

УДК 532.594+531.38

© 1995 г. Л. Д. АКУЛЕНКО, С. Б. КОРНЕЕВ, С. В. НЕСТЕРОВ

ВЛИЯНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ КАПИЛЛЯРНЫХ ВОЛН НА КОЛЕБАНИЯ ОСЦИЛЛЯТОРА

Рассматриваются колебания твердого тела на упругой связи (осциллятора) в идеальной несжимаемой жидкости со свободной границей, на которой действуют силы поверхностного натяжения. В самосогласованной постановке приближенно решена линеаризованная задача гидродинамики, вычислены силы реакции жидкости на тело и получено интегродифференциальное уравнение движения. Асимптотическими методами получены усредненные характеристики, определяющие коэффициент демпфирования и сдвиг частоты колебаний осциллятора с учетом влияния излучаемых им капиллярных волн. Обнаружены качественные эффекты в зависимости от параметров системы. Проведено численное моделирование движения осциллятора, полностью подтвердившее качественные выводы о характере колебаний тела в жидкости, обладающей поверхностным натяжением.

1. Постановка задачи. Достаточно подробно изучены колебания твердых тел, находящихся на поверхности раздела жидкостей (поплавков) и внутри жидкости (осцилляторов) и взаимодействующих с гравитационными волнами (см. [1—6] и др.). Эти исследования были стимулированы как развитием теоретической гидродинамики, так и потребностями кораблестроения и навигации.

Однако до настоящего времени отсутствуют в известной научной литературе результаты теоретических и экспериментальных исследований колебаний тел, находящихся в жидкости и взаимодействующих с капиллярными волнами. Такие исследования могут представлять интерес для гидродинамики и, весьма вероятно, для анализа тонких технологических процессов (например, в условиях невесомости).

Рассмотрим свободные колебания осциллятора (твердого тела на упругой связи), находящегося в несжимаемой идеальной жидкости, по поверхности которой могут неограниченно распространяться капиллярные волны. Массовые (в частности, гравитационные) силы не учитываются. Помимо сил упругости в самосогласованной постановке задачи гидродинамики будем учитывать реакцию капиллярных волн, излучаемых осциллятором, на его свободные колебания. Механическая модель аналогична рассматриваемой для случая гравитационных волн [4].

Постановка задачи состоит в следующем. Пусть под свободной границей жидкости, имеющей поверхностное натяжение, помещено твердое тело на упругой связи. В начальный момент времени тело предполагается смещенным на некоторое малое расстояние в вертикальном к поверхности направлении. Тело и жидкость предполагаются покоящимися; поверхность жидкости является плоской; импульсивное давление не прикладывается. Затем тело отпускается с нулевой начальной скоростью и начинает совершать движение под действием упругой вертикальной силы и результирующей сил волнового давления. Требуется найти движение тела с учетом реакции излучаемых им капиллярных волн и определить кинематические и динамические характеристики колеблющейся жидкости [4].

Перейдем к математической постановке задачи гидродинамики и формулировке соответствующих допущений. Для упрощения и определенности примем, что тело имеет форму кругового цилиндра радиуса r и длины l , $l \gg r$. Это предположение о большой протяженности цилиндра позволяет пренебречь торцевыми эффектами и рассмотреть плоскую задачу гидродинамики. Тогда тело есть круг

радиуса r_c с погонной массой, т. е. линейной плотностью d_c , в частности $d_c = \pi r^2 \rho_c$, где ρ_c — объемная плотность материала цилиндра. Предположим, что его геометрический центр находится на расстоянии h , $h \gg r$, от свободной поверхности жидкости. Кроме того, считаем, что перемещения s тела малы, т. е. $|s| \ll r \ll h$.

Жидкость предполагается идеальной и несжимаемой; она имеет бесконечную глубину и неограниченно простирается в горизонтальной плоскости. На ее свободной поверхности действуют силы поверхностного натяжения с коэффициентом T . Считается, что волновое движение жидкости потенциально, двумерно (см. выше) и происходит с малой амплитудой, что позволяет использовать линейризованные уравнения гидродинамики [1, 2, 7].

Для описания движения жидкости введем декартовы эйлеровы координаты x, y ; ось x направим вдоль поверхности невозмущенной жидкости, а y — через центр круга ортогонально этой поверхности; ось z будет при этом параллельной оси цилиндра. Обозначим через $\Phi = \Phi(x, y, t)$ потенциал скоростей жидкости, а $\eta = \eta(x, t)$ — возвышение свободной поверхности. Картина движения симметрична относительно вертикальной оси y ($x=0$). Функции Φ, η неизвестны и должны быть определены как решение линейризованной краевой задачи [7]

$$\Delta \Phi = 0, \quad |x| < \infty, \quad y < 0, \quad (x, y) \in S \quad (1.1)$$

$$\rho \Phi|_{y=0} + T \eta''_x = 0, \quad \dot{\eta} = -\Phi'_y|_{y=0} \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \Big|_c = -c n_y, \quad \Phi \rightarrow 0 \quad (y \rightarrow -\infty, |x| \rightarrow \infty) \quad (1.3)$$

Здесь S — круг, перемещающийся вертикально (вдоль оси y) неизвестным образом; C — окружность (граница этого круга), n — нормаль к окружности, $n = (n_x, n_y)$, n_y — вертикальная составляющая нормали; $c = c(t) = \dot{s}(t)$ — скорость движения центра круга S , ρ — объемная плотность жидкости. Соотношения (1.1) — (1.3) имеют обычный гидродинамический смысл и не требуют комментариев. Отметим лишь, что первое, динамическое, условие (1.2) характеризует равенство нулю суммы инерционных сил и сил натяжения (капиллярных сил) на поверхности жидкости. Точкой обозначена производная по времени t , штрихами — по x, y ; Δ — двумерный оператор Лапласа. Система уравнений (1.1) — (1.3) будет замкнутой, если известно движение $s(t)$ цилиндра, т. е. центра круга S . Кроме того, должны быть заданы соответствующие начальные условия.

2. Решение задачи гидродинамики при известном движении тела. Будем пока полагать движение центра круга $s(t)$ заданным. Определим соответствующие характеристики жидкости. Для нахождения потенциала скоростей Φ при помощи второго, кинематического, соотношения (1.2) исключим неизвестную η . В результате получается динамическое граничное условие первого приближения для Φ вида

$$(\rho \Phi - T \Phi''_{xx})_{y=0} = 0 \quad (2.1)$$

Решение краевой задачи (1.1), (1.3), (2.1) удобно представить в виде

$$\Phi = c r^2 \left[\frac{y_+}{x^2 + y_+^2} + \frac{y_-}{x^2 + y_-^2} \right] + \varphi \quad (y_{\pm} = y \pm h) \quad (2.2)$$

Здесь $c = c(t) = \dot{s}(t)$ — известная по предположению функция (скорость движения центра круга), φ — неизвестный потенциал скоростей волнового движения. Первое слагаемое в квадратной скобке в (2.2) характеризует потенциал скоростей жидкости, вызываемый движением цилиндра в неограниченной жидкости; второе слагаемое введено для удобства вычислений.

Далее используем предположение $a/h \ll 1$. Это позволяет не учитывать краевое условие на поверхности цилиндра, что существенно упрощает вычисления. Этот прием представляет собой традиционное дипольное приближение, применявшееся

при вычислении стационарных волновых движений, возбуждаемых колеблющимся твердым телом [1]. Дипольное приближение может быть уточнено с помощью итерационного процесса по малому параметру $(r/h)^2$. Заметим, что учет граничного условия на поверхности цилиндра приводит к погрешности более высокого порядка, чем $(r/h)^2$, при вычислении гидродинамических сил, действующих на цилиндр.

С учетом изложенного получим краевую задачу для неизвестной функции $\varphi = \varphi(x, y, t)$

$$\Delta\varphi = 0, \quad y < 0, \quad |x| < \infty, \quad \varphi \rightarrow 0 \quad (y \rightarrow -\infty, \quad |x| \rightarrow \infty) \quad (2.3)$$

$$(\rho\ddot{\varphi} - T\varphi''_{,xy})_{y=0} = -2cr^2T [(h^2 - x^2)(x^2 + h^2)^{-2}]'_{x^2}$$

Начальные условия, наложенные на скорость движения тела и на форму свободной поверхности, для φ принимают вид

$$\varphi(x, y, 0) = \dot{\varphi}(x, y, 0) = 0 \quad (2.4)$$

Переходим к решению упрощенной начально-краевой задачи (2.3), (2.4). Используя преобразование Фурье по x , для искомой неизвестной φ получим следующее представление:

$$\varphi(x, y, t) = \int_0^{\infty} A(k, t) \cos kx e^{ky} dk \quad (|x| < \infty, \quad y < 0, \quad t \geq 0) \quad (2.5)$$

$$A(k, t) = \frac{2r^2T}{\rho} \frac{k^3}{\omega} e^{-kh} \int_0^t c(\tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau, \quad \omega^2 = \frac{Tk^3}{\rho}, \quad k \geq 0$$

Здесь k — волновое число, $\omega = \omega(k)$ — частота, отвечающая волновому числу k , $k \geq 0$. Представление A (2.5) выбрано для удобства дальнейших построений. Начальные условия для φ (2.4) удовлетворяются автоматически. Выражение φ (2.5) является интегральным оператором типа Вольтерры от неизвестной $c(t) = \dot{s}(t)$.

Подставим функцию φ (2.5) в формулу (2.2) для исходного потенциала Φ . Давление в жидкости находится с помощью линеаризованного интеграла Бернулли [1]

$$p = \rho\dot{\Phi} = c\rho x^2 \left[\frac{y_+}{x^2 + y_+^2} + \frac{y_-}{x^2 + y_-^2} \right] + 2r^2T \int_0^t c(\tau) \left[\int_0^{\infty} k^3 e^{-k(h-y)} \cos \omega(t - \tau) dk \right] d\tau \quad (2.6)$$

Вычислим результирующий вектор гидродинамических сил давления $F = -(F_x, F_y)$ на цилиндр

$$F_x = -l \oint_C p n_x d\sigma = 0, \quad F_y = -l \oint_C p n_y d\sigma = -\pi r^2 l \rho c \left(1 - \frac{r^2}{4h^2} \right) - 2\pi r^4 l T \int_0^t c(\tau) \left[\int_0^{\infty} k^4 e^{-2kh} \cos \omega(t - \tau) dk \right] d\tau \quad (2.7)$$

Таким образом, выражения (2.7) для $F_{x,y}$ определяют реакцию волновых движений жидкости на тело при его заданном движении. Сила имеет только вертикальную составляющую в виде линейного интегродифференциального оператора типа Вольтерры от $\dot{s}(t)$. Знание выражений для других сил (например, сил упругости и т. п.), действующих на твердое тело, позволяет составить интегродифференциальное уравнение движения Ньютона, аналогичное рассмотренным (см. [3—6] и др.). Соответствующая задача Коши может быть исследована аналитическими и численными методами. Операционными методами в случае

линейной системы получаются частотные характеристики, позволяющие определить эффективные коэффициенты затухания колебаний, сдвиг частоты и т. п. Рассмотрим далее частный случай линейной упругой силы [4].

3. Анализ колебаний линейного осциллятора с учетом реакции капиллярных волн. Пусть по вертикали к поверхности на цилиндр действует линейная упругая сила. Тогда уравнение движения тела и начальные условия имеют вид [4]

$$M_c \ddot{s} = -\lambda s - M_l \ddot{s} - 2\pi r^4 l T \int_0^t \dot{s}(\tau) \left[\int_0^\infty k^4 e^{-2kh} \cos(t - \tau) dk \right] d\tau$$

$$M_l = \pi r^2 l \rho (1 - r^2/4h^2), \quad s(0) = s^0, \quad \dot{s}(0) = 0 \quad (3.1)$$

Здесь s — отклонения цилиндра относительно недеформированного положения ($s = 0$), M_c — масса цилиндра, M_l — «присоединенная масса» жидкости, λ — коэффициент упругости.

Дальнейшему исследованию подлежит интегродифференциальная задача Коши (3.1), описывающая самосогласованное движение линейного осциллятора с учетом излучаемых им волн. На основе решения этой задачи $s = s(t)$ с помощью известных формул (квадратурами) (см. разд. 1, 2) определяются кинематические и динамические характеристики жидкости, в том числе потенциал скоростей Φ и возвышение свободной поверхности η .

Для удобства аналитического и численного исследования задачи (3.1) введем безразмерные переменные и параметры; количество последних можно уменьшить до двух. Действительно, положим

$$t^* = \Omega t, \quad s^* = \frac{s}{s^0}, \quad \Omega^2 = \frac{\lambda}{M}, \quad M = M_c + M_l, \quad \xi = kh \quad (3.2)$$

$$\gamma^2 = \frac{T}{\rho h^3 \Omega^2}, \quad \varepsilon = \frac{2\pi r^4 l T}{h^3 \Omega^2 M} = 2\gamma^2 \frac{M_0}{M} \frac{r^2}{h^2} \ll 1, \quad M_0 = \pi r^2 l \rho$$

Введенные безразмерные переменные и параметры имеют определенный физический смысл. В частности, параметр γ характеризует отношение сил поверхностного натяжения и упругости. При $\gamma^2 \approx 1$ параметр ε будет малым в силу неравенств $M_0/M < 1$ и $a/h \ll 1$. В результате приходим к следующей задаче Коши для системы, зависящей только от двух параметров ε, γ (звездочка у t^*, s^* опущена для сокращения записи):

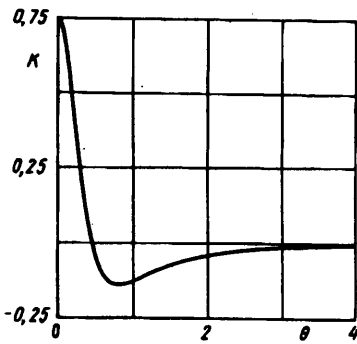
$$\ddot{s} + s = \varepsilon \int_0^t K(\gamma(t - \tau)) \dot{s}(\tau) d\tau, \quad s(0) = 1, \quad \dot{s}(0) = 0$$

$$K(\theta) = \int_0^\infty \xi^4 e^{-2\xi} \cos(\xi^2 \theta) d\xi, \quad \theta = \gamma(t - \tau) \geq 0 \quad (3.3)$$

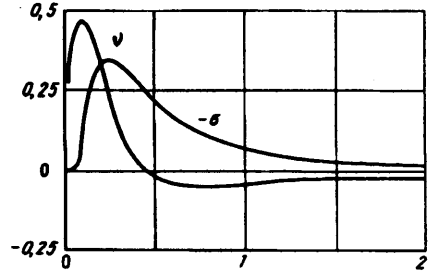
Функция K — разностное ядро интегрального оператора в (3.3) — может быть построено численно (фиг. 1).

Формальное аналитическое решение $s(t, \gamma, \varepsilon)$ задачи (3.3) удается построить операционными методами на основе преобразования Лапласа. Однако оно практически не пригодно для анализа движения осциллятора.

Для асимптотически малых значений параметра ε к интегродифференциальному уравнению (3.3) применима обобщенная процедура метода усреднения [3, 6]. Она заключается в стандартной замене переменных (s, \dot{s}) на оскулирующие переменные (a, b) по формулам $s = a \cos t + b \sin t, \dot{s} = \partial s / \partial t$ в силу уравнения (3.3) с последующим переходом к интегральным уравнениям для $a(t), b(t)$ с применением формулы повторного интегрирования. Затем при помощи тождественных преобразований коэффициентов при a, b под знаком интеграла вида $\Lambda_{ij}(\gamma, t, \tau) \equiv \lambda_{ij}(\gamma, \delta, \tau)$, где $i, j = a, b$ — индексы, τ — аргумент интегрирования,



Фиг. 1



Фиг. 2

$\delta = t - \tau \geq 0$, неформальной процедуры усреднения функций λ_{ij} по τ для новых («усредненных») переменных a, b в медленном времени $\vartheta = \epsilon t$ получаем систему интегральных уравнений определенной структуры

$$a(v) = 1 + \int_0^{\vartheta} [\Sigma(\gamma, \delta) a(x) + N(\gamma, \delta) b(x)] dx$$

$$b(v) = \int_0^{\vartheta} [-N(\gamma, \delta) a(x) + \Sigma(\gamma, \delta) b(x)] dx \quad (3.4)$$

$$\Sigma, N = \mp \frac{1}{2} \int_0^{\infty} p_{c,s}(\gamma, \xi, \delta) \xi^4 e^{-2\xi} d\xi, \quad \delta = (v - x) \epsilon^{-1} = O(\epsilon^{-1})$$

$$\begin{pmatrix} p_c \\ p_s \end{pmatrix} = \int_0^{\delta} \cos(\gamma \xi^{3/2} \eta) \begin{pmatrix} \cos \eta \\ \sin \eta \end{pmatrix} d\eta, \quad v, x = O(1)$$

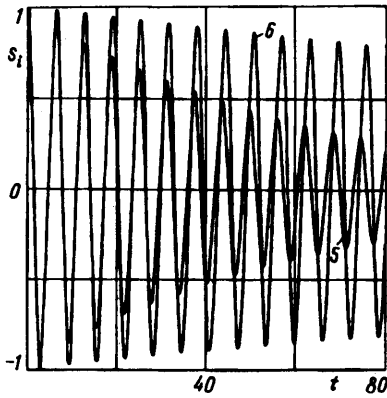
Анализ и численные расчеты коэффициентов Σ, N показывают, что они довольно быстро стремятся к некоторым постоянным, т. е. не зависящим от δ , значениям $\sigma(\gamma), v(\gamma)$

$$\sigma(\gamma) = \lim_{\delta \rightarrow \infty} \Sigma(\gamma, \delta) = - \left(\frac{\pi}{6} \right) \xi_*^3 e^{-2\xi_*}, \quad \xi_* = \gamma^{-2/3} \quad (3.5)$$

$$v(\gamma) = \lim_{\delta \rightarrow \infty} N(\gamma, \delta) = \lim_{\delta \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \int_0^{\delta} \sin \chi K(\gamma \chi) d\chi =$$

$$= \lim_{\delta \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \int_0^{\delta} \xi^4 e^{-2\xi} \left(\int_0^{\delta} \sin \chi \cos(\gamma \xi^{3/2} \chi) d\chi \right) d\xi$$

Функции $-\sigma, v$ приведены на фиг. 2. Величина $-\sigma$ определяет коэффициент демпфирования колебаний осциллятора в медленном времени $\vartheta = \epsilon t$. Экспоненциальное затухание обусловлено излучением волн и уходом их на бесконечность. Функция $-\sigma(\gamma)$ экспоненциально стремится к нулю при $\gamma \rightarrow 0$ ($|\sigma| \approx \gamma^{-10/3} \times e^{-2\gamma^{-2/3}}$), достигает экстремума $-\sigma^* \approx 0,34$ при $\gamma_{\sigma^*} = (2/5)^{-3/2} \approx 0,253$ и степенным образом стремится к нулю $|\sigma| \approx \gamma^{-10/3}$ при $\gamma \rightarrow \infty$. Таким образом, при заданном значении ϵ существует γ_{σ^*} , приводящее к максимальному затуханию



Фиг. 3

колебаний (в медленном времени ν). В исходных переменных коэффициент затухания α определяется величиной (см. (3.2))

$$\alpha(\gamma) = -\varepsilon\sigma\Omega = \frac{\pi}{3} \left(\frac{\lambda}{M}\right)^{1/2} \frac{M_0}{M} \left(\frac{r}{h}\right)^2 \gamma^{-4/3} e^{-2\gamma^{-2/3}} \quad (3.6)$$

$$\gamma^2 = \frac{T}{\rho h^3 \Omega}; \quad \alpha(\gamma) \rightarrow 0, \quad \gamma \rightarrow 0, \quad \infty; \quad \alpha(1) = \alpha_{\max} \quad (\gamma_{\sigma}^* = 1 = \operatorname{argmax} \alpha(\gamma))$$

Аналогично могут быть исследованы экстремальные и другие свойства коэффициентов затухания α по отношению к другим параметрам задачи.

Изменение эффективной упругости, т. е. сдвиг частоты $\nu(\gamma)$, находится численно при помощи весьма нетривиальной процедуры (3.5). Отметим, что внутренняя квадратура по χ может быть взята явно. При этом получается функция от ξ, γ , имеющая устранимую особенность при интегрировании по ξ (для $\xi = \gamma^{-2/3}$). Функция $\nu(\gamma) > 0$ при малых $\gamma > 0$, возрастает, имеет положительный максимум $\nu^* \approx 0,47$ при $\gamma_{\nu}^* \approx 0,095$, затем убывает, проходит через нуль при $\gamma^0 = 0,465$, достигает слабо выраженного отрицательного минимума $\nu_* \approx -0,05$ при $\gamma_{\nu*} = 0,8$ и стремится монотонно к нулю снизу при $\gamma \rightarrow \infty$ (фиг. 2). Указанное поведение функции $\nu(\gamma)$ имеет содержательную механическую интерпретацию. Как и для коэффициента диссипации $-\sigma(\gamma)$, переход к исходным переменным с учетом выражений (3.2) для t^* , ε приводит к следующему сдвигу частоты:

$$\omega(\gamma) = \varepsilon\nu(\gamma)\Omega = 2(M_0/M)(r/h)^2\Omega\gamma^2\nu(\gamma) \quad (3.7)$$

Отсюда следует, что экстремальные точки γ_{ν}^* , $\gamma_{\nu*}$ могут претерпеть значительные изменения, однако точка $\gamma^0 = 0,465$ сохраняется.

Для иллюстрации влияния параметра γ на эволюцию колебаний и выявления указанных критических значений γ (при фиксированных значениях ε) было проведено математическое моделирование колебаний осциллятора на основе прямого интегрирования задачи Коши (3.3) для $\varepsilon = 0,05$ (рассматривались и другие значения ε) и различных значений: $\gamma: 0,05; 0,1 (\approx \gamma_{\nu}^*); 0,15; 0,2; \gamma_{\sigma}^* = 0,253; 0,3; 0,4; \gamma^0 = 0,465; 1,0 (\approx \gamma_{\nu*}); 2,0$ и др.

Результаты моделирования полностью подтверждают асимптотический анализ.

4. Результаты моделирования и выводы. Проведены многочисленные расчеты колебаний осциллятора путем прямого построения решения интегродифференциальной задачи Коши (3.3) методом «ломаных Эйлера» для различных значений параметров ε и γ . Значительное внимание уделялось сравнению амплитудных и

фазовых характеристик кривых $s = s(t, \gamma, \varepsilon)$ с приближенными, получаемыми при помощи асимптотического анализа, т. е. на основе усредненных коэффициентов затухания $\varepsilon\sigma(\gamma)$ и сдвига частоты $\varepsilon\nu(\gamma)$ согласно (3.5) (фиг. 2). Для определенности приведем результаты моделирования, отвечающие $\varepsilon = 0,05$, $0 \leq t \leq 80$ и различным характерным значениям $\gamma = \gamma_i$, $s_i = s(t, \gamma_i, \varepsilon)$, $i = 1, 2, \dots, 6$.

Проведем сравнение кривых s_1 и s_2 , соответствующих значениям $\gamma_1 = 0,05$ и $\gamma_2 = \gamma_0^* = 0,253$. Кривая s_1 имеет незначительное затухание ($-\varepsilon\sigma_1 \approx 5 \cdot 10^{-4}$), однако сдвиг частоты существенен ($\varepsilon\nu_1 \approx 2,1 \cdot 10^{-2}$); кривая s_2 имеет максимальный коэффициент затухания ($-\varepsilon\sigma_2 \approx 1,7 \cdot 10^{-2}$) и некоторый (значительный) сдвиг частоты ($\varepsilon\nu_2 \approx 10^{-2}$). Далее, дадим сравнительное описание кривых s_3 и s_4 , для которых значения параметра γ равны: $\gamma_3 = 0,1$ ($\gamma_3 \approx \gamma_0^* = 0,095$) и $\gamma_4 = \gamma^0 = 0,465$ соответственно. Кривая s_3 имеет максимальный сдвиг частоты ($\varepsilon\nu_3 \approx 2,35 \cdot 10^{-2}$), а для s_4 он равен нулю ($\varepsilon\nu_4 \approx 0$) (фиг. 2). Коэффициент затухания кривой s_3 относительно невелик ($-\varepsilon\sigma_3 \approx 5 \cdot 10^{-3}$); для s_4 затухание существенно больше ($-\varepsilon\sigma_4 \approx 1,25 \cdot 10^{-2}$). Наконец, рассмотрим кривые s_5 и s_6 , отвечающие значениям $\gamma_5 = 0,2$ и $\gamma_6 = 2,0$. Они приведены на фиг. 3; аналогичный характер имеют графики для кривых s_1 и s_2 , s_3 и s_4 . Кривая s_5 имеет затухание, близкое к максимальному ($-\varepsilon\sigma_5 \approx 1,65 \cdot 10^{-2}$), и большой сдвиг частоты ($\varepsilon\nu_5 \approx 1,65 \cdot 10^{-2}$). Заметим, что при $\gamma \approx 0,2$ кривые $-\sigma(\gamma)$ и $\nu(\gamma)$ пересекаются (фиг. 2). Кривой s_6 отвечают малые затухание колебаний ($-\varepsilon\sigma_6 \approx 7,5 \cdot 10^{-4}$) и отрицательный частотный сдвиг ($\varepsilon\nu_6 \approx 1,25 \cdot 10^{-3}$). Отметим, что сдвиг частоты мал и практически неразличим для $\gamma > 0,4$ (фиг. 2).

Анализ показывает, что поведение кривых для различных ε, γ полностью отвечает проведенному асимптотическому анализу решения на основе метода усреднения, результаты которого представлены на фиг. 2. Аналогичные свойства затухания колебаний осциллятора, взаимодействующего с гравитационными волнами, были получены численными методами интегрирования и операционными методами на основе анализа амплитудно-частотных характеристик [4]. Было установлено также явление немонотонной зависимости сдвига резонансной частоты от числа γ , $\gamma^2 = g/(h\Omega^2)$, где g — ускорение силы тяготения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 93-013-17594, 94-01-01368) и Международного научного фонда.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сретенский Л. Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 815 с.
2. Хаскинд М. Д. Гидродинамическая теория качки корабля. М.: Наука, 1973. 327 с.
3. Акуленко Л. Д., Михайлов С. А., Нестеров С. В., Чайковский А. А. Численно-аналитическое исследование колебаний твердого тела на границе раздела двух жидкостей//Изв. АН СССР. МТТ. 1988. № 4. С. 59—66.
4. Акуленко Л. Д., Михайлов С. А., Нестеров С. В. Колебания осциллятора вблизи границы раздела двух жидкостей//ПММ. 1990. Т. 54. Вып. 1. С. 40—50.
5. Акуленко Л. Д., Михайлов С. А., Нестеров С. В. Исследование зависимости колебаний поплавка в неоднородной жидкости от формы его поверхности//Изв. АН СССР. МТТ. 1990. № 5. С. 24—31.
6. Акуленко Л. Д., Нестеров С. В. Перемещение осциллятора под поверхностью тяжелой жидкости//Изв. РАН. МТТ. 1994. № 4. С. 39—46.
7. Ламб Г. Гидродинамика. М.: Гостехиздат, 1947. 928 с.