

УДК 532.546

© 1995 г. И. Р. ДИЯШЕВ, В. М. КОНЮХОВ, А. В. КОСТЕРИН,  
Э. В. СКВОРЦОВ

## О ПРОДУКТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ СКВАЖИНЫ В ДЕФОРМИРУЕМОМ ПЛАСТЕ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕМ С ГОРНЫМИ ПОРОДАМИ

Исследована стационарная фильтрация к скважине в тонком деформируемом двухслойном пласте с учетом деформаций окружающих его горных пород. Проницаемость пласта считается функцией перемещений его кровли и подошвы. Изучено влияние деформаций на продуктивные характеристики скважины. Результаты качественно совпадают с данными натуральных экспериментов. Ранее в [1—5] при рассмотрении взаимосвязанных процессов фильтрации и деформирования среди основное внимание было уделено анализу напряженно-деформированного состояния горных пород и пласта и нестационарным задачам в рамках нелокально-упругого режима фильтрации.

1. О деформациях пласта в толще горных пород, вызванных распределением давления при работе скважины. Рассмотрим горизонтальный пористый насыщенный жидкостью пласт, находящийся в толще горных пород на расстоянии  $h$  от свободной поверхности. Пласт состоит из одного или двух изолированных один от другого слоев. С целью последующего анализа фильтрации в деформируемом пласте, взаимодействующем с окружающими его горными породами, используем схему, предложенную в работе [1]. Согласно ей, пласт считается тонким, учитываются лишь его деформации в вертикальном направлении. Системе пород — пласт соответствует однородное упругое полупространство, ограниченное плоскостью  $z = h$ , с разрезом  $z = 0 \pm 0$ .

Напряженно-деформированное состояние полупространства и распределения давлений в слоях пласта считаются осесимметричными, и ось скважины есть ось  $z$  цилиндрической системы координат  $r, \varphi, z$ . Далее интерес представляет нахождение не абсолютных значений искомых величин давлений, перемещений и т. д., а лишь их отклонений от значений, соответствующих пласту с постоянным давлением в нем. Ниже при использовании обозначений подразумеваются указанные отклонения величин.

Упругое полупространство характеризуется коэффициентом Пуассона  $\nu$  и модулем Юнга  $E$ . Вектор перемещения  $u$  удовлетворяет уравнению

$$\text{grad div } u - \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)} \text{rot rot } u = 0 \quad (1.1)$$

$$\text{Для двухслойного пласта граничные условия задачи [1] запишутся в виде} \\ z = h: \sigma_z = \tau_{rz} = 0 \quad (1.2)$$

$$z = 0: [\sigma_z] = [\tau_{rz}] = 0, [u_r] = 0 \quad (1.3)$$

$$[u_z] = \sigma_z \left( \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} \right) + q \left( \frac{p_1}{c_1} + \frac{p_2}{c_2} \right) \quad (1.4)$$

Здесь квадратные скобки означают скачок величины при переходе через разрез  $z = 0$ ,  $\sigma_z$  и  $\tau_{rz}$  — компоненты тензора напряжений,  $u_z$  и  $u_r$  — компоненты

вектора перемещения  $u$ . Величина  $q$  характеризует степень передачи давлений в слоях пласта  $p_1, p_2$  на его границы (она близка к единице), величины  $c_1 = E_1/\delta_1, c_2 = E_2/\delta_2$  — жесткости поперечных деформаций слоев, выражающиеся через соответствующие модули Юнга и толщины слоев.

Будем использовать представления Папковича — Нейбера компонент тензора напряжений и вектора перемещений через две гармонические функции  $\Phi$  и  $\varphi$  [6]

$$\sigma_z = 2(1 - \nu) \frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - z \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \quad (1.5)$$

$$\tau_{rz} = \frac{\partial}{\partial r} \left[ (1 - 2\nu) \Phi - \frac{\partial \varphi}{\partial z} - z \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right]$$

$$u_z = \frac{1 + \nu}{E} \left[ (3 - 4\nu) \Phi - \frac{\partial \varphi}{\partial z} - z \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right]$$

$$u_r = -\frac{1 + \nu}{E} \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial z} + z \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right]$$

Пусть слой  $0 < z < h$  и полупространство  $z < 0$  есть соответственно подобласти 1 и 2. Отыскивая в них функции  $\Phi_j, \varphi_j$  и  $p_j$  (здесь и далее  $j = 1, 2$ ) в виде интегралов Ханкеля

$$0 < z < h: \Phi_1(r, z) = \int_0^\infty [A_1(\xi) e^{\xi z} + B_1(\xi) e^{-\xi z}] J_0(\xi r) \xi d\xi$$

$$\varphi_1(r, z) = \int_0^\infty [C_1(\xi) e^{\xi z} + D_1(\xi) e^{-\xi z}] J_0(\xi r) \xi d\xi$$

$$z < 0: \Phi_2(r, z) = \int_0^\infty A_2(\xi) e^{\xi z} J_0(\xi r) \xi d\xi, \quad \varphi_2(r, z) = \int_0^\infty C_2(\xi) e^{\xi z} J_0(\xi r) \xi d\xi$$

$$p_j(r) = \int_0^\infty P_j(\xi) J_0(\xi r) \xi d\xi$$

и удовлетворяя граничным условиям (1.2)–(1.4), с учетом зависимостей (1.5) найдем величины  $A_j(\xi), B_1(\xi), C_j(\xi), D_1(\xi)$ . В результате устанавливается связь между выражением для скачка нормальной компоненты вектора перемещения на границе  $z = 0$  и распределением давлений в слоях пласта. Произведя упрощение, основанное на том, что величина  $\delta/h \ll 1$  [1, 5], получим

$$[u_z(\rho, 0)] = a \int_0^\infty \xi \left[ \frac{p_1(\xi)}{c_1} + \frac{p_2(\xi)}{c_2} \right] A(\xi, \rho) d\xi \quad (1.6)$$

где  $\rho = r/R$ ,  $R$  — характерный размер пласта в плане

$$A(\xi, \rho) = \int_0^\infty \frac{y J_0(\xi y) J_0(\rho y) dy}{y + a} \quad (1.7)$$

$$a = \frac{4qR(1 - \nu^2) c_1 c_2}{E(c_1 + c_2)}$$

Внутренний интеграл (1.7) представим в виде

$$A(\xi, \rho) = I_1(\xi, \rho) - a I_2(\xi, \rho) \quad (1.8)$$

$$I_1(\xi, \rho) = (2/\pi\xi) K(\rho/\xi), \quad \rho < \xi$$

$$I_1(\xi, \rho) = (2/\pi\rho) K(\xi/\rho), \quad \rho > \xi \quad (1.9)$$

где  $K(x)$  — полный эллиптический интеграл.

Преобразуем интеграл  $I_2(\xi, \rho)$  с осциллирующим ядром к виду, удобному для вычислений. Пусть  $\alpha = \rho/\xi < 1$ ,  $b = a\xi$ . Тогда

$$I_2(\alpha, b) = \int_0^{\infty} \frac{J_0(\alpha\tau) J_0(\tau) d\tau}{\tau + b}$$

Записав функцию Бесселя от комплексного переменного  $u$  через функцию Ханкеля третьего рода [7]

$$J_0(u) = \frac{1}{2} [H_0^{(1)}(u) + H_0^{(2)}(u)]$$

рассмотрим интеграл

$$I_{\Gamma_1} = \oint_{\Gamma_1} \frac{J_0(\alpha u) H_0^{(1)}(u) du}{u + b}$$

по замкнутому контуру, который составлен из последовательно проходимых отрезка  $(\gamma, M)$  действительной оси  $\text{Im } u = 0$ , четверти окружности  $(M, iM)$ , отрезка мнимой оси  $(iM, i\gamma)$  и четверти окружности  $(i\gamma, \gamma)$  ( $\gamma \ll 1$ ,  $M \gg 1$ ). Очевидно, что  $I_{\Gamma_1} = 0$ .

Наряду с этим рассмотрим также равный нулю интеграл, получающийся заменой в подынтегральном выражении  $H_0^{(1)}(u)$  на  $H_0^{(2)}(u)$  и взятый по контуру  $\Gamma_2$ , расположенному симметрично  $\Gamma_1$  относительно действительной оси. При  $M \rightarrow \infty$  и  $\gamma \rightarrow 0$  вклады интегралов  $I_{\Gamma_1}$  и  $I_{\Gamma_2}$  по дугам окружностей стремятся к нулю, а полуразность интегралов, взятых вдоль действительной оси, дает искомый интеграл  $I_2$

$$I_2(\alpha, b) = \frac{1}{2} \lim_{\gamma \rightarrow 0} \left[ \int_{-\gamma}^{-i\gamma} \frac{J_0(\alpha u) H_0^{(2)}(u) du}{u + b} - \int_{\gamma}^{i\gamma} \frac{J_0(\alpha u) H_0^{(1)}(u) du}{u + b} \right]$$

Таким образом

$$I_2(\xi, \rho) = \frac{2a}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{I_0(\rho y) K_0(\xi y)}{y^2 + a^2} dy, \rho < \xi \quad (1.10)$$

где  $I_0(x)$ ,  $K_0(x)$  — модифицированные функции Бесселя.

Аналогично можно показать, что

$$I_2(\xi, \rho) = \frac{2a}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{I_0(\xi y) K_0(\rho y)}{y^2 + a^2} dy, \rho > \xi \quad (1.11)$$

Формулы (1.6)—(1.11) при известных зависимостях  $p_i = p_i(\rho)$  позволяют вычислить величину  $[u_z(\rho, 0)]$ , после чего находятся и скачки перемещений  $u_z^j$  для слоев  $j$

$$[u_z^1] = \frac{c_2 [u_z] + p_1 - p_2}{c_1 + c_2}, [u_z^2] = \frac{c_1 [u_z] - p_1 + p_2}{c_1 + c_2} \quad (1.12)$$

Полученные выражения дают возможность перейти к анализу фильтрационного течения в деформируемом пласте.

2. О зависимости продуктивных характеристик скважины от деформаций пласта. Известно, что проницаемость насыщенного коллектора зависит от давления жидкости в нем (см., например, [8]). Такая зависимость является следствием деформаций пласта в результате изменения напряженно-деформированного состояния системы пласт — горные породы в целом. Поэтому взаимовлияние распределения давления в пласте и напряженно-деформированного состояния горных пород следует учитывать.

Экспериментами на насыщенных образцах показано, что проницаемость в образце под действием эффективного давления (разности горного и порового давлений) может уменьшиться на десятки процентов, а для некоторых разновидностей образцов трещиноватых пород в описанных условиях их фильтрационная способность исчезает вовсе. При этом подобные явления происходят в реальных диапазонах изменения эффективного давления. Их можно объяснить процессами переуплотнения в образцах и закрытием микротрещин [9].

При математическом моделировании фильтрации жидкости под действием скважины в деформируемом пласте с учетом деформаций окружающих его горных пород будем полагать, что проницаемость пласта есть функция его поперечной деформации  $\varepsilon$  и для двухслойного пласта безразмерная проницаемость  $K_j = k_j/k_j^0 = K(\varepsilon_j)$ , где  $\varepsilon_j = \varepsilon_j(p_1, p_2) = [u'_j]/\delta_j$ ,  $k_j^0$  — постоянные. Ниже ограничимся простейшей моделью фильтрационного течения в пласте.

Пусть в слоях пласта происходит радиальная фильтрация однородной несжимаемой жидкости вязкости  $\mu$  под действием скважины радиуса  $r_0$  по закону Дарси

$$v_j = - \frac{k_j^0}{\mu} K_j [\varepsilon_j(p_1, p_2)] \frac{\partial p_j}{\partial r}$$

описываемая нелинейными уравнениями

$$\frac{d}{dr} \left\{ K_j [\varepsilon_j(p_1, p_2)] r \frac{dp_j}{dr} \right\} = 0 \quad (2.1)$$

с граничными условиями

$$p_j(r_0) = -P_j, p_j(R) = 0 \quad (2.2)$$

Задачу (2.1), (1.6), (1.12), (2.2) будем решать методом итераций, полагая, что нулевое приближение распределения давления в слоях отвечает решению задачи (2.1), (2.2) при  $K_j = 1$ , т. е. при отсутствии деформаций пласта

$$p_j^0(\rho) = -P_j \frac{\ln(1/\rho)}{\ln(1/\rho_0)}, \rho_0 \leq \rho \leq 1 \quad (2.3)$$

На итерации с номером  $n$  уравнению (2.1) соответствует линейное уравнение

$$\frac{d}{d\rho} \left\{ K_j^{(n)}(\rho) \rho \frac{dp_j^{(n)}(\rho)}{d\rho} \right\} = 0$$

$$K_j^{(n)}(\rho) = K_j [p_1^{(n-1)}(\rho), p_2^{(n-1)}(\rho)]$$

имеющее при граничных условиях (2.2) решение

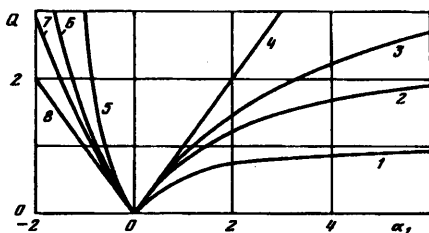
$$p_j^{(n)}(\rho) = -P_j \left[ 1 - \frac{f_j^{(n)}(\rho)}{f_j^{(n)}(1)} \right]$$

$$f_j^{(n)}(\rho) = \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{d\xi}{\xi K_j^{(n)}(\xi)}$$

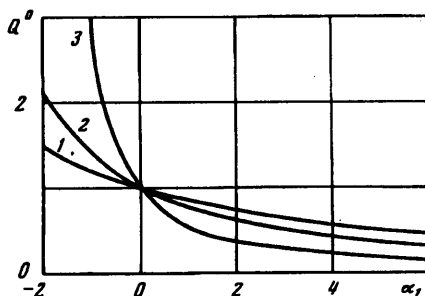
*Замечание.* Зависимость (2.3) позволяет, изменив порядок интегрирования в выражении (1.6), привести его к виду

$$[u_2^{(1)}(\rho, 0)] = - \frac{P_1/c_1 + P_2/c_2}{\ln(1/\rho_0)} I_3(\rho)$$

$$I_3(\rho) = a \int_0^{\infty} y^{-1} \Phi(y) dy, \Phi(y) = J_0(y\rho) [J_0(y\rho_0) - J_0(y)] (y+a)^{-1}$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Далее

$$I_3(\rho) = \ln \frac{1}{\rho} - \int_0^{\infty} \Phi(y) dy$$

а последний интеграл упрощен в разд. 1. Таким образом, на первой итерации величина скачка перемещения выражается через однократный интеграл с гладким ядром, что используется при тестировании вычислений по формулам (1.6), (1.7).

Расчеты выполнены для зависимости  $K(\varepsilon_j) = \exp(\beta_j \varepsilon)$  при следующих значениях параметров:  $q = 1$ ,  $\nu = 0, 2$ ,  $\rho_0 = 10^{-3}$ . Пусть  $q_j$  — расход скважины в слое  $j$ ,  $q_{j0}$  — ее расход при  $K_j = 1$ . Введем безразмерную величину  $Q_j^0 = q_j/q_{j0}$ , характеризующую продуктивность скважины, и безразмерный расход  $Q_j = \alpha_j Q_j^0$ , где  $\alpha_j = \beta_j \rho_j / E$ . После вычисления при некотором  $n = m$  величины  $f_j^{(m)}(\rho)$  с достаточной точностью найдем

$$Q_j^0 = \ln \frac{1}{\rho_0} [f_j^{(m)}(1)]^{-1}$$

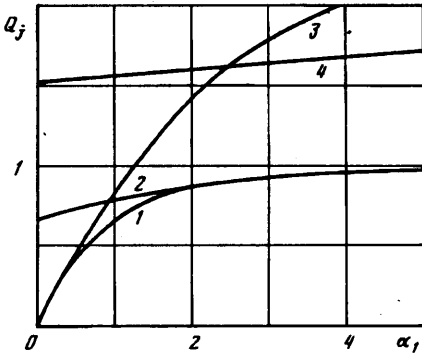
На фиг. 1, 2 приведены некоторые результаты расчетов для случая однослойного пласта ( $j = 1$ ) с модулем Юнга  $E_1$  и толщиной  $\delta_1$  при  $\delta_1/R = 10^{-1}$ .

Для фиг. 1 кривым 1—4 и 5—8 соответствуют значения параметра  $n = E_1/E = 0, 25, 1, 2, \infty$ . Видно, что для  $\alpha_1 > 0$  при фиксированной величине модуля Юнга горных пород  $E$  отклонение величины безразмерного расхода скважины от его значения, вычисленного без учета деформаций пласта (см. луч 4), возрастает с уменьшением жесткости пласта. При  $\alpha_1 < 0$  кривые 5—8 иллюстрируют поведение безразмерной приемистости скважины. И в этом случае эффект отклонения кривых от луча 8, соответствующего случаю недеформированного пласта, тем больше, чем меньше жесткость последнего.

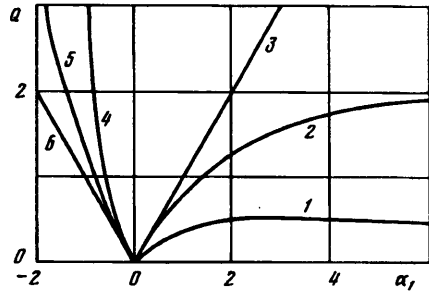
На фиг. 2 изображены кривые 1—3 продуктивности скважины, которым отвечает параметр  $n = 0, 25, 1, 2$ . Случаю недеформируемого пласта соответствует значение  $Q^0 = 1$ . Для поведения этих кривых характерны те же тенденции, что и описанные выше.

На фиг. 3 представлены результаты расчетов расходов скважины  $Q_j$  по слоям  $j = 1, 2$  пласта, для которого  $\delta_1 = \delta_2$ ,  $\delta_1/R = 0, 05$ ,  $E_1 = E_2$ , при фиксированной величине  $\alpha_2 = 2, 5$ . Для кривых 1, 2 и 3, 4 соответственно параметр  $n = 0, 5, 2$ ; цифры 1, 3 относятся к первому слою, 2, 4 — ко второму. Отметим, что с ростом  $\alpha_1$  расход скважины во втором слое, несмотря на постоянное значение перепада давления в нем, растет. Это можно объяснить разгрузкой второго слоя вследствие сжатия первого слоя. При  $\alpha_1 = \alpha_2$  величины расходов в слоях совпадают, причем при достаточно малой величине  $n$  (мягкий пласт) эти расходы остаются практически одинаковыми при  $\alpha_1 > \alpha_2$ .

Известны натурные эксперименты на месторождениях, показывающие, что с



Фиг. 3



Фиг. 4

ростом перепада давления в пласте кривая дебита (расхода) добывающей скважины отклоняется от линейной зависимости к оси давлений, а продуктивность скважины уменьшается [10, 11]. Предложенная математическая модель качественно верно описывает и объясняет такие эффекты.

Проведение конкретных численных расчетов требует задания значений физических параметров. Величины  $\nu$  и  $E$  достаточно хорошо измерены для различных модификаций горных пород и пласта. Определение коэффициентов  $\beta$ , сопряжено либо с экспериментальными исследованиями при нагружении насыщенных образцов коллектора, либо с их идентификацией по начальным участкам промысловых кривых изменения дебита при изменении перепада давления в пласте.

3. Влияние чувствительности призабойной зоны к деформациям. В результате вымывания глинистых пород и обработки забоя скважины различными химическими веществами чувствительность призабойной зоны к деформациям пласта может оказаться существенно более высокой, чем на его периферии. Пусть пласт однослойный и область фильтрации делится окружностью на подобласти 1 ( $\rho < \rho^*$ ) и 2 ( $\rho \geq \rho^*$ ) с проницаемостями  $K_j = K(\epsilon_j)$ . Введем обозначение  $p(\rho^*) = -P^*$ . При граничных условиях

$$p(r_0) = -P, \quad p(R) = 0$$

аналогично разд. 2 найдем давления в указанных подобластях

$$p_1^{(m)}(\rho) = -P + (P - P^*) \frac{f_1^{(m)}(\rho)}{f_1^{(m)}(\rho^*)}, \quad \rho < \rho^*$$

$$p_2^{(m)}(\rho) = -P^* \frac{f_2^{(m)}(1) - f_2^{(m)}(\rho)}{f_2^{(m)}(1) - f_2^{(m)}(\rho^*)}, \quad \rho > \rho^*$$

Из равенства расходов жидкости при подходе к линии  $\rho = \rho^*$  из подобластей 1 и 2 следует, что

$$\frac{P}{P^*} = 1 + \frac{f_1(\rho^*)}{f_2(1) - f_2(\rho^*)}$$

а продуктивность скважины дается формулой

$$Q^0 = \frac{\ln(1/\rho_0)}{f_1^{(m)}(\rho^*) + f_2^{(m)}(1) - f_2^{(m)}(\rho^*)}$$

Результаты расчетов при заданной величине  $\rho^*$  показали, что описанные в разд. 2 эффекты изменения продуктивности и расхода скважины с изменением

перепада давления в пласте существенно зависят от чувствительности призабойной зоны скважины к деформациям пласта.

4. Фильтрация под действием горизонтальной скважины. Пусть в тонком однослойном пласте расположена горизонтальная скважина, ось которой совпадает со срединной плоскостью пласта. Пренебрегая концевыми эффектами, будем считать длину скважины бесконечной, а ее расход — постоянным на единицу длины. В сечении, перпендикулярном оси скважины, рассмотрим соответствующую плоскую задачу о деформациях в переменных  $x, z$  в постановке, аналогичной описанной в разд. 1. Используя представление Папковича — Нейбера для случая плоской деформации [6] и преобразование Фурье, получим выражение для поперечной деформации пласта, аналогичное (1.6)

$$\varepsilon(\eta, 0) = \frac{a_0}{\pi E_0} \int_0^{\infty} p(\xi) A_0(\xi, \eta) d\xi, \quad \eta = \frac{x}{l} \quad (4.1)$$

$$A_0(\xi, \eta) = \int_0^{\infty} \frac{\cos(\xi y) \cos(\eta y)}{y + a_0} dy, \quad a_0 = \frac{4gl(1 - \nu^2)}{\delta E} \quad (4.2)$$

где  $l$  — характерный размер пласта в плане,  $E_0$  — модуль Юнга пласта,  $\delta$  — его толщина.

Выражение (4.2) представимо в виде

$$A_0(\xi, \eta) = \frac{1}{2} \{g[a_0(\eta + \xi)] + g[a_0|\eta - \xi|]\}$$

$$g(u) = -\text{ci}(u) \cos(u) - \text{si}(u) \sin(u)$$

В плоскости  $x, z$  в соответствующей тонкому пласту области, ограниченной линиями  $x = \pm l, z = \pm \delta/2$  ( $\delta \ll l$ ), рассмотрим стационарную фильтрацию однородной несжимаемой жидкости по закону Дарси

$$\mathbf{V} = -k^0/\mu \text{ grad } p$$

где  $k^0$  — постоянная. Давление  $p$  в указанной области удовлетворяет уравнению Лапласа. Пусть на окружности радиуса  $r_0$  ( $r_0 \ll \delta$ ) с центром в начале координат давление  $p = -P$ , а на отрезках прямых  $x = \pm l, p = 0$ . С достаточной для дальнейшего анализа степенью точности можно допустить, что рассматриваемое течение прямолинейно-параллельно, а давление в области распределено линейно

$$p(\eta) = -P(1 - \eta) \quad (4.3)$$

Полагая теперь, как и в разд. 2, что проницаемость  $K = k/k^0 = K[\varepsilon(p)]$ , получим задачу

$$\frac{d}{d\eta} \{K[\varepsilon(p)] \frac{dp}{d\eta}\} = 0$$

$$p(0) = -P, \quad p(1) = 0$$

При организации соответствующего итерационного процесса для нахождения давления в качестве нулевого приближения была взята зависимость (4.3), что позволило на первой итерации вертикальное относительное перемещение пласта представить в явном виде

$$\varepsilon^{(0)}(\eta, 0) = -\frac{P}{\pi a_0 E} \left\{ \frac{\pi a_0}{2} (1 - \eta) + g(a_0 \eta) - \frac{g[a_0(1 + \eta)] + g[a_0(1 - \eta)]}{2} - \ln \frac{\sqrt{1 - \eta^2}}{\eta} \right\}$$

Аналогично разд. 2. находится давление  $p^{(n)}$  на итерации с номером  $n$  и продуктивность скважины  $Q^0$

$$p^{(n)}(\eta) = -P \left[ 1 - \frac{s^{(n)}(\eta)}{s^{(n)}(1)} \right], Q^0 = \frac{1}{s^{(n)}(1)}$$

$$s^{(n)}(\eta) = \int_0^\eta \frac{d\xi}{K^{(n)}(\xi)}, K^{(n)}(\xi) = K[p^{(n-1)}(\xi)]$$

Численные расчеты проведены для зависимости  $K(\epsilon) = \exp(\beta\epsilon)$  при значениях  $q = 1$ ,  $\nu = 0,2$ ,  $\delta/l = 0,1$ .

На фиг. 4 изображены кривые 1—3 расхода и 4—6 приемистости скважины соответственно для параметров  $E_0/E = 0,25, 1, \infty$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-13-17300).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ентов В. М., Малахова Т. А. Об изменении напряженно-деформированного состояния горных пород при изменении давления в насыщенном жидкостью пласте//Изв. АН СССР. МТТ. 1974. № 6. С. 53—65.
2. Николаевский В. Н., Рамазанов Т. К. Напряженно-деформированное состояние горного массива при нелокально-упругом режиме фильтрации в пласте//Изв. АН СССР. МТТ. 1977. № 3. С. 138—141.
3. Николаевский В. Н., Рамазанов Т. К. Напряженно-деформированное состояние пласта с учетом фильтрации жидкости//Изв. СО АН СССР. ФТПРПИ. 1982. № 5. С. 37—49.
4. Зазовский А. Ф. О напряженном состоянии насыщенного жидкостью пласта в окрестности эксплуатационной скважины//Изв. АН СССР. МТТ. 1980. № 3. С. 111—119.
5. Николаевский В. Н., Рамазанов Т. К. Напряженно-деформированное состояние пласта и восстановление давления в скважине//Механика деформируемого тела. Прочность и вязкоупругопластичность. М.: Наука, 1986. С. 94—105.
6. Уфлянд Я. С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. Л.: Наука, 1967. 402 с.
7. Кузнецов Д. С. Специальные функции. М.: Высш. шк., 1965. 423 с.
8. Добрынин В. М. Деформации и изменения физических свойств коллекторов нефти и газа. М.: Недра, 1970. 239 с.
9. Голф-Рахт Т. Д. Основы нефтепромысловой геологии и разработки трещиноватых коллекторов. М.: Недра, 1986. 607 с.
10. Непримеров Н. Н. Трехмерный анализ нефтеотдачи охлажденных пластов. Казань. Изд-во Казан. ун-та, 1978. 216 с.
11. Зайнуллин Н. Г., Дияшев Р. Н., Рудаков А. М., Мазитов К. Г. Обоснование оптимального забойного давления при разработке карбонатных коллекторов//Повышение эффективности разработки нефтяных месторождений: Тр. ТатНИПИнефть. 1988. Вып. 62. С. 161—165.

Казань

Поступила в редакцию  
15.XII.1993