

УДК 532.529.5:532.517.4

© 1995 г. Л. И. ЗАЙЧИК, В. А. ПЕРШУКОВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ С УЧЕТОМ СОУДАРЕНИЙ

На основе кинетического уравнения для функции плотности вероятности скорости соударяющихся частиц в турбулентном потоке построена модель для расчета движения дисперсной фазы в широком диапазоне изменения концентраций и размеров частиц.

Влияние столкновений частиц на турбулентный перенос импульса дисперсной фазы при небольших объемных концентрациях учитывалось в [1, 2], причем в [2] рассматривался случай инерционных частиц, когда их взаимодействием с турбулентными пульсациями несущего газового потока можно пренебречь.

Эффективным методом описания динамики дисперсной фазы является использование кинетического уравнения для функции плотности вероятности скорости частиц, учитывающего как взаимодействия частиц с турбулентными пульсациями газа, так и межчастичные столкновения. В [3, 4] получено уравнение для функции плотности вероятности скорости и температуры частиц в турбулентном потоке без учета соударений; для крупных частиц в изотропном турбулентном потоке это уравнение переходит в известное уравнение Фоккера — Планка для броуновского движения. Напротив, в концентрированных дисперсных средах определяющую роль играют межчастичные столкновения и уравнение для функции плотности вероятности становится уравнением Больцмана.

В [5—7] предложены кинетические модели переноса частиц в дисперсных потоках, основанные на решении уравнения для функции плотности вероятности методом возмущений и развивающие подход Энского решения уравнения Больцмана для плотных газов на случай соударяющихся частиц.

В настоящей работе представлена модель, одновременно учитывающая взаимодействие частиц с пульсациями газа и межчастичные столкновения.

1. Уравнение для функции плотности вероятности. Движение тяжелой сферической частицы в турбулентном потоке с учетом межчастичных столкновений может быть описано уравнением типа Ланжевена

$$\frac{dR_{pl}}{dt} = v_{pl}, \quad \frac{dv_{pl}}{dt} = \frac{u_i - v_{pl}}{\tau_u} + F_l + w_l + W_l \quad (1.1)$$

где R_{pl} , v_{pl} — координата и скорость частицы; u_i — скорость газа; F_l — ускорение, вызванное внешней силой; τ_u — время динамической релаксации частицы. Влияние сил инерции (нестоксова режима обтекания) и стесненности потока на закон сопротивления частицы учитывается при помощи известных зависимостей времени релаксации от числа Рейнольдса и объемной концентрации дисперсной фазы. Члены w_l и W_l учитывают гидродинамическое взаимодействие [8] и взаимодействие в результате столкновения частиц и представляются соответственно как непрерывный и скачкообразный случайные процессы.

Для перехода от описания движения одиночной частицы на основе динамического

стохастического уравнения (1.1) к статистическому описанию ансамбля частиц вводится функция плотности вероятности распределения частиц по скоростям

$$P(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) = \langle p \rangle = \langle \delta(\mathbf{x} - \mathbf{R}_p(t)) \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_p(t)) \rangle \quad (1.2)$$

Из (1.1), (1.2) следует уравнение для функции плотности вероятности

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t} + v_k \frac{\partial P}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial v_k} \left(\frac{U_k - v_k}{\tau_u} + F_k \right) P = \\ = - \frac{1}{\tau_u} \frac{\partial \langle u'_k p \rangle}{\partial v_k} - \frac{\partial \langle w_k p \rangle}{\partial v_k} + J[P] \end{aligned} \quad (1.3)$$

где U_k, u'_k — осредненная и пульсационная скорости газа.

В рамках предположения о гауссовом характере случайного поля газа коррелятор $\langle u'_i p \rangle$ представим в виде [4]

$$\langle u'_i p \rangle = -f_u \langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial P}{\partial v_k} - \tau_u g_u \langle u'_i u'_k \rangle \left(\frac{\partial P}{\partial x_k} + \frac{\partial V_n}{\partial x_k} \frac{\partial P}{\partial v_n} \right) \quad (1.4)$$

$$f_u = \frac{1}{\tau_u} \int_0^\infty \psi(s) \exp\left(-\frac{s}{\tau_u}\right) ds, \quad g_u = \frac{1}{\tau_u} \int_0^\infty \psi(s) \left(1 - \exp\left(-\frac{s}{\tau_u}\right)\right) ds$$

$$\psi(s) = \frac{\langle u'_i(t) u'_k(t+s) \rangle}{\langle u'_i(t) u'_k(t) \rangle}$$

Здесь коэффициенты f_u, g_u характеризуют вовлечение частиц в пульсационное движение и определяются двухвременной корреляционной пульсацией скорости газа $\psi(s)$, взятой вдоль траектории частиц.

Примем, что w_i — гауссов δ -коррелированный во времени процесс с нулевым средним значением

$$\langle w_i \rangle = 0, \quad \langle w_i(t) w_k(t_1) \rangle = \frac{2\sigma_{ik}}{\tau_u} \delta(t - t_1)$$

Тогда коррелятор $\langle w_i p \rangle$ имеет вид

$$\langle w_i p \rangle = - \frac{\sigma_{ik}}{\tau_u} \frac{\partial P}{\partial v_k} \quad (1.5)$$

Оператор столкновений $J[P]$ в (1.3) предполагается бoльцмановским в форме Энского [9].

Из (1.3) с учетом (1.4), (1.5) получим цепочку уравнений для моментов скорости дисперсной фазы. Уравнения для осредненных концентрации и скорости имеют вид

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \Phi V_k}{\partial x_k} = 0 \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi V_i}{\partial t} + \frac{\partial \Phi V_i V_k}{\partial x_k} = \Phi \left(\frac{U_i - V_i}{\tau_u} + F_i \right) - \frac{\partial \Phi \langle v'_i v'_k \rangle}{\partial x_k} - \\ - g_u \langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} - \frac{\partial P_{ik}^c}{\partial x_k} \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$\Phi = \int P dv, \quad V_i = \frac{1}{\Phi} \int v_i P dv, \quad \langle v'_i v'_k \rangle = \frac{1}{\Phi} \int (v_i - V_i)(v_k - V_k) P dv$$

Здесь P_{ik}^c — напряжения, обусловленные соударениями частиц. Уравнения для

вторых моментов пульсаций скорости имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi \langle v_i' v_j' \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \Phi \langle v_i' v_j' \rangle V_k}{\partial x_k} + \frac{\partial q_{ijk}}{\partial x_k} = \\ = -P_{ik} \frac{\partial V_j}{\partial x_k} - P_{jk} \frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{2\Phi}{\tau_u} (f_u \langle u_i' u_j' \rangle - \langle v_i' v_j' \rangle) + \frac{2\Phi}{\tau_u} \sigma_{ij} - Q_{ij} - I_{ij} \end{aligned} \quad (1.8)$$

$$P_{ik} = \Phi \langle v_i' v_k' \rangle + P_{ik}^c, \quad q_{ijk} = \Phi \langle v_i' v_j' v_k' \rangle + q_{ijk}^c$$

где P_{ik} — тензор полных напряжений в дисперсной фазе; q_{ijk} — полный поток пульсационной энергии; q_{ijk}^c — поток пульсационной энергии, обусловленный столкновениями частиц; $Q_{ij} = 2Q\delta_{ij}/3$ — диссипация в результате неупругих столкновений; I_{ij} — обменный член, определяющий перераспределение между различными компонентами пульсационной энергии вследствие столкновений.

Уравнение баланса пульсационной энергии частиц $k_p = \langle v_k' v_k' \rangle / 2$ получается в результате свертки (1.8)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi k_p}{\partial t} + \frac{\partial \Phi k_p V_k}{\partial x_k} + \frac{\partial q_k}{\partial x_k} = -P_{ik} \frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \\ + \frac{2\Phi}{\tau_u} (f_u k - k_p) + \frac{\Phi \sigma}{\tau_u} - Q = 0 \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$q_i = \frac{1}{2} \Phi \langle v_i' v_k' v_k' \rangle + \frac{1}{2} q_{ik}^c, \quad k = \frac{1}{2} \langle u_k' u_k' \rangle, \quad \sigma = \sigma_{kk}$$

где k — турбулентная энергия газа.

Уравнения для третьих моментов пульсаций скорости с учетом квазинормального представления для четвертых моментов пульсаций, т. е. при аппроксимации их в виде суммы произведений вторых моментов, записываются в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi \langle v_i' v_j' v_k' \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \Phi \langle v_i' v_j' v_k' \rangle V_n}{\partial x_n} + q_{ijn} \frac{\partial V_k}{\partial x_n} + \\ + q_{ikn} \frac{\partial V_j}{\partial x_n} + q_{jkn} \frac{\partial V_i}{\partial x_n} + (P_{in} + \Phi g_u \langle u_i' u_n' \rangle) \frac{\partial \langle v_j' v_k' \rangle}{\partial x_n} + \\ + (P_{jn} + \Phi g_u \langle u_j' u_n' \rangle) \frac{\partial \langle v_i' v_k' \rangle}{\partial x_n} + (P_{kn} + \Phi g_u \langle u_k' u_n' \rangle) \frac{\partial \langle v_i' v_j' \rangle}{\partial x_n} + \\ + \frac{3 \langle v_i' v_j' v_k' \rangle \Phi}{\tau_u} + M_{ijk} = 0 \end{aligned} \quad (1.10)$$

где последний член M_{ijk} связан с больцмановским интегралом столкновений.

Для замыкания системы уравнений (1.6) — (1.9) необходимо определить обусловленные межчастичным взаимодействием члены P_{ij}^c , q_{ijk}^c , σ_{ij} , Q_{ij} , I_{ij} , M_{ijk} . При малых Φ все эти члены, за исключением σ_{ij} , пропорциональны Φ^2 и поэтому в разреженной дисперсной среде ($\Phi \rightarrow 0$) ими можно пренебречь, однако при больших концентрациях частиц они становятся существенными.

С целью упрощения расчетных схем преобразуем дифференциальные уравнения (1.8), (1.10) в систему алгебраических уравнений. Для этого воспользуемся 13- и 20-моментным приближениями Грэда [9]. В соответствии с выбранным приближением имеем

$$\begin{aligned} q_{ijk}^c = \frac{2}{5} (q_i^c \delta_{jk} + q_j^c \delta_{ik} + q_k^c \delta_{ij}) \\ I_{ij} = \frac{2\Phi}{\tau_{c1}} \left(\langle v_i' v_j' \rangle - \frac{2}{3} k_p \delta_{ij} \right) \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$M_{ijk} = \frac{3\Phi}{\tau_{c2}} \left[\langle v'_i v'_j v'_k \rangle - \frac{1}{9} (\langle v'_i v'_n v'_n \rangle \delta_{jk} + \langle v'_j v'_n v'_n \rangle \delta_{ik} + \langle v'_k v'_n v'_n \rangle \delta_{ij}) \right] \quad (1.12)$$

Здесь τ_{c1} , τ_{c2} — характерные времена между столкновениями частиц. Для перехода от системы дифференциальных уравнений (1.8) к системе алгебраических уравнений используется преобразование Рунда

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi \langle v'_i v'_j \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \Phi \langle v'_i v'_j \rangle V_k}{\partial x_k} + \frac{\partial q_{ijk}}{\partial x_k} = \\ = \frac{\langle v'_i v'_j \rangle}{k_p} \left(\frac{\partial \Phi k_p}{\partial t} + \frac{\partial \Phi k_p V_k}{\partial x_k} + \frac{\partial q_k}{\partial x_k} \right) \end{aligned} \quad (1.13)$$

Из (1.8), (1.9), (1.11), (1.13) получаем систему алгебраических уравнений для определения вторых моментов пульсаций скорости частиц

$$\begin{aligned} \langle v'_i v'_j \rangle = \frac{2}{3} k_p \delta_{ij} + k_p \left[- \left(P_{ik} \frac{\partial V_j}{\partial x_k} + P_{jk} \frac{\partial V_i}{\partial x_k} - \frac{2}{3} P_{kn} \frac{\partial V_k}{\partial x_n} \delta_{ij} \right) + \right. \\ \left. + \frac{2\Phi}{\tau_u} f_u \left(\langle u'_i u'_j \rangle - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) + \frac{2\Phi}{\tau_u} \left(\sigma_{ij} - \frac{\sigma}{3} \delta_{ij} \right) \right] \times \\ \times \left[- P_{ik} \frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{2f_u}{\tau_u} \Phi k + \frac{\Phi}{\tau_u} \sigma - Q + \frac{2\Phi}{\tau_{c1}} k_p \right]^{-1} \end{aligned} \quad (1.14)$$

С целью получения явного выражения для $\langle v'_i v'_j \rangle$ используем изотропные представления для тензоров $P_{ij} = P_{kk} \delta_{ij} / 3$ и $\sigma_{ij} = \sigma \delta_{ij} / 3$ в числителе дроби в (1.14), а знаменатель дроби в (1.14) преобразуем с использованием уравнения (1.9) при пренебрежении его левой частью. С учетом этого из (1.14) следует

$$\begin{aligned} \langle v'_i v'_j \rangle = \frac{2}{3} k_p \delta_{ij} + f_u \left(\langle u'_i u'_j \rangle - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) \gamma_c - \\ - \frac{P_{kk} \tau_u}{6\Phi} \gamma_c \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial V_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \end{aligned} \quad (1.15)$$

$$\gamma_c = \frac{\tau_{c1}}{\tau_u + \tau_{c1}}$$

Второй и третий члены в (1.15) обусловлены непосредственным вовлечением частиц в пульсационное движение газа и порождением пульсаций из осредненного движения дисперсной фазы; роль этих членов оказывается определяющей соответственно для мелких и крупных частиц. При $\Phi \rightarrow 0$ и $\tau_u / \tau_{c1} \rightarrow 0$ ($\gamma_c \rightarrow 1$), когда влияние столкновений на движение частиц можно не учитывать, выражение (1.14) переходит в соотношение для турбулентных напряжений дисперсной фазы в разреженной газодисперсной среде [4]. Влияние столкновений при малых Φ , когда вкладом P'_{ij} в полное напряжение P_{ij} можно пренебречь, учитывается только множителем γ_c или, что то же самое, введением эффективного времени $\tau_u \gamma_c$ вместо времени релаксации частиц τ_u .

Алгебраическое приближение для третьих моментов получается в результате пренебрежения в (1.10) членами, описывающими изменение во времени, кон-

вективный перенос и порождение $\langle v_i' v_j' v_k' \rangle$ за счет градиентов осредненной скорости, и использования соотношения (1.12)

$$\begin{aligned} \frac{\langle v_i' v_j' v_k' \rangle}{\tau_u} + \frac{1}{\tau_{c2}} \left[\langle v_i' v_j' v_k' \rangle - \frac{1}{9} (\langle v_i' v_n' v_n' \rangle \delta_{jk} + \langle v_j' v_n' v_n' \rangle \delta_{ik} + \right. \\ \left. + \langle v_k' v_n' v_n' \rangle \delta_{ij} \right] = -\frac{1}{3} \left[\left(\frac{P_{in}}{\Phi} + g_u \langle u_i' u_n' \rangle \right) \frac{\partial \langle v_j' v_k' \rangle}{\partial x_n} + \right. \\ \left. + \left(\frac{P_{jn}}{\Phi} + g_u \langle u_j' u_n' \rangle \right) \frac{\partial \langle v_i' v_k' \rangle}{\partial x_n} + \left(\frac{P_{kn}}{\Phi} + g_u \langle u_k' u_n' \rangle \right) \frac{\partial \langle v_i' v_j' \rangle}{\partial x_n} \right] \end{aligned} \quad (1.16)$$

Выражение (1.16) служит для определения $\langle v_i' v_j' v_k' \rangle$ в уравнении (1.8). Для определения $\langle v_i' v_k' v_k' \rangle$ в уравнении (1.9) имеем из (1.16)

$$\begin{aligned} \langle v_i' v_k' v_k' \rangle = -\frac{2}{3} \left(\frac{1}{\tau_u} + \frac{4}{9\tau_{c2}} \right)^{-1} \left[\left(\frac{P_{kn}}{\Phi} + g_u \langle u_k' u_n' \rangle \right) \frac{\partial \langle v_i' v_k' \rangle}{\partial x_n} + \right. \\ \left. + \left(\frac{P_{in}}{\Phi} + g_u \langle u_i' u_n' \rangle \right) \frac{\partial k_p}{\partial x_n} \right] \end{aligned} \quad (1.17)$$

С учетом изотропных представлений $P_{ij} = P_{kk} \delta_{ij}/3$ и $\langle u_i' u_j' \rangle = 2k \delta_{ij}/3$ выражение (1.17) принимает вид

$$\langle v_i' v_k' v_k' \rangle = -\frac{20}{27} \left(\frac{1}{\tau_u} + \frac{4}{9\tau_{c2}} \right)^{-1} \left(\frac{P_{kk}}{2\Phi} + g_u k \right) \frac{\partial k_p}{\partial x_i} \quad (1.18)$$

При отсутствии влияния столкновений ($\Phi \rightarrow 0$, $\tau_u/\tau_{c2} \rightarrow 0$) выражения (1.16) — (1.17) переходят в соотношения [4].

2. Решение уравнения для функции плотности вероятности. Построим решение уравнения (1.3) с учетом (1.4), (1.5) в предположении об изотропности полей $\langle u_i' u_j' \rangle$ и σ_{ij} . Уравнение (1.3) представляется в операторном виде

$$T[P] + J[P, P] = N[P] \quad (2.1)$$

$$T[P] = D_v \frac{\partial^2 P}{\partial v_k \partial v_k} + \frac{1}{\tau_u} \frac{\partial (v_k - V_k) P}{\partial v_k}, \quad D_v = \frac{2f_u k}{3\tau_u} + \frac{\sigma}{3\tau_u}$$

$$\begin{aligned} N[P] = \frac{\partial P}{\partial t} + v_k \frac{\partial P}{\partial x_k} + \left(\frac{U_k - V_k}{\tau_u} + F_k \right) \frac{\partial P}{\partial v_k} - \\ - \frac{2}{3} g_u k \left(\frac{\partial^2 P}{\partial x_k \partial x_k} + \frac{\partial V_n}{\partial x_k} \frac{\partial^2 P}{\partial v_k \partial v_n} \right) \end{aligned}$$

Здесь $T[P]$ — оператор, описывающий взаимодействие частиц с несущим турбулентным потоком; D_v — коэффициент диффузии частиц в пространстве скоростей; $N[P]$ — конвективный оператор, определяющий отклонение функции плотности вероятности скорости частиц от равновесного максвелловского распределения.

Для решения уравнения (2.1) воспользуемся методом возмущений. Оператор столкновений представляется в форме разложения Энского [9]

$$J[P, P] = YJ_0[P, P] + J_1[P, P] + \dots \quad (2.2)$$

где $J_0[P, P]$ — больцмановский интеграл столкновений; Y — величина, интерпретируемая как отношение числа столкновений частиц в концентрированной и разреженной дисперсных средах.

В рамках метода возмущений решение уравнения (2.1) с учетом (2.2) ищется в виде ряда $P = P_0 + P_1 + \dots$, где функции P_0 и P_1 удовлетворяют требованиям

$$T [P_0] + YJ_0 [P_0, P_0] = 0 \quad (2.3)$$

$$T [P_1] + Y (J_0 [P_0, P_1] + J_0 [P_1, P_0]) = N [P_0] - J_1 [P_0, P_0] = L [P_0] \quad (2.4)$$

Решение уравнения (2.3) — равновесное максвелловское распределение

$$P_0 = \Phi \left(\frac{3}{4\pi k_p} \right)^{3/2} \exp \left(- \frac{3v_k' v_k'}{4k_p} \right) \quad (2.5)$$

Из (2.5) следует

$$\langle v_i' v_j' \rangle = \frac{2}{3} k_p \delta_{ij}, \quad \langle v_i' v_k' v_k' \rangle = 0 \quad (2.6)$$

Согласно (2.5), величины P_{ij}^c , q_i , Q с учетом возможной потери энергии при неупругих столкновениях частиц имеют вид [5, 6]

$$P_{ij}^c = \frac{4}{5} (1 + e) \Phi^2 Y \left(\langle v_i' v_j' \rangle + \frac{1}{2} \langle v_k' v_k' \rangle \delta_{ij} \right) - \frac{4}{3} (1 + e) \Phi^2 Y d_p \sqrt{\frac{2k_p}{3\pi}} \left(\frac{3}{5} S_{ij} + \frac{\partial V_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (2.7)$$

$$S_{ij} = \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial V_k}{\partial x_k} \delta_{ij}$$

$$q_i = \frac{3}{5} (1 + e) \Phi^2 Y \langle v_i' v_k' v_k' \rangle - 2 (1 + e) \Phi^2 Y d_p \sqrt{\frac{2k_p}{3\pi}} \frac{\partial k_p}{\partial x_i} \quad (2.8)$$

$$Q = 2 (1 - e^2) \Phi^2 Y k_p \left[\frac{4}{d_p} \left(\frac{2k_p}{3\pi} \right)^{1/2} - \frac{\partial V_k}{\partial x_k} \right] \quad (2.9)$$

где e — коэффициент восстановления импульса при соударении, d_p — диаметр частиц.

Источник пульсационной энергии в уравнении (1.9) в случае максвелловского распределения частиц по скоростям определяется выражением [8]

$$\sigma = \sqrt{\frac{3}{2\pi k_p}} \frac{d_p}{4\tau_u} (U_k - V_k) (U_k - V_k) \quad (2.10)$$

Подставляя (2.5) в правую часть (2.4), с учетом (1.6), (1.7), (1.9) получаем

$$L [P_0] = P_0 \left\{ \left[1 + \frac{2}{5} (1 + e) (3e - 1) \Phi Y \right] \frac{3}{2k_p} \left(v_i' v_j' - \frac{v_k' v_k'}{3} \delta_{ij} \right) \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \left[1 + \frac{3}{5} (1 + e)^2 (2e - 1) \Phi Y \right] \left(1 + \frac{g_u k}{k_p} \right) \left(\frac{3v_k' v_k'}{4k_p} - \frac{5}{2} \right) \frac{v_i'}{k_p} \frac{\partial k_p}{\partial x_i} \right\} \quad (2.11)$$

Выражение (2.11) записано без учета члена с градиентом концентрации дисперсной фазы, дающего заметный вклад в диффузионный перенос пульсационной энергии только при существенно неупругих соударениях частиц.

Определим отдельно решения уравнений

$$T [P_{1T}] = L [P_0] \quad (2.12)$$

$$J_0 [P_0, P_{1T}] + J_0 [P_{1T}, P_0] = L [P_0] Y^{-1} \quad (2.13)$$

удовлетворяющие условиям нормировки

$$\int P_1 dv = \int v_i' P_1 dv + \int v_k' v_k' P_1 dv = 0$$

Тогда, если решения уравнений (2.12), (2.13) имеют вид $P_{1T} = A_T \Phi(v)$, $P_{1V} = A_V \Phi(v)$, где A_T, A_V — постоянные, решением уравнения (2.4) будет

$$P_1 = \frac{A_T A_V}{A_T + A_V} \Phi(v) \quad (2.14)$$

Решение уравнения (2.12) с учетом (2.11) имеет вид

$$P_{1T} = -P_0 \frac{\tau_w}{k_p} \left\{ \frac{3}{4} \left[1 + \frac{2}{5} (1+e) (3e-1) \Phi Y \right] \left(v_i' v_j' - \frac{v_k' v_k'}{3} \delta_{ij} \right) \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \right. \\ \left. + \left[1 + \frac{3}{5} (1+e)^2 (2e-1) \Phi Y \right] \left(1 + \frac{g_u k}{k_p} \right) \left(\frac{3v_k' v_k'}{4k_p} - \frac{5}{2} \right) \frac{v_i'}{3} \frac{\partial k_p}{\partial x_i} \right\} \quad (2.15)$$

Решение уравнения (2.13) с учетом (2.11) в рамках 13-моментного приближения, соответствующее удержанию только одного члена в разложении по полиномам Сонина, в случае неупругого взаимодействия твердых сфер имеет вид

$$P_{1V} = -P_0 \left(\frac{3\pi}{2} \right)^{1/2} \frac{5d_p}{64k_p^{3/2} \Phi Y} \left\{ \frac{4}{(1+e)(3-e)} \times \right. \\ \left[1 + \frac{2}{5} (1+e) (3e-1) \Phi Y \right] \left(v_i' v_j' - \frac{v_k' v_k'}{3} \delta_{ij} \right) \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \\ \left. + \frac{32}{(1+e)(49-33e)} \left[1 + \frac{3}{5} (1+e)^2 (2e-1) \Phi Y \right] \times \right. \\ \left. \times \left(1 + \frac{g_u k}{k_p} \right) \left(\frac{3v_k' v_k'}{4k_p} - \frac{5}{2} \right) v_i' \frac{\partial k_p}{\partial x_i} \right\} \quad (2.16)$$

Из (2.14) — (2.16) получаем выражение для пульсационных напряжений, потока пульсационной энергии, а также коэффициентов вязкости и диффузии

$$\langle v_i' v_j' \rangle = \frac{1}{\Phi} \int v_i' v_j' (P_0 + P_1) dv = \frac{2}{3} k_p \delta_{ij} - \nu_K S_{ij} \quad (2.17)$$

$$\frac{1}{2} \langle v_i' v_k' v_k' \rangle = \frac{1}{2\Phi} \int v_i' v_k' v_k' P_1 dv = -\Lambda_K \frac{\partial k_p}{\partial x_i} \quad (2.18)$$

$$\nu_K = \frac{\nu_T \nu_V}{\nu_T + \nu_V}, \quad \nu_T = \left[1 + \frac{2}{5} (1+e) (3e-1) \Phi Y \right] \frac{\tau_w k_p}{3} \quad (2.19)$$

$$\nu_V = \sqrt{\frac{2\pi k_p}{3}} \frac{5d_p}{24(1+e)(3-e)\Phi Y} \left[1 + \frac{2}{5} (1+e) (3e-1) \Phi Y \right] \\ \Lambda_K = \frac{\Lambda_T \Lambda_V}{\Lambda_T + \Lambda_V}, \quad \Lambda_T = \frac{10}{27} \left[1 + \frac{3}{5} (1+e)^2 (2e-1) \Phi Y \right] \left(1 + \frac{g_u k}{k_p} \right) \tau_w k_p \quad (2.20)$$

$$\Lambda_V = \sqrt{\frac{2\pi k_p}{3}} \frac{25d_p}{6(1+e)(49-33e)\Phi Y} \left[1 + \frac{3}{5} (1+e)^2 (2e-1) \Phi Y \right] \left(1 + \frac{g_u k}{k_p} \right)$$

где ν_K — коэффициент кинематической вязкости, Λ_K — коэффициент диффузии. Из сопоставления соответственно (1.15) с (2.17), (2.19) и (1.18) с (2.18),

(2.20) получаем выражения для характерных времен между столкновениями частиц в низкоконтрированной дисперсной среде ($\Phi \ll 1$)

$$\tau_{c1} = \sqrt{\frac{2\pi}{3k_p}} \frac{5d_p}{8(1+e)(3-e)\Phi}, \quad \tau_{c2} = \sqrt{\frac{2\pi}{3k_p}} \frac{5d_p}{(1+e)(49-33e)\Phi} \quad (2.21)$$

Из выражения (2.21) видно, что отношение времени релаксации ко времени между столкновениями, характеризующее влияние соударений на движение частиц в турбулентном потоке, зависит не только от объемной концентрации Φ , но и от параметра $\Delta = d_p/\tau_p k_p^{1/2}$. При $\Phi \ll \Delta$ влиянием столкновений можно пренебречь, при $\Phi \gg \Delta$, напротив, роль столкновений оказывается решающей. Укажем, что с ростом инерционности частиц значение параметра Δ снижается.

Напряжения и диффузионный поток пульсационной энергии, обусловленные переносом импульса и энергии в результате столкновений частиц, в соответствии с (2.7), (2.8) (2.17), (2.18) определяются соотношениями

$$P_{ij} = \left[\frac{4}{3} (1+e) \Phi^2 Y k_p - \Phi \xi \frac{\partial V_k}{\partial x_k} \right] \delta_{ij} - \Phi v_c S_{ij} \quad (2.22)$$

$$q_i = - \Phi \Lambda_c \frac{\partial k_p}{\partial x_i} \quad (2.23)$$

$$v_c = \frac{4}{5} (1+e) \Phi Y \left(v_k + d_p \sqrt{\frac{2k_p}{3\pi}} \right) \quad (2.24)$$

$$\xi = \frac{4}{3} (1+e) \Phi Y d_p \sqrt{\frac{2k_p}{3\pi}}$$

$$\Lambda_c = 2(1+e) \Phi Y \left(\frac{3}{5} \Lambda_k + d_p \sqrt{\frac{2k_p}{3\pi}} \right)$$

где v_c , ξ и Λ_c — коэффициенты сдвиговой и объемной вязкости, а также диффузии пульсационной энергии.

Полные напряжения и диффузионный поток пульсационной энергии в дисперсной фазе, согласно (2.17), (2.18), (2.22), (2.23), определяются выражениями

$$P_{ij} = \left(P_p - \Phi \xi \frac{\partial V_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} - \Phi v_p S_{ij} \quad (2.25)$$

$$q_i = - \Phi \Lambda_p \frac{\partial k_p}{\partial x_i} \quad (2.26)$$

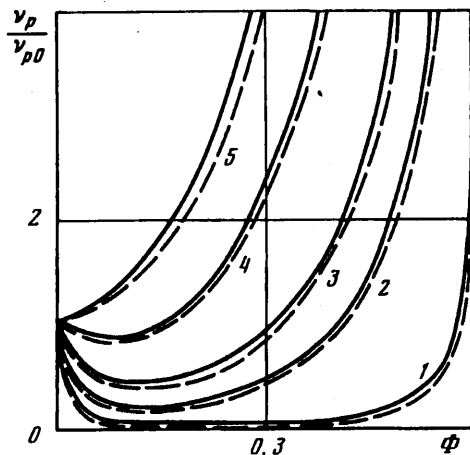
$$P_p = \frac{2}{3} \Phi k_p [1 + 2(1+e) \Phi Y] \quad (2.27)$$

$$v_p = v_k + v_c = \left[1 + \frac{4}{5} (1+e) \Phi Y \right] v_k + \frac{3}{5} \xi$$

$$\Lambda_p = \Lambda_k + \Lambda_c = \left[1 + \frac{6}{5} (1+e) \Phi Y \right] \Lambda_k + \frac{3}{2} \xi$$

где P_p — давление в дисперсной фазе; v_p и Λ_p — коэффициенты сдвиговой вязкости и диффузии пульсационной энергии частиц.

Выражения (2.25)–(2.27) описывают движение дисперсной фазы на уровне уравнения для пульсационной энергии. Полученные результаты, основанные на представлении интеграла столкновений при помощи разложения Энского, строго говоря, справедливы при небольших значениях объемной концентрации дисперсной фазы Φ ; однако можно ожидать, что при удачном выборе зависимости



Фиг. 1

$Y(\Phi)$ они могут быть использованы и в концентрированных средах. В качестве такой простой аппроксимационной зависимости во всем диапазоне изменения концентрации Φ вплоть до состояния плотной упаковки Φ_* может быть рекомендована формула [10]

$$Y = \left[1 - \left(\frac{\Phi}{\Phi_*} \right)^3 \right]^{-1} \quad (2.28)$$

удовлетворяющая условию $Y \rightarrow 1$ при $\Phi \rightarrow 0$ и имеющая при $\Phi \rightarrow \Phi_*$ такой же асимптотический характер, как и модельное уравнение состояния плотного газа сферических частиц [9].

На фиг. 1 показаны зависимости относительного коэффициента сдвиговой вязкости ν_p/ν_{p0} , рассчитанные согласно (2.27) с учетом (2.28) при $\Phi_* = 0,6$, от концентрации Φ и параметров Δ, e (сплошные кривые — $e = 1$, штриховые — $0,9$; кривые 1 — 5 соответствуют $\Delta = 0,01, 0,1, 0,2, 0,5, 1$). Значение ν_{p0} рассчитывается при $\Phi = 0$. Видно, что при малых объемных концентрациях дисперсной фазы влияние стесненного потока в зависимости от значения параметра Δ может приводить как к росту, так и к уменьшению коэффициента вязкости частиц. В концентрированных системах имеет место увеличение ν_p с ростом концентрации частиц при всех значениях параметра Δ . Характер зависимостей коэффициента пульсационной энергии Λ_p от Φ, Δ, e точно такой же, как и ν_p .

3. Граничные условия. Для определения граничных условий необходимо построить решение уравнения для функции плотности вероятности скорости частиц в пристеночной области. В [11] граничные условия определялись на основе решения уравнения для функции плотности вероятности малого параметра, в [12] — с использованием априорно заданной функции плотности вероятности в виде бинормального распределения по скоростям.

Построим граничные условия для случая упругого взаимодействия частиц со стенкой в нормальном направлении, учитывая только возможную потерю импульса в тангенциальном направлении. В этом случае плотность вероятности перехода частиц из состояния до взаимодействия (удара) со стенкой 1 в состояние после взаимодействия 2 описывается выражением

$$P_w(v_2/v_1) = \chi \delta(v_{x2} - \phi v_{x1}) \delta(v_{y2} + v_{y1}) \quad (3.1)$$

где χ — коэффициент отражения, равный вероятности отскока и возвращения в поток столкнувшейся со стенкой частицы; ϕ — коэффициент восстановления тангенциальной компоненты скорости частиц при соударении со стенкой.

Распределения компонент скорости v_x и v_y предполагаются статистически независимыми. Плотность вероятности $P(v_y)$ принимается квазиравновесной и задается в виде бинормального распределения

$$P(v_y < 0) = \frac{\Phi}{1 + \chi} \sqrt{\frac{2}{\pi \langle v_y'^2 \rangle}} \exp\left(-\frac{v_y^2}{2 \langle v_y'^2 \rangle}\right) \quad (3.2)$$

$$P(v_y > 0) = \chi P(v_y < 0), \quad \int_{-\infty}^{\infty} P dv_y = \Phi$$

Из (3.2) определяются падающий на стенку J_1 и отраженный от стенки J_2 потоки частиц

$$J_1 = \int_{-\infty}^0 v_y P dv_y = -\frac{\Phi}{1 + \chi} \sqrt{\frac{2 \langle v_y'^2 \rangle}{\pi}} \quad (3.3)$$

$$J_2 = \int_0^{\infty} v_y P dv_y = \frac{\chi \Phi}{1 + \chi} \sqrt{\frac{2 \langle v_y'^2 \rangle}{\pi}}$$

Из (3.3) получаем соотношение для определения нормальной компоненты скорости дисперсной фазы на стенке — скорости осаждения частиц

$$V_y = \frac{J_w}{\Phi_w} = -\frac{1 - \chi}{1 + \chi} \sqrt{\frac{2 \langle v_y'^2 \rangle}{\pi}}, \quad J_w = J_1 + J_2 \quad (3.4)$$

где J_w , Φ_w — поток и концентрации частиц на стенке. Выражение (3.4) совпадает с формулой, полученной в [12] на основе решения уравнения для функции плотности вероятности методом теории возмущений.

Для определения тангенциальной скорости дисперсной фазы на стенке полное касательное поверхностное напряжение приравняем величине потери импульса частиц в результате соударений со стенкой

$$\Phi (V_x V_y + \langle v_x' v_y' \rangle) + P_{xy}^c = V_{x1} J_1 + V_{x2} J_2$$

Отсюда с учетом (3.1), (3.3), (3.4) и (2.25) следует

$$\left(\frac{1 - \chi \phi}{1 + \chi \phi} - \frac{1 - \chi}{1 + \chi} \right) \sqrt{\frac{2 \langle v_y'^2 \rangle}{\pi}} V_x = - \left(\langle v_x' v_y' \rangle + \frac{P_{xy}^c}{\Phi} \right) = -\phi \frac{\partial V_x}{\partial y} \quad (3.5)$$

Выражение (3.5) при $P_{xy}^c = 0$ совпадает с граничным условием V_x , полученным в [11]. В случае идеальной гладкой стенки $\phi = 1$ для сильно шероховатой поверхности может быть принято $\phi = 5/7$ [13].

В качестве граничных условий для уравнений, описывающих вторые моменты пульсаций скорости дисперсной фазы, принимается требование отсутствия диффузионного переноса (потока) этих величин через ограничивающие течение поверхности, в соответствии с которым

$$\frac{\partial \langle v_x' v_y' \rangle}{\partial y} = 0$$

4. Движение крупных частиц в вертикальных трубах с отражающими и поглощающими стенками. Рассмотрим стационарное гидродинамически стабилизированное движение относительно крупных частиц в вертикальных круглых трубах с абсолютно отражающими ($\chi = 1$) или полностью поглощающими ($\chi = 0$) частицы стенками. Объемная концентрация частиц предполагается малой ($\Phi \ll 1$), поэтому вкладом межчастичных столкновений в напряжения и поток пульсационной энергии дисперсной фазы пренебрегаем.

В силу сильной анизотропии пристенных течений для описания пульсационного движения дисперсной фазы используем систему уравнений для вторых моментов. Анализ системы уравнений движения и экспериментальных данных свидетельствует, что профили осредненной скорости, концентрации и пульсационной энергии крупных частиц на развитом участке течения однородные, т. е. слабо изменяются

по сечению трубы, а их значения зависят только о средних по сечению значений осредненной скорости и турбулентной энергии газовой фазы.

Из уравнения неразрывности (1.6) в рассматриваемом приближении получаем

$$\Phi V_r = J_w \frac{r}{r_w}, \quad r = r_w - y \quad (4.1)$$

где r — радиальная координата; r_w — радиус трубы. При отсутствии поглощения частиц ($\chi = 1$) из (4.1) следует $V_r = 0$.

Уравнения движения (1.7) в продольном и радиальном направлениях для крупных частиц ($g_u \approx 0$) запишутся в виде

$$\frac{\Phi (U_x - V_x)}{\tau_u} \mp \Phi g - \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \Phi \langle v_x' v_r' \rangle) = 0 \quad (4.2)$$

$$\Phi V_r \frac{dV_r}{dr} + \frac{\Phi V_r}{\tau_u} + \frac{d\Phi \langle v_r'^2 \rangle}{dr} = 0 \quad (4.3)$$

Знаки минус и плюс в уравнении (4.2) перед членом с ускорением силы тяжести g относятся соответственно к подъемному и опускному течениям.

В рассматриваемом приближении конвективными и диффузионными членами в уравнениях для вторых моментов (1.8) можно пренебречь. Уравнения для пульсационной энергии частиц k_p и ее радиальной компоненты $\langle v_r'^2 \rangle$ с учетом выражения (1.11) для обменных членов имеют вид

$$-\langle v_x' v_r' \rangle \frac{dV_r}{dr} + \frac{2}{\tau_u} \left(\frac{T_L}{\tau_u} k - k_p \right) + \frac{\Phi \sigma}{\tau_u} - Q = 0 \quad (4.4)$$

$$\frac{2}{\tau_u} \left(\frac{T_L}{\tau_u} \langle u_r'^2 \rangle - \langle v_r'^2 \rangle \right) + \frac{2\Phi}{\tau_u} \sigma_r - \frac{2}{3} Q + \frac{2}{\tau_{c1}} \left(\frac{2}{3} k_p - \langle v_r'^2 \rangle \right) = 0$$

Здесь учтено, что коэффициент вовлечения f_u для крупных частиц представляется в виде $f_u = T_p / \tau_u$, где T_p — время взаимодействия частиц с энергосодержащими пульсациями газа. Величина T_p полагается равной временному интегральному лагранжевому масштабу T_L , т. е. определяется без учета влияния межфазного осредненного скоростного скольжения. Влияние скоростного скольжения на T_p не учитывается в силу того обстоятельства, что вклад турбулентной энергии газа в баланс пульсационной энергии частиц (4.4) играет существенную роль только для мелких частиц, когда этим скольжением можно пренебречь, а для крупных частиц вклад членов с турбулентными пульсациями газа незначителен. Диссипация пульсационной энергии частиц вследствие неупругих столкновений согласно (2.9) определяется соотношением

$$Q = \frac{8(1 - e^2) \Phi^2 k_p}{d_p} \left(\frac{2k_p}{3\pi} \right)^{1/2} \quad (4.5)$$

Для крупных частиц главными источниками пульсационной энергии является гидродинамическое взаимодействие частиц. Рассмотрим два варианта аппроксимации σ_{ij} — изотропный и анизотропный, в соответствии с которыми σ_{ij} представляется в виде

$$\sigma_{ij} = \frac{\sigma}{3} \delta_{ij}, \quad \sigma_{ij} = \sigma \frac{(U_i - V_i)(U_j - V_j)}{(U_k - V_k)(U_k - V_k)} \quad (4.6)$$

где σ определяется согласно (2.10).

Рассмотрим вначале решение уравнений (4.1)—(4.4) в трубе с отражающими

частицы стенками. Граничное условие (3.5) для определения продольной скорости частиц на стенке в этом случае принимает вид

$$\frac{1 - \phi}{1 + \phi} \sqrt{\frac{2\langle v_r'^2 \rangle}{\pi}} V_x = \langle v_x' v_r' \rangle \quad (4.7)$$

В результате интегрирования уравнения (4.2) с учетом (4.7) получаем

$$V_x = (U_x^* \mp \tau_w g) \left[1 + \frac{2}{r_w} \frac{1 - \phi}{1 + \phi} \sqrt{\frac{2\langle v_r'^2 \rangle}{\pi}} \tau_w \right]^{-1} \quad (4.8)$$

$$U_x^* = \frac{2}{r_w^2} \int_0^{r_w} U_x r dr$$

где U_x^* — среднее по сечению трубы значение скорости газа.

Из уравнений (4.4) с учетом (4.5), (4.6) следует

$$k_p = \left[\frac{(T_L k)^*}{\tau_u} + \sqrt{\frac{3}{2\pi k_p}} \frac{d_p (U_x^* - V_x)^2}{8\tau_u} \right] \left[1 + \frac{5(1-e)}{3(3-e)} \frac{\tau_u}{\tau_{c1}} \right]^{-1} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} \langle v_r'^2 \rangle &= \frac{2}{3} \frac{\tau_u}{\tau_{c1}} \gamma_t \left[1 - \frac{5(1-e)}{3(3-e)} k_p \right] + \gamma_t \frac{(T_L \langle u_r'^2 \rangle)^*}{\tau_u} + \\ &+ (1 - \zeta) \sqrt{\frac{3}{2\pi k_p}} \frac{d_p (U_x^* - V_x)^2}{12\tau_u} \gamma_t \end{aligned}$$

Здесь $(T_L k)^*$ и $(T_L \langle u_r'^2 \rangle)^*$ — средние по сечению трубы значения величин $T_L k$ и $T_L \langle u_r'^2 \rangle$; $\zeta = 0$ и 1 соответственно для изотропного и анизотропного представления σ_{ij} . Турбулентные характеристики газовой фазы $(T_L k)^*$ и $(T_L \langle u_r'^2 \rangle)^*$ определяются без учета обратного влияния дисперсной фазы. Для вычисления $(T_L \langle u_r'^2 \rangle)^*$ используется соотношение

$$T_L \langle u_r'^2 \rangle = D_t = \frac{\nu_t}{Sc_t}$$

где D_t — коэффициент диффузии безынерционной примеси; Sc_t — турбулентное число Шмидта, принимаемое равным 0,9; ν_t — коэффициент турбулентной вязкости, определяемый по формуле Рейхардта

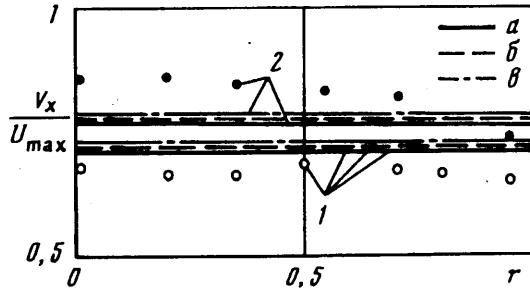
$$\nu_t = \frac{\kappa}{6} (1 - r^{*2})(1 + 2r^{*2}) u_* r_w, \quad \kappa = 0,4, \quad r^* = \frac{r}{r_w}$$

Таким образом, полагается $(T_L \langle u_r'^2 \rangle)^* = C_r \mu_* r_w$, где u_* — динамическая скорость; $C_r = 5/81$. Кроме того, в соответствии с экспериментальными данными принимается $(T_L k)^* = C_k \mu_* r_w$, $C_k = 3C_r$.

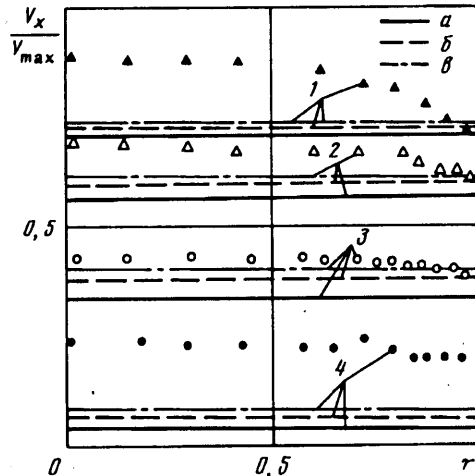
Время динамической релаксации частиц определяется соотношениями

$$\tau_u = \begin{cases} \frac{\rho_p d_p^2}{18\rho\nu(1 + 0,15 Re_p^{0,687})}, & Re_p \leq 10^3 \\ \frac{\rho_p d_p}{0,33\rho |U_x^* - V_x|}, & Re_p \geq 10^3 \end{cases}$$

$$Re_p = \frac{d_p |U_x^* - V_x|}{\nu}$$



Фиг. 2



Фиг. 3

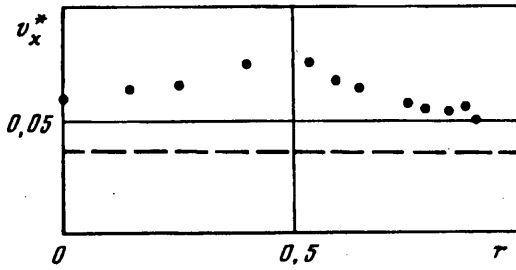
где Re_p — число Рейнольдса межфазного скольжения; ρ , ρ_p — плотности частиц и газа; ν — вязкость газа.

На фиг. 2—6 представлены результаты расчета осредненной скорости и интенсивностей пульсаций дисперсной фазы на основе (4.8), (4.9). Кривые a , b , v на этих фигурах получены при $\phi = 5/7$; кривые a соответствуют изотропному ($\xi = 0$), b , v — анизотропному ($\xi = 1$) вариантам представления σ_{ij} в (4.6); кривые a , b соответствуют абсолютно упругому ($e = 1$), v — абсолютно неупругому ($e = 0$) взаимодействию частиц при столкновениях.

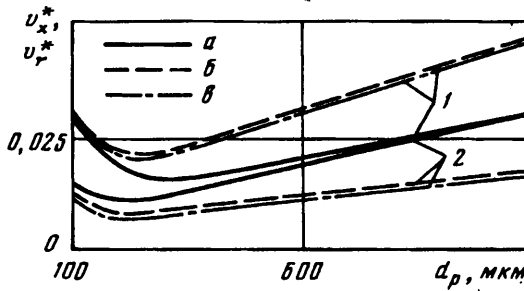
Расчетные и экспериментальные [14] данные на фиг. 2 относятся к случаю движения относительно небольших частиц ($1 - d_p = 44, 2 - 88$ мкм) с высокой скоростью в горизонтальной трубе, когда влиянием силы тяжести можно пренебречь. В этом случае межфазное скоростное скольжение обусловлено только эффектом потери импульса при соударении частиц со стенкой, роль которого возрастает с увеличением размера частицы.

Приведенные на фиг. 3, 4 расчетные кривые соответствуют экспериментальным данным [15] ($1 - d_p = 100, 2 - 200, 3 - 400, 5 - 800$ мкм) для подъемного движения в вертикальной трубе. Величина $v_x^* = \langle v_x'^2 \rangle^{1/2} / U_{\max}$ рассчитывалась при анизотропном представлении тензора σ_{ij} для случая абсолютно упругого взаимодействия частиц со стенкой (случай b). Отставание частиц от газового потока может быть вызвано двумя причинами: действием силы тяжести и потерей импульса при взаимодействии частиц со стенкой.

На фиг. 5 показано влияние размера частиц на интенсивность продольных



Фиг. 4



Фиг. 5

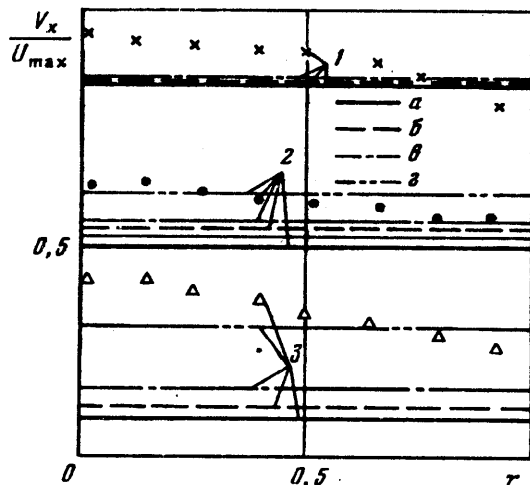
v_x^* (кривые 1) и радиальных $v_r^* = \langle v_r'^2 \rangle^{1/2} / U_{\max}$ (кривые 2) пульсаций для условий, реализуемых в экспериментах [15]. Видно, что интенсивности пульсаций частиц немонотонно зависят от их размера. Для мелких частиц влияние столкновений несущественно ($\tau_u / \tau_{cl} \ll 1$) и вкладом гидродинамического взаимодействия вследствие осредненного скоростного скольжения в порождение пульсационной энергии можно пренебречь. Поэтому для небольших частиц из (4.9) следует

$$k_p = \frac{(T_L k)^*}{\tau_u} = \frac{C_{\mu} \mu^* r_w}{\tau_u}, \quad \langle v_r'^2 \rangle = \frac{(T_L \langle u_r'^2 \rangle)^*}{\tau_u} = \frac{C_{\mu} \mu^* r_w}{\tau_u} \quad (4.10)$$

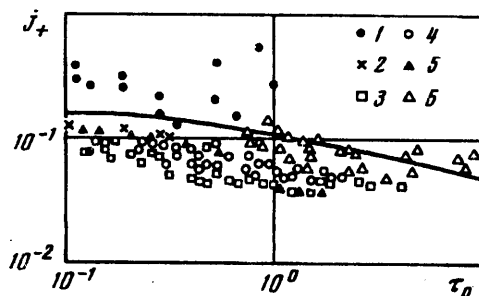
Отсюда ясно, что снижение интенсивности пульсации с ростом размера частиц обусловлено уменьшением степени вовлечения частиц в пульсационное движение газа вследствие увеличения их инерционности. Для крупных частиц, напротив, непосредственное вовлечение в пульсационное движение газа не играет существенной роли и главным фактором, определяющим интенсивность пульсаций скорости дисперсной фазы, является межфазное осредненное скольжение, возрастающее с увеличением размера частиц. В случае очень крупных частиц ($Re_p > 10^3$) из (4.9) без учета потерь энергии при неупругих соударениях, т. е. при $e = 1$, следует, что интенсивности пульсаций перестают зависеть от размера частиц и определяются соотношениями

$$k_p^{1/2} \approx 0,3 \left(\frac{\rho}{\rho_p} \right)^{1/3} |U_x^* - V_x|, \quad \langle v_r'^2 \rangle = \frac{2}{3} k_p (1 - \zeta \gamma_c)$$

Из приведенных на фиг. 2—5 расчетах данных следует, что при небольших значениях объемной концентрации дисперсной фазы ($\Phi < 10^{-3}$), реализуемых в экспериментах [15], эффектом потери импульса частиц при неупругих соударениях можно пренебречь, так как снижение интенсивности пульсаций даже в предельном случае $e = 0$ крайне незначительно. Напротив, влияние параметра ζ оказывается существенным. Так, при изотропном представлении σ_y в (4.6) интенсивность пульсаций крупных частиц оказывается также изотропной, что приводит к



Фиг. 6



Фиг. 7

значительно худшему согласию с экспериментальными данными [15], приведенными на фиг. 4, по сравнению с анизотропным представлением σ_{ij} . Существенная анизотропия пульсаций скорости не только мелких, но и крупных частиц ($\langle v_x^2 \rangle > \langle v_z^2 \rangle$) вследствие направленного вдоль оси x движения двухфазного потока экспериментально установлена в [16].

На фиг. 6 показаны результаты расчета профилей скорости частиц и экспериментальные данные при подъемном течении газозвеси [17] ($1 - d_p = 200, 2 - 500, 3 - 3000$ мкм). Для очень крупных частиц ($d_p = 3$ мм) все три кривые, полученные с учетом потери импульса при соударениях частиц со стенкой ($\phi = 5/7$), расположены существенно ниже экспериментальных точек. В то же время кривая g , соответствующая гладкой стенке ($\phi = 1$), когда отставание частиц от газа обусловлено только действием силы тяжести, удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными. Поэтому коэффициент восстановления тангенциальной скорости крупных частиц для условий эксперимента [17], по-видимому, близок к единице.

Рассмотрим движение частиц в трубе с поглощающими стенками ($\chi = 0$). В этом случае, согласно граничному условию (3.5), эффект потери импульса за счет взаимодействия частиц со стенкой отсутствует, так как столкнувшиеся со стенкой частицы в поток не возвращаются. Поэтому осредненная скорость скольжения дисперсной фазы относительно газа определяется только действием силы тяжести и, в частности, при подъемном течении отставание частиц от газа меньше при осаждении, чем при отражении частиц от стенки. Меньшим зна-

чениям осредненной скорости скольжения, согласно (4.9), соответствуют и меньшие значения интенсивностей пульсаций скорости дисперсной фазы.

Рассмотрим осаждение частиц, характеризуемых малой скоростью витания частиц по сравнению с осредненной скоростью потока, и при небольших объемных концентрациях дисперсной фазы, когда диссипация пульсационной энергии за счет межчастичных столкновений не играет существенной роли ($\tau_u \ll \tau_{c1}$). В этом случае для определения интенсивностей пульсационной энергии можно использовать соотношения (4.10). Интегрируя уравнение (4.3) по сечению трубы с учетом (3.4), (4.1), (4.10) для коэффициента осаждения получаем

$$j_+ = \frac{4C_r}{1 + (4\sqrt{\pi}/2 + \sqrt{2/\pi}) C_r^{1/2} \tau_0^{1/2}} = \frac{0,247}{1 + 1,44\tau_0^{1/2}} \quad (4.11)$$

$$j_+ = J_w/u_*\Phi^*, \quad \tau_0 = \tau_u u_* / r_w$$

где Φ^* — средняя по сечению трубы концентрация частиц.

Из выражения (4.11) следует, что для относительно крупных частиц коэффициент осаждения j_+ является функцией параметра τ_0 , тогда как в случае мелких частиц величина j_+ определяется параметром $\tau_+ = \tau_u u_*^2 / \nu$ [18]. На фиг. 7 показано сопоставление результатов расчетов j_+ по формуле (4.11) с экспериментальными данными разных авторов; точки 1—6 соответствуют [19—24]. Теоретическая зависимость (4.11) удовлетворительно согласуется с опытными данными.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-02-15902).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Simonin O.* Second-moment prediction of dispersed phase turbulence in particle-laden flows//Proc. 8th Symp. on Turbulent Shear Flows. Munich, 1991. P. 7.4.1—7.4.6.
2. *Louge M. Y., Mastorakos E., Jenkins J. T.* The role of particle collisions in pneumatic transport// J. Fluid Mech. 1991. V. 231. P. 345—359.
3. *Reeks M. W.* On a kinetic equation for the transport of particles in turbulent flows//Phys. Fluids. A. 1991. V. 3. № 3. P. 446—456.
4. *Деревич И. В., Зайчик Л. И.* Уравнение для плотности вероятности скорости и температуры частиц в турбулентном потоке, моделируемом гауссовым случайным полем//ПММ. 1990. Т. 54. № 5. С. 767—774.
5. *Lun C. K. K., Savage S. B., Jeffrey D. J., Chepurnyi N.* Kinetic theories for granular flow: Inelastic particles in Couette flow and slightly inelastic particles in a general flowfield//J. Fluid Mech. 1984. V. 140. P. 223—256.
6. *Ding J., Gidaspow D.* A bubbling fluidization model using kinetic theory of granular flow//AIChE Journal. 1990. V. 36. № 4. P. 523—538.
7. *Зайчик Л. И.* Кинетическая модель переноса частиц в турбулентных потоках с учетом соударений//Инж.-физ. журн. 1992. Т. 63. № 1. С. 44—50.
8. *Koch D. L.* Kinetic theory for a monodisperse gas-solid suspension//Phys. Fluids. 1990. V. A2. № 10. P. 1711—1723.
9. *Гиришфельдер Дж., Кертис Ч., Берд Р.* Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: Изд-во иностр. лит., 1961. 929 с.
10. *Ogawa S., Umemura A., Oshima N.* On the equations of fully fluidized granular materials//Z. Ang. Math. 1980. V. 31. № 4. P. 483—493.
11. *Деревич И. В., Ерошенко В. М.* Расчет осредненного скоростного скольжения фаз при турбулентном течении дисперсных потоков в каналах//Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 2. С. 69—78.
12. *Гусев И. Н., Гусев Е. И., Зайчик Л. И.* Модель осаждения частиц из турбулентного газодисперсного потока в каналах с поглощающими стенками//Изв. АН СССР. МЖГ. 1992. № 1. С. 58—65.

13. *Наумов В. А.* Два подхода к описанию удара сферического тела о шероховатую стенку//Прикл. механика. 1989. Т. 25. № 5. С. 116—119.
14. *Лаатс М. К., Мульги А. С.* Экспериментальное исследование кинематической картины мелко-дисперсного трубного течения//Турбулентные двухфазные течения. Таллин, 1979. С. 32—46.
15. *Lee S. L., Durst F.* On the motion of particles in turbulent duct flows//Int. J. Multiphase Flow. 1982. V. 8. № 2. P. 125—146.
16. *Крупник Л. И., Овсиенко П. В., Олейник В. Н., Айнтейн В. Г.* Хаотическое движение твердых частиц и диссипация энергии в двухфазном потоке//Инж.-физ. журн. 1990. Т. 58. № 2. С. 207—213.
17. *Tsuji Y., Morikawa Y., Shiomi H.* LDV measurements of an air-solid two-phase flow in a vertical pipe//J. Fluid Mech. 1984. V. 139. P. 417—434.
18. *McCoy D. D., Hanratty T. J.* Rate of deposition of droplets in annular two-phase flow//Int. J. Multiphase Flow. 1977. V. 3. № 4. P. 319—331.
19. *Forney L. J., Spilman L. A.* Deposition of coarse aerosols from turbulent flow//J. Aerosol Sci. 1974. V. 5. № 3. P. 257—271.
20. *Liu B. Y. H., Agarwal J. K.* Experimental observation of aerosol deposition in turbulent flow//J. Aerosol Sci. 1974. V. 5. № 2. P. 145—155.
21. *Ganic E. N., Mastanaiah K.* Investigation of droplet deposition from a turbulent gas stream//Int. J. Multiphase Flow. 1981. V. 7. № 4. P. 401—422.
22. *El-Kassaby M. M., Ganic E. N.* Droplet deposition in two-phase, turbulent flow//Int. J. Heat and Mass Transfer. 1986. V. 29. № 8. P. 1149—1158.
23. *Lee M. M., Hanratty T. J., Adrian R. J.* The interpretation of droplet deposition measurements with a diffusion-model//Int. J. Multiphase Flow. 1989. V. 15. № 3. P. 459—469.
24. *Binder J. L., Hanratty T. J.* A diffusion-model for droplet deposition in gas-liquid annular-flow//Int. J. Multiphase Flow. 1991. V. 17. № 1. P. 1—11.

Москва

Поступила в редакцию
27.V.1993