями области нелинейного взаимодействия, физически являющимися в данной задаче сферическими, а сама область нелинейного взаимодействия реализуется как протяженный сферический слой с толщиной d вокруг сферы как рассеивателя.

Сферическая поверхность, ограничивающая область нелинейного взаимодействия, обуславливает особую структуру фазового распределения (помимо амплитудного) для вторичных источников в этом объеме. Совокупное результирующее



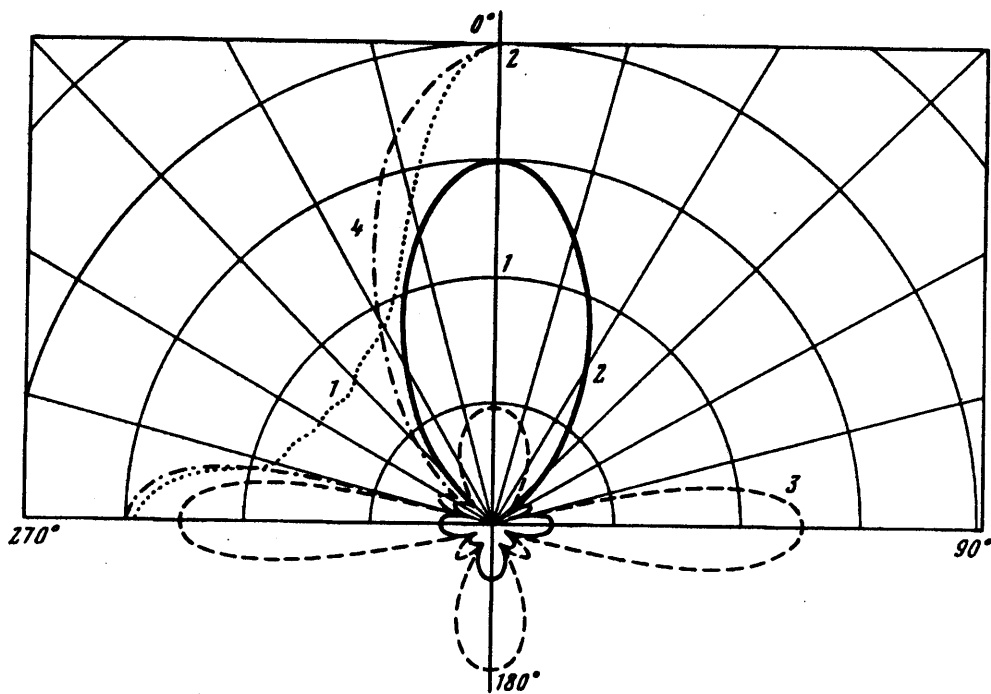
Фиг. 5

поле волны разностной частоты при такой форме области нелинейного взаимодействия и фазовых распределениях будет иметь максимумы в направлениях $\theta = 0, \pm \pi/2, \pi$ как направления минимальных фазовых различий нелинейно взаимодействующих первичных полей различных частот ω_1 и ω_2 и соответствующих им угловых составляющих формируемого при этом дифракционного поля. Особенности диаграммы направленности при $\theta = \pm \pi/2$ имеют место для тех составляющих поля волны разностной частоты, где присутствуют первичные плоские волны. Для сферических рассеянных волн в таком объеме области нелинейного взаимодействия преобладающим становится обратное рассеяние.

Таким образом, результирующее низкочастотное поле рассеяния по волне разностной частоты будет состоять из найденных выше четырех составляющих с определенными амплитудными и фазовыми соотношениями между собой согласно выражению (7) и будет иметь в угловой зависимости существенное рассеяние поля в обратном направлении $\theta = 0$ и особенности при $\theta = \pm \pi/2, \pi$, относительная величина которых по сравнению с обратным рассеянием может существенно меняться.

На фиг. 5 приведены некоторые экспериментальные результаты измерения вторичного низкочастотного поля волны разностной частоты при рассеянии на сфере плоских волн накачки в диапазоне углов $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$ (относительно $\theta = 0$, при $\omega_1 = 2,45$ МГц, $\omega_2 = 2,5$ МГц, $a = 0,03$ м, $d = 0,2$ м). Для стальной сферы (кривая 1) как наиболее соответствующей при рассмотрении задачи акустически жесткой сфере, существуют обратное рассеянное поле и достаточной величины по сравнению с ним боковое. Для сферы из алюминия при тех же условиях боковое поле рассеяния по сравнению с обратным уменьшается (кривая 2). Таким образом, характер экспериментальной угловой зависимости поля волны разностной частоты параметрической антенны соответствует основным особенностям, следуемым из теоретического рассмотрения: наличию обратного рассеянного поля при $\theta = 0$ и составляющих его при $\theta = \pm \pi/2$, а также общему характеру угловой зависимости результирующего низкочастотного вторичного поля рассеяния.

На фиг. 6 сопоставлены результаты теоретических расчетов с экспериментальной кривой 1 диаграммы рассеяния для алюминиевой сферы, при $\omega_1 = 2,45$ МГц, $\omega_2 = 2,5$ МГц, $a = 0,03$ м, $d = 0,2$ м. Кривая 2 характеризует составляющую $P_{\Omega 4}^{(2)}$, кривая 3 — составляющую $P_{\Omega 1}^{(2)}$, кривая 4 — сумму $P_{\Omega 1}^{(2)} + P_{\Omega 4}^{(2)}$. Поскольку составляющие $P_{\Omega 2}^{(2)}$ и $P_{\Omega 3}^{(2)}$ малы по сравнению с $P_{\Omega 1}^{(2)}$ и $P_{\Omega 4}^{(2)}$, кривая 4 показывает суммарное акустическое давление вторичного $|P_{\Omega}^{(2)}| \cdot \text{const}$ поля на частоте Ω .



Фиг. 6

Достаточно хорошее совпадение теоретических выводов и экспериментальных данных позволяет говорить о приемлемости данной модели для рассмотрения и анализа волновых процессов при рассеянии на сфере нелинейно взаимодействующих акустических волн.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-02-14878).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Piquette J. C., Buren A. L. Nonlinear scattering of acoustic waves by vibrating surfaces//J. Acoust. Soc. Amer. 1984. V. 76. № 3. P. 880—889.
2. Лямшев Л. М., Саков П. В. Нелинейное рассеяние звука на пульсирующей сфере//Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 1. С. 100—107.
3. Новиков Б. К., Руденко О. В., Тимошенко В. И. Нелинейная гидроакустика. Л.: Судостроение. 1981. 264 с.
4. Аббасов И. Б., Заграй Н. П. Рассеяние на сфере бигармонической плоской волны//Тез. докл. конф. ПМГИ-92. Москва, 1992. С. 92.
5. Заграй Н. П., Тимошенко В. И. Нелинейное рассеяние звука на сфере//Тез. 2-го Всесоюз. акуст. семинара «Модели, алгоритмы, принятие решений». М., 1988. С. 13.
6. Dean L. W. Interaction between sound waves//J. Acoust. Soc. Amer. 1962. V. 34. № 8. P. 1039—1044.
7. Зверев В. А., Калачев А. И. Измерение рассеяния звука звуком при наложении параллельных пучков//Акуст. журн. 1968. Т. 14. № 2. С. 214—220.
8. Шендеров Е. П. Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение. 1972. 348 с.
9. Лепендин Л. Ф. Акустика. М.: Высш. шк. 1978. 448 с.
10. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. М.: Наука, 1979. 830 с.
11. Зарайский В. А., Тюрин А. М. Теория гидролокации. Л.: Тип. ВМА, 1975. 604 с.