

УДК 532.5.013.4:536.24

© 1995 г. И. О. КЕЛЛЕР, Е. Л. ТАРУНИН

КОНВЕКЦИЯ В ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ — ШОУ С УЧЕТОМ ТЕПЛООБМЕНА НА ШИРОКИХ ГРЯНЯХ

Аналитически и численно изучена конвекция в ячейке Хеле — Шоу с учетом теплообмена на широких гранях по закону Ньютона. Показано, что этот теплообмен существенно меняет амплитуду вблизи порога и объясняет лабораторные эксперименты, в которых конвекция наблюдалась даже при подогреве сверху.

Благодаря относительной простоте физической модели конвекция в ячейке Хеле — Шоу изучалась в большом числе работ: в [1—3] исследовалась устойчивость равновесия вязкой несжимаемой жидкости в подогреваемой снизу вертикальной ячейке Хеле — Шоу, надкритические нелинейные режимы конвекции изучались экспериментально [1, 4—6] и численно [1, 7]. Достаточно много внимания уделялось исследованию регулярных и нерегулярных колебаний, возникающих за порогом устойчивости равновесия. Мало внимания уделялось вопросам ветвления решений при учете реальных факторов (в [6] ветвление было вызвано внесением дополнительного нагрева).

1. Постановка задачи. Рассмотрим прямоугольный параллелепипед, заполненный вязкой несжимаемой жидкостью и имеющий внутренние размеры, показанные на фиг. 1. Вывод уравнений конвекции в такой области будем проводить на основе полных стационарных уравнений конвекции в приближении Буссинеска [8]. Для записи уравнений в безразмерном виде выберем в качестве единиц длины, скорости, температуры и давления соответственно: H , ν/H , $\Delta T = (T_1 - T_0)$, $\rho\nu^2/H^2$, где T_0 , T_1 — температуры верхней и нижней граней соответственно, ν — коэффициент кинематической вязкости, ρ — плотность жидкости. После обезразмеривания уравнения конвекции и граничные условия принимают вид

$$(\nu\nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \Delta \mathbf{v} + G\mathbf{T}\gamma \quad (1.1)$$

$$P\nu\nabla T = \Delta T, \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0$$

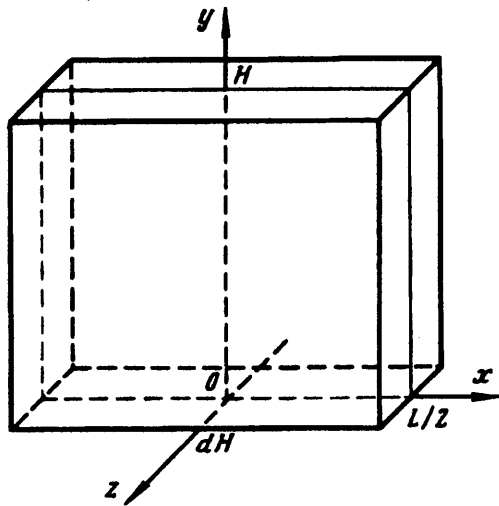
$$\mathbf{v}|_{\Gamma} = 0, \quad T(x, 0, z) = 1, \quad T(x, 1, z) = 0, \quad T(\pm l/2, y, z) = 1 - y \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial T(x, y, z)}{\partial z} = \mp \operatorname{Bi} (T - T_B), \quad z = \pm d$$

Здесь \mathbf{v} , T , p — вектор скорости, температура и конвективная добавка к давлению соответственно; вектор γ направлен вдоль вертикального орта e_y . В уравнения входят два безразмерных критерия подобия — числа Грасгофа и Прандтля:

$$G = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\nu\chi}, \quad P = \frac{\nu}{\chi}$$

В граничные условия (1.2) входят три безразмерных параметра: отношение длины полости к высоте $l = L/H$, температура окружающей среды $T_B = \text{const}$ и параметр теплообмена — число Био $\operatorname{Bi} = \alpha H$, в котором $\alpha = \kappa_w/\delta x_f$, κ_f — теп-



Фиг. 1

лопроводность жидкости, κ_w и δ — теплопроводность и толщина стенки широкой грани.

В рамках приближения «плоских траекторий» (т. е. пренебрегая z -компонентой скорости) введем функцию тока $\psi(x, y)$, а профиль температуры по координате z аппроксимируем параболой

$$v(x, y, z) = \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial y}; -\frac{\partial \psi}{\partial x}; 0 \right\} \left(1 - \frac{z^2}{d^2} \right) \quad (1.3)$$

$$T(x, y, z) = \theta(x, y) + b(T(x, y, d) - T_B) z^2 \quad (1.4)$$

Здесь $\theta(x, y)$ — температура жидкости в сечении $z=0$, b — коэффициент, требующий определения. Выражение (1.4), записанное для $z = \pm d$, позволяет найти соотношение

$$T(x, y, d) = \theta(x, y) (C + 1) - CT_B, \quad C = \frac{bd^2}{1 - bd^2}, \quad b = \frac{Bi}{2d} \quad (1.5)$$

Сведение задачи к двумерной осуществляется при использовании аппроксимаций (1.3), (1.4) и усреднении по толщине ячейки

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial y} = \frac{5}{4} \Delta^2 \psi - \frac{15}{4d^2} \Delta \psi - \frac{5}{8} (3 + C) G \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (1.6)$$

$$P \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = \frac{5(3 + C)}{2(5 + C)} \Delta \theta + \frac{15C}{(5 + C)d^2} (\theta - T_B) \quad (1.7)$$

Так как второе слагаемое справа в первом уравнении при $d \ll 1$ много больше остальных, содержащих ψ , последними можно пренебречь. Во втором уравнении нелинейные члены должны быть сохранены, так как искажение поля температуры в общем случае не мало. В упрощенном таким образом виде система уравнений (1.6)–(1.7) имеет вид

$$\Delta \psi + G_s \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$$

$$\Delta \theta - A(\theta - T_B) = P J(\theta, \psi) \quad (1.8)$$

$$G_s = d^2 \frac{(3 + C)}{6} G, \quad P_s = \frac{2(5 + C)}{5(3 + C)} P, \quad A = \frac{-3C}{2(3 + C)d^2}$$

Здесь $J(\theta, \psi)$ — якобиан по переменным x и y . Система (1.8) содержит четыре безразмерных параметра — эффективные числа Грасгофа G_e и Прандтля P_e и две характеристики теплообмена на широких гранях — A и T_B . Параметры G_e и P_e зависят от безразмерного числа C , определенного в (1.5), которое может изменяться в пределах от -1 до 0 . Для лабораторной ячейки с размерами $30 \times 30 \times 2$ мм³ при одинаковой теплопроводности стенок и рабочей жидкости и толщине широких граней 1 мм значения безразмерных параметров таковы: $C = -0,5$, $A = 67,5$.

Граничные условия для системы (1.8) упрощаются благодаря сведению задачи к двумерной и понижению порядка уравнений

$$\psi|_r = 0, \theta(x, 0) = 1, \theta(x, 1) = 0, \theta(-l/2, y) = \theta(l/2, y) = 1 - y \quad (1.9)$$

Граничное условие, определяющее теплообмен широких граней ячейки с окружающей средой, переработалось в источник член в уравнении теплопроводности.

В (1.9) нет условия прилипания жидкости на узких гранях ячейки. Такое приближение, очевидно, справедливо в пределе малых d . Анализ результатов, полученных в этом приближении, показал хорошее соответствие с экспериментом [1]. Влияние учета условий прилипания жидкости на узких гранях рассмотрено в разд. 5.

Ниже приведены результаты решения задачи (1.8), (1.9) как в асимптотических случаях (малые P_e и A), так и в полной постановке.

2. Малые числа Прандтля. При $P_e \ll 1$, что соответствует жидким металлам, систему уравнений (1.8) можно решить с помощью разложения решений в ряд по малому параметру P_e . В нулевом порядке по P_e имеем

$$\Delta\psi = -G_e \frac{\partial\theta}{\partial x}, \Delta\theta = A(\theta - T_B) \quad (2.1)$$

Уравнения (2.1) описывают тепловую конвекцию жидкости с числом Прандтля $P_e = 0$, индуцированную только теплообменом на широких боковых гранях. В рассмотренном случае при подогреве снизу нет порога устойчивости (он отодвинут на бесконечность); полученное решение описывает конвективное течение как при положительных, так и при отрицательных G (подогрев сверху).

Решение уравнений (2.1) нетрудно получить в явном виде

$$\theta(x, y) = 1 - y + \sum_{l,k=1}^{\infty} F_{lk} \cos(\alpha_l x) \sin(\beta_k y), \psi = -G_e \sum_{l,k=1}^{\infty} E_{lk} \sin(\gamma_l x) \sin(\beta_k y)$$

$$F_{lk} = -\frac{4A [T_B((-1)^k - 1) + 1]}{\alpha_l \beta_k (\lambda_{lk} + A)} ((-1)^l + 1), E_{lk} = \frac{4\gamma_l}{\gamma_l^2 - \beta_k^2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\alpha_j F_{jk}}{\gamma_l^2 - \alpha_j^2} (-1)^{l+j} \quad (2.2)$$

$$\alpha_l = (2l - 1)\pi, \beta_k = k\pi, \gamma_l = 2l\pi, \lambda_{lk} = \alpha_l^2 + \beta_k^2$$

Легко показать, что ряды в (2.2) сходятся равномерно во всей области $S = \{(x, y) | 0 \leq y \leq 1, |x| \leq l/2\}$.

Полученное решение обладает следующими свойствами.

Температура и функция тока — соответственно четная и нечетная функции относительно оси $x=0$, а поле скорости симметрично относительно этой оси. Это свойство следует из инвариантности (2.1) относительно замены $x \rightarrow -x$, $\psi \rightarrow -\psi$.

При $0 < T_B < 1$ течение — четырехвихревое. При стремлении $T_B \rightarrow 0$ ($T_B \rightarrow 1$) исчезает верхняя (нижняя) пара вихрей. При $T_B = 0,5$ у поля скорости две оси симметрии ($x=0$ и $y=0,5$); функция тока нечетна также относительно и оси $y=0,5$.

Если за амплитуду течения принять величину среднеквадратичную от φ по области S , то ее минимум достигается при $T_B = 0,5$, когда температура окружающей ячейку среды равна средней от температур на верхней и нижней границах.

Система уравнений (2.1)—(2.2) инвариантна относительно замен

$$\theta \rightarrow 1 - \theta, T_B \rightarrow 1 - T_B, \psi \rightarrow -\psi; G_e \rightarrow -G_e, \psi \rightarrow -\psi.$$

Это свойство позволяет получить решение одновременно для четырех наборов (G_B, T_B) и объяснить неудачу лабораторных экспериментов, в которых от конвективного течения пытались избавиться выбором устойчивой стратификации при нагреве сверху.

Амплитуда течения линейно зависит от G_e , а при малых значениях A (порядка 1 и ниже) она линейна и по A . Искажения линейного поля температуры $\tau = \theta - (1 - y)$ также линейно от A в этом случае.

Решение задачи (1.9), (2.1) в первом порядке по P_e , выписанное в виде рядов, имеет довольно громоздкий вид и поэтому не приводится.

Оценки для интегральных характеристик течения в пределе $P_e = 0$ можно получить на основании лишь свойств четности решений ψ, τ и их линейности от G_e и A . Исходя из вариационных свойств гармонических функций и учитывая свойства четности функции τ , получаем оценки (результат выписан для квадратной области $l = 1$)

$$\int_S \tau^2 dS \leq \frac{A^2}{4\pi^4} \left(\frac{1}{3} - T_B + T_B^2 \right), \int_S \psi^2 dS \leq \frac{G_e^2 A^2}{50\pi^6} \left(\frac{1}{3} - T_B + T_B^2 \right) \quad (2.3)$$

Правые части в неравенствах (2.3) минимальны при $T_B = 0,5$. Этот факт дает рекомендацию для экспериментаторов, желающих иметь минимум влияния теплообмена с внешней средой на конвективное течение в ячейке. Оценки (2.3) достаточно грубые: при $T_B = 0$ или 1 они превосходят точные значения интегралов примерно в 2 раза, а при $T_B = 0,5$ — более чем на порядок. Для получения более точных сведений об интенсивности конвекции следует воспользоваться решением (2.2) в виде рядов или численно решить систему линейных уравнений (2.1).

3. Слабый теплообмен на широких гранях. В случае малых A будем искать решение уравнений (2.1) также в виде рядов по степеням малого параметра. Производя в этих уравнениях замену переменных $\psi \rightarrow \psi/P_e, \tau \rightarrow \tau/D$, где $D^2 = -Ra_e = -G_e P_e$ — эффективное число Рэлея, получим

$$\Delta\psi + D \frac{\partial\tau}{\partial x} = 0$$

$$-D \frac{\partial\psi}{\partial x} + \Delta\tau = J(\tau, \psi) - A\tau + AD(y - 1 + T_B) \quad (3.1)$$

$$\psi|_{\Gamma} = 0, \tau|_{\Gamma} = 0$$

При $A = 0$, что соответствует отсутствию теплообмена на широких гранях, получим систему уравнений, описывающую стационарную двумерную тепловую конвекцию в пористой среде [9]. В этом случае задача (3.1) допускает тривиальное (равновесное) решение, которое теряет устойчивость в точке $D = D_*$. В области $D > D_*$ задача обладает однопараметрическим семейством стационарных решений, устойчивых относительно малых возмущений. Нарушение условий равновесия ликвидирует вырождение, оставляя лишь одно устойчивое и два неустойчивых решения. Аналогичная ситуация возникает в других конвективных системах, обладающих свойством симметрии (вращательной в шаре, трансляционной в плоском горизонтальном слое). В случае ячейки Хеле — Шоу теплообмен на широких гранях ячейки также выделяет из однопараметрического семейства решений три, из которых устойчиво лишь одно.

Следуя работе [9], перепишем задачу (3.1) в иной форме. Для этого введем комплексную функцию $\varphi = \psi + i\tau$, после чего получим краевую задачу для φ

$$L\varphi = J(\varphi, \bar{\varphi}) + 2i(D - D_*) \frac{\partial \varphi}{\partial x} - A(\varphi - \bar{\varphi}) + ADi(1 - y - T_B) \quad (3.2)$$

$$\varphi|_{\Gamma} = 0, \quad L = 2 \left(\Delta - iD_* \frac{\partial}{\partial x} \right)$$

Здесь черта сверху означает комплексное сопряжение, а D_* — критическое значение параметра D устойчивости равновесия, существующего при $A=0$ и определяемое из задачи на собственное значение

$$L\varphi = 0, \quad \varphi|_{\Gamma} = 0$$

Решение этой задачи определяет критические возмущения:

$$f = \alpha(\psi_1 + i\tau_1), \quad \psi_1 = (\sin(\gamma_1 x) + \sin(\gamma_2 x)) \sin(\pi y), \quad \gamma_{1,2} = (\sqrt{P^2 + 1} \pm 1) \pi / l \quad (3.3)$$

$$\tau_1 = -(\cos(\gamma_1 x) + \cos(\gamma_2 x)) \sin(\pi y), \quad D_* = 2\pi \sqrt{P^2 + 1} / l$$

Решение полной нелинейной задачи (3.2) ищем в виде рядов по степеням малого параметра λ

$$\varphi(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x, y) \lambda^n, \quad \lambda = \sqrt{2(D - D_*)} \quad (3.4)$$

Подставляя (3.4) в (3.2) и собирая члены при одинаковых степенях λ , получим бесконечную систему зацепляющихся уравнений

$$L\varphi_n = i \frac{\partial \varphi_{n-2}}{\partial x} + \sum_{j=1}^{\infty} J(\varphi_j, \bar{\varphi}_{n-j}), \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.5)$$

Здесь величины с неположительными индексами считаются тождественно равными нулю.

Решение уравнения (3.5) для $n=1$ запишем в виде $\varphi_1 = \varepsilon \exp(i\eta) f$, где $\eta \in (-\pi/2, \pi/2]$, f — решение (3.3) с множителем $\alpha' = \sqrt{1/\sqrt{2}\pi}$, полученным из условия нормировки

$$-i \langle f \frac{\partial f}{\partial x} \rangle = D_*^{-1} \langle |\nabla f|^2 \rangle = 1 \quad (3.6)$$

Угловые скобки здесь и ниже означают интегрирование по области S . Амплитуда ε определяется из условия разрешимости уравнения (3.5) 3-го порядка

$$\varepsilon = \pm \alpha^{-1} \langle \tau_2 J(\tau_1, \psi_1) \rangle^{-1/2} \quad (3.7)$$

где τ_2 — решение уравнения во втором порядке.

Можно показать, что условиям разрешимости уравнений (3.5) во всех порядках можно удовлетворить при любом значении фазы η . Из этого следует, что при $D > D_*$, $A = 0$ существует бесконечно много решений системы (3.5), различающихся параметром η . Доказательство устойчивости этих решений относительно малых возмущений и подробности аналогичных выкладок можно найти в [9].

При $A \neq 0$, как и ранее, представим решение уравнения (3.2) в виде ряда по степеням малого параметра λ , который в отличие от (3.4) теперь связан с коэффициентом теплообмена A (также малым) соотношением

$$A = A_1 \lambda + A_2 \lambda^2 + A_3 \lambda^3 \quad (3.8)$$

Поскольку при $A = 0$ это определение λ должно совпасть с введенным в (3.4), то с точностью до малых более высокого порядка можно записать

$$K(A_1 + A_2 \lambda^2) = (D_* - D + \lambda^2/2), \quad A_2 = 0 \quad (3.9)$$

Для определения K подставим (3.9) и ряд для φ из (3.4) в (3.2). В первом порядке по λ получим уравнение

$$L\varphi_1 = KA_1 i \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} + A_1 D i (1 - y - T_B) \quad (3.10)$$

Из условия разрешимости этого уравнения, условия нормировки (3.6) и требования действительности K следует, что $\eta = 0$ и

$$K = -D\epsilon^{-1} \langle (1 - y - T_B) \tau \rangle \quad (3.11)$$

Из (3.8), (3.9) получаем амплитудное уравнение

$$\lambda^3 + 2(D - D_*)\lambda - KA = 0 \quad (3.12)$$

определяющее амплитуду течения с функцией тока ψ_0 и температурой τ_0 при малых $(D - D_*)$, A .

Аналогично тому как это сделано в [9], можно показать, что из трех решений, полученных из амплитудного уравнения (3.12), одно устойчиво, а два других неустойчивы относительно малых возмущений. Таким образом, теплообмен на широких гранях ячейки ликвидирует однопараметрическое семейство решений, оставляя лишь три, соответствующих значению $\eta = 0$. Эти решения обладают осью симметрии $x = 0$ и по форме схожи с построенными в разд. 2.

4. Расчеты методом сеток. Решение уравнения (3.2) с помощью метода малого параметра позволяет построить амплитудные кривые. Как показали результаты расчетов задачи методом сеток, метод малого параметра удовлетворительно описывает ветвление при $A < 0,2$ и T_B близких к 0 и 1.

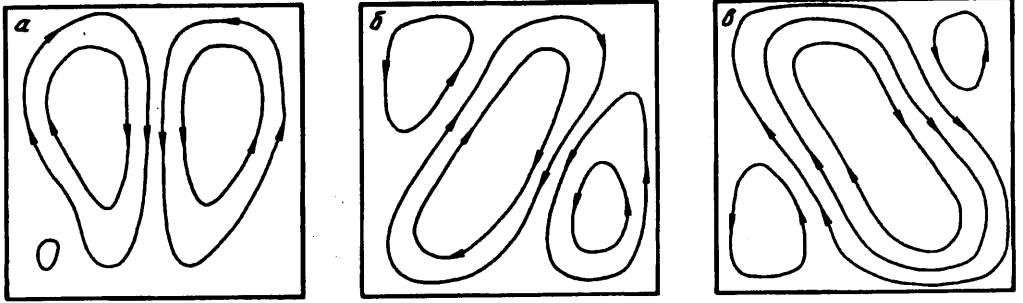
Для $T = 0,5$ метод малого параметра, примененный в окрестности первого критического числа, D_* дает нулевую амплитуду. Для более точного описания ветвления в этом случае необходимо рассмотреть четырехвихревую моду, для которой картина ветвления аналогична ветвлению двухвихревой моды в случае $T_B = 0$, но только в окрестности $D_2 = 2\sqrt{5}$ л. Расчеты, проведенные методом сеток, подтверждают эти выводы. В численных расчетах в качестве амплитуды конвективного течения использовалась норма

$$\|\varphi\| = \left[\int_S (\psi^2 + \tau^2) dS \right]^{1/2} \quad (4.1)$$

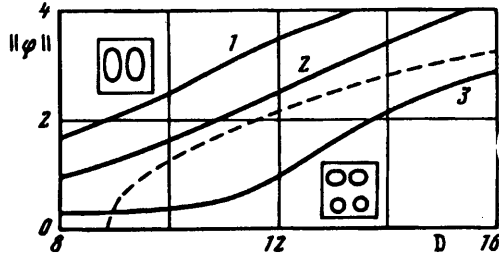
Стационарные решения находились с помощью итерационного метода по схеме с погрешностью аппроксимации $O(h^2)$. Приведенные ниже результаты расчетов соответствуют квадратной области с шагом пространственной сетки $h = 1/24$.

В случае теплоизоляции широких граней ($A = 0$) вычислительные эксперименты, проведенные для различных значений D , подтверждают наличие семейства решений. На фиг. 2 изображены картины стационарных течений (изолинии функции тока), полученные для $D = 15$ при различных начальных возмущениях. Как видно, формы течения существенно разные, в то же время амплитуды решений этого семейства мало отличаются друг от друга (менее 1%).

На фиг. 3 сплошными линиями изображены амплитудные кривые для $A = 10$ (интенсивный теплообмен на широких гранях) и трех значениях температуры внешней среды $T_B = 0$ (линия 1), 0,25 (линия 2) и 0,5 (линия 3). Штриховая линия соответствует случаю $A = 0$ (отсутствие теплообмена), когда существует равновесное решение при $D \leq D_* \approx 8,89$. При $A \neq 0$ в области $D < D_*$ существует конвективное течение. Амплитуда этого течения минимальна при $T_B = 0,5$; при удалении от этого значения амплитуда течения увеличивается. В области $D > D_*$ амплитуда течения при $A \neq 0$ может быть как больше соответствующей амплитуды для случая $A = 0$ (линии 1, 2), так и меньше (линия 3). Линии 1 соответствует течение с двухвихревой структурой, а линии 3 — с четырехвихревой структурой.



Фиг. 2



Фиг. 3

Обсуждаемые структуры течений качественно изображены вблизи линий 1, 3. На линии 2 течение в основном двухвихревое, но заметны два слабых вихря с другим направлением вращения.

5. Учет вязкого трения на узких гранях. Слияние первых двух уровней неустойчивости в ячейке Хеле — Шоу с теплопроводными границами явилось следствием пренебрежения условием прилипания жидкости на узких гранях. Лабораторные эксперименты [1] показали, что амплитуда развитой конвекции слабо зависит от «вязкого» влияния узких граней. Однако учет этого фактора, так же как и учет теплообмена на широких гранях, существенно влияет на отбор мод вблизи порога устойчивости.

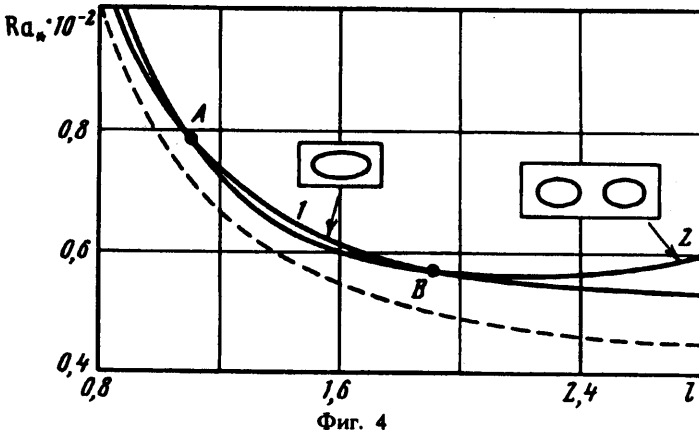
Критические числа Рэлея потери устойчивости для прямоугольной ячейки Хеле — Шоу с учетом вязкого прилипания на узких гранях и теплоизолированными широкими ($A = 0$) находятся из решения следующей краевой задачи, полученной при линеаризации уравнений (1.6) — (1.7):

$$\frac{d^2}{3} \Delta^2 \psi - \Delta \psi - Ra_c \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (5.1)$$

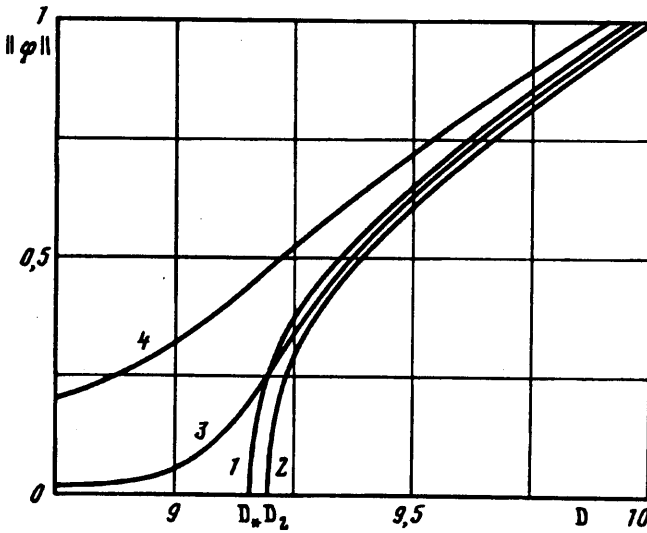
$$\Delta \theta - \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad \Gamma: \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} = \theta = 0$$

Для решения этой задачи был применен метод Галеркина. В качестве базисных функций выбирались полиномы (по 3 для θ и ψ).

На фиг. 4 сплошными линиями представлены зависимости критических эффективных чисел Рэлея $Ra_c = D^2$ от геометрического параметра l для одновихревого (линия 1) и двухвихревого (линия 2) типов возмущений. Эти зависимости соответствуют предельному значению $d \rightarrow 0$. Различие критических чисел в рассмотренном интервале l незначительно. Кроме того, эти зависимости пересекаются в точках А и В. При $l = 1$ наиболее опасным является возмущение одновихревой структуры. Для сравнения штриховой линией изображена



Фиг. 4



Фиг. 5

нейтральная кривая для семейства решений, полученная из (3.5) в пренебрежении вязкого прилипания на узких гранях.

Как показали расчеты, учет члена с d^2 в (5.1) оказывает слабое влияние на значения критических чисел Рэля для реальных значений d . При $d = 0,04$, например, изменение критических чисел Рэля — менее 5%.

Обсудим результаты расчетов конечно-амплитудной конвекции, полученной методом сеток для квадратной области с учетом условия вязкого прилипания на узких гранях. Обработка результатов численных экспериментов позволила получить амплитудные кривые, характеризующие ветвление решений (фиг. 5). Кривая 1 изображает амплитуду течения наиболее опасной одновихревой моды. Кривая 2 соответствует течению с двухвихревой структурой. Это течение является неустойчивым относительно одновихревых возмущений и поэтому соответствующее решение было получено при навязывании условий симметрии (счет велся в половине области). Влияние теплопроводности широких граней демонстрируют кривые 3, 4 для $A = 0,02, 0,2$ соответственно.

Для $A = 0,02$ двухвихревое течение в исследованном интервале D предпочтительнее одновихревого; в диапазоне $D_* < D < 10$ обе структуры (одно- и двухвихревая) устойчивы. Выход на них осуществляется при задании начальных

условий с соответствующей симметрией. При движении по параметру D в счете без навязывания условий симметрии наблюдались гистерезисные переходы от одной структуры к другой. При значениях $A = 0,2$ переход к другой структуре течения не наблюдался.

Совместный учет обоих факторов (теплоотдача и вязкое прилипание на узких гранях) позволяет утверждать, что при сравнительно малых значениях параметра теплоотдачи $A \approx 0,1$ влияние теплоотдачи с широких граней является существенным. Выполненное исследование позволяет экспериментатору выбрать параметры ячейки с нужным характером ветвления. В первом приближении этот выбор осуществляется с помощью асимптотических оценок, выполненных в разд. 2, 3.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Любимов Д. В., Путин Г. Ф., Чернатынский В. И. О конвективных движениях в ячейке Хеле — Шоу//Докл. АН СССР. 1977. Т. 235. № 3. С. 554—556.
2. Wooding R. A. Instability of viscous liquid of variable density in a vertical Hele — Shaw cell//J. Fluid Mech. 1960. V. 7. № 4. P. 501—515.
3. Hartline B. K., Lister C. R. B. Thermal convection in a Hele — Shaw cell//J. Fluid Mech. 1977. V. 79. Pt 2. P. 379—389.
4. Катанова Т. Н., Путин Г. Ф. Надкритические движения в подогреваемом снизу вертикальном слое//Уч. зап. Перм. гос. пед. ин-та, 1976. № 152. С. 28—36.
5. Путин Г. Ф., Ткачева Е. А. Экспериментальное исследование надкритических конвективных движений в ячейке Хеле — Шоу//Изв. АН СССР. МЖГ. 1979. № 1. С. 3—8.
6. Глухов А. Ф., Путин Г. Ф. О возникновении конвекции на фоне медленного течения//Изв. АН СССР. МЖГ. 1982. № 1. С. 174—176.
7. Мызникова Б. И. Численное исследование надкритических режимов тепловой конвекции в ячейке Хеле — Шоу при подогреве снизу//Исследование тепловой конвекции и теплопередачи. Свердловск: УНЦ АН СССР. 1981. С. 23—31.
8. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
9. Любимов Д. В. О конвективных движениях в пористой среде, подогреваемой снизу//ПМТФ. 1975. № 2. С. 131—137.

Пермь

Поступила в редакцию
4.II.1994