

УДК 532.517.4

© 1995 г. А. Е. УСАЧОВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ ВБЛИЗИ ВЫНУЖДЕННО И СВОБОДНО КОЛЕБЛЮЩИХСЯ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПРИЗМ

Рассмотрена задача обтекания несжимаемым двумерным потоком вязкой жидкости, вынужденно и свободно колеблющейся в поперечном направлении бесконечной призмы прямоугольного сечения. В неинерциальной системе координат численно решены полные уравнения Рейнольдса, замкнутые с помощью двухпараметрической k - ϵ -модели турбулентности. Рассчитаны коэффициенты аэродинамических сил, действующих на тело как функции времени; в случае свободных колебаний рассчитывались траектории движения тела и мгновенные скорости колебательного движения.

Особое место в классе отрывных течений занимают случаи обтекания колеблющихся тел. Экспериментальные исследования течений вблизи колеблющихся тел представляют значительные трудности и не всегда позволяют получить все важные для конструкторских разработок характеристики. Попытки решения задачи численного моделирования двумерных течений вблизи колеблющихся тел осуществлялись методом дискретных вихрей [1] и методом численного интегрирования уравнений Навье—Стокса [2, 3]. Работы в этой области по численному интегрированию уравнений Навье—Стокса в основном выполнены для ламинарного режима течения при небольших числах Рейнольдса [2]. Для больших чисел Рейнольдса в рамках метода прямого численного моделирования течений сделан уникальный расчет вынужденных и свободных колебаний кругового цилиндра [3].

1. Осредненная по Рейнольдсу система уравнений Навье—Стокса, описывающая двумерное турбулентное течение, имеет вид

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_k) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j u_k) = - \frac{\partial p}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{jk} - \rho \langle u_j' u_k' \rangle) + \rho F_k$$

$$k = 1, 2, j = 1, 2$$

где u_k — составляющие вектора скорости в декартовой системе координат, p — давление, F_k — проекции вектора массовых сил на оси координат, $-\rho \langle u_j' u_k' \rangle$ — составляющие тензора напряжений Рейнольдса, ρ — плотность, τ_{jk} — составляющие тензора вязких касательных напряжений. Предполагается, что осредненные величины мало зависят от способа осреднения.

Дифференциальные уравнения динамики в неинерциальной системе координат, связанной с телом, записываются так же, как и в абсолютной системе координат, но к приложенным силам добавляются силы инерции — переносная и кориолисова

$$F_k = S_k^e + S_k^c = -\rho w_k^e - \rho w_k^c \quad (1.2)$$

где S_k^e — проекции на оси координат переносной силы инерции, S_k^c — проекции на оси координат кориолисовой силы инерции.

Уравнения для кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации в неинерциальной системе координат с учетом известных допущений [4] можно представить в виде

$$\frac{\partial (\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u k) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v k) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu_{ef}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_{ef}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + G - \rho \epsilon \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial (\rho \epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \epsilon) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu_{ef}}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_{ef}}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) + C_1 \frac{\epsilon^2}{k} G - C_2 \rho \frac{\epsilon}{k}$$

$$G = \mu_t \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right]$$

$$k = 1/2 (\langle u'^2 \rangle + \langle v'^2 \rangle + \langle w'^2 \rangle) \quad (1.4)$$

$$\mu_{ef} = \mu + \mu_t, \quad \mu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$$

где k — кинетическая энергия турбулентных пульсаций, ϵ — скорость диссипации кинетической энергии, μ_{ef} — коэффициент эффективной вязкости, δ_k , δ_ϵ , C_1 , C_2 , C_μ — эмпирические константы, для которых принимались значения $\delta_k = 1,0$, $\delta_\epsilon = 1,3$, $C_1 = 1,44$, $C_2 = 1,92$, $C_\mu = 0,09$.

При решении нестационарной задачи граничные условия являются функциями времени. На верхней и нижней границах области расчета, где задаются «мягкие» граничные условия, можно считать, что в каждый момент времени выполняется равенство нулю производной неизвестной функции по переменной, ортогональной к границе. Аналогичным образом задаются граничные условия и на выходной границе расчетной области: в каждый момент времени течение на выходе считается локально-параболическим, поток жидкости направлен из зоны расчета. На стенке задаются условия прилипания, подход к постановке граничных условий на стенке базируется на методе пристеночных функций [5].

В нестационарной задаче граничные условия в начальном сечении могут меняться во времени. В задаче об обтекании колеблющегося тела в неинерциальной системе координат граничные условия в начальном сечении определяются также движением подвижной системы координат относительно неподвижной.

2. Рассмотрим вынужденные и свободные колебания в направлении оси y бесконечной призмы прямоугольного поперечного сечения. В случае вынужденных колебаний изменение координаты центра масс тела y определялось по закону синуса

$$y = A_0 \sin(2\pi\nu_0 t) \quad (2.1)$$

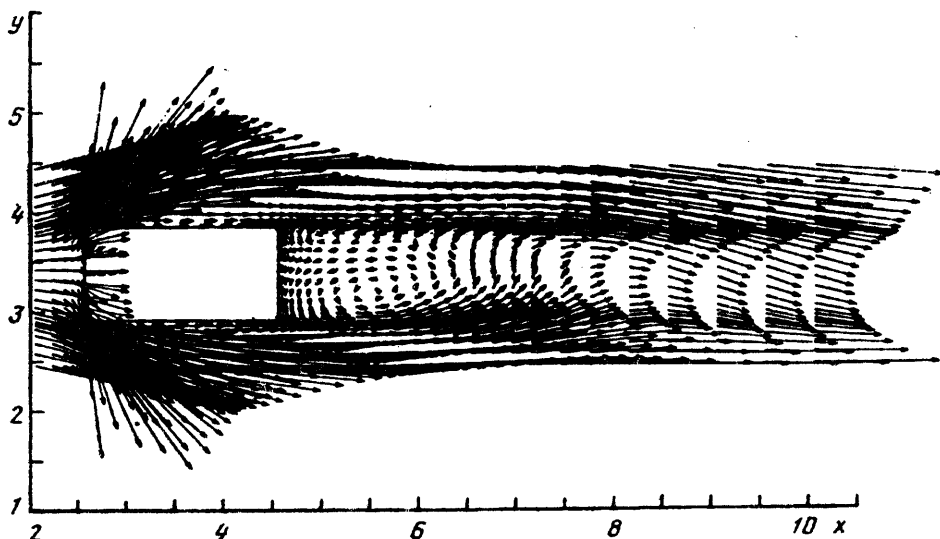
где A_0 и ν_0 — амплитуда и частота вынужденных колебаний. Выберем жестко связанную с телом систему координат, которая совершает колебания по закону (2.1). При турбулентном режиме течения движение жидкости в выбранной системе координат описывается уравнениями (1.1) и (1.3). Проекция силы инерции F в соответствии с формулами (1.2) имеют вид

$$F_x = 0, \quad F_y = \rho A_0 2\pi^2 \nu_0^2 \sin(2\pi\nu_0 t)$$

Рассмотрим случай свободных поперечных колебаний тела под действием аэродинамических сил и сил жесткости системы. Уравнение динамики, записанное для движения центра масс системы, можно представить в форме

$$m\ddot{y} = Y_a - cy - \beta y \quad (2.2)$$

где \ddot{y} — ускорение движения тела, Y_a — аэродинамическая сила, действующая



Фиг. 1

на тело, c — коэффициент жесткости системы, β — коэффициент сопротивления. Приведем уравнение (2.3) к безразмерному виду

$$\ddot{y} = BC_y - k^2 y - 2n\dot{y} \quad (2.3)$$

$$B = \frac{\rho v^2}{2m} l, \quad k^2 = \frac{c}{m}, \quad 2n = \frac{\beta}{m}$$

где k — собственная частота колебаний системы.

3. Конечно-разностный алгоритм решения дифференциальных уравнений базируется на методе контрольного объема [6], который хорошо зарекомендовал себя при решении различных задач аэродинамики [7]. В качестве основных схем конечно-разностной аппроксимации были выбраны: для пространственных производных — схема второго порядка точности с квадратичной интерполяцией против потока (схема Леонарда [7]) и неявная конечно-разностная схема для временной производной. В алгоритме использованы неявная процедура нахождения давления (PISO) [5] и метод неполной матричной факторизации при решении систем алгебраических уравнений [7].

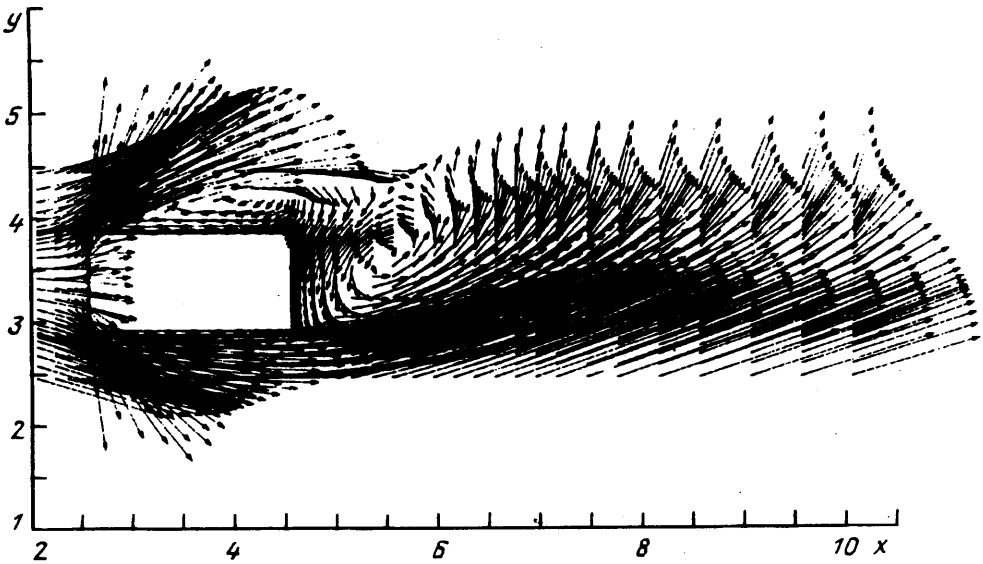
Размеры области расчета составили по оси y — $6,8b$; по оси x — $12,5b$, где b — вертикальный размер прямоугольного сечения призмы. Отношение горизонтальной стороны призмы к вертикальной равно 2. Область расчета покрывалась неравномерной прямоугольной сеткой с числом узлов 39 по вертикали и 56 по горизонтали.

При решении задачи о свободных поперечных колебаниях призмы необходимо численно решать уравнение движения центра масс (2.3) для определения на каждом шаге по времени силы инерции, скорости движения подвижной системы координат относительно неподвижной и величины смещения координаты y относительно начального положения.

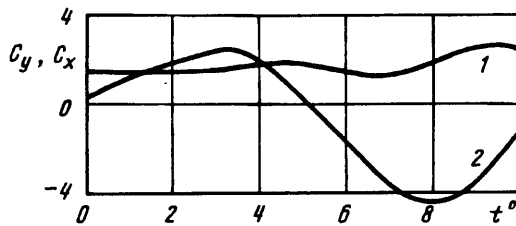
Перепишем уравнение (2.3) в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{v}_y = BC_y - k^2 y - 2nv_y, \quad \dot{y} = v_y \quad (3.1)$$

$$C_y = \frac{Y}{b\rho u_\infty^2/2}$$



Фиг. 2



Фиг. 3

где C_y — коэффициент подъемной силы, v_z — скорость поперечных колебаний, Y — подъемная сила, u_∞ — скорость набегающего потока.

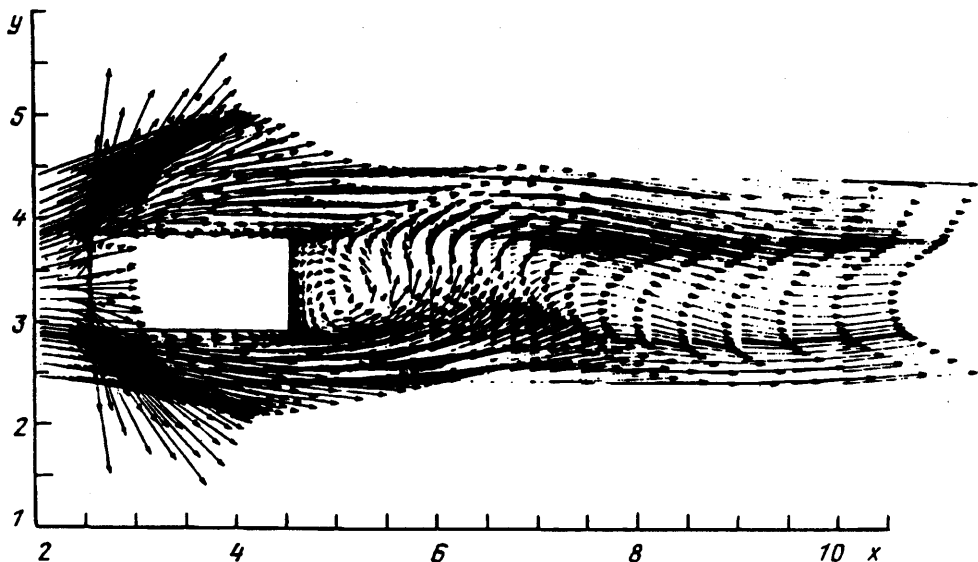
Будем считать, что движение тела начинается из состояния покоя, т. е. в начальный момент времени $y=0$, $v_z=0$. Система уравнений (3.1) решается методом Рунге—Кутты, в этом случае на каждом шаге по времени Δt определяется скорость v_z и смещение y . Из начальных условий при $t=0$ определяются значения y и v_z , значение коэффициента C_y берется с предыдущего шага по времени.

4. Предварительно моделировалось нестационарное обтекание неподвижной призмы прямоугольного сечения в широком диапазоне чисел Рейнольдса. Полученные результаты сравнивались с известными экспериментальными данными. По изменению величины подъемной силы и картинам поля скорости (фиг. 1) рассчитано число Струхала $Sh = b/u_\infty T$, где T — характерное время схода вихрей. Значение числа Струхала составило $Sh \cong 0,09-0,095$.

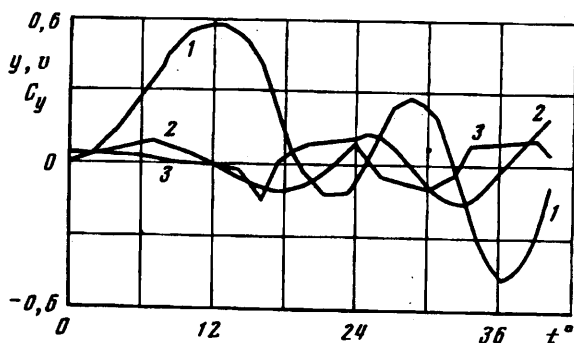
Измеренное значение числа Струхала [8], полученное в диапазоне чисел Рейнольдса $Re = 2 \cdot 10^4 - 5 \cdot 10^4$, равнялось $Sh = 0,087$. Рассчитанное значение величины коэффициента сопротивления C_x

$$C_x = \frac{X}{b\rho u_\infty^2/2}, \quad X = X_p + X_f$$

где X_p — сила сопротивления давления, X_f — сила сопротивления трения, при числе Рейнольдса $Re = 5 \cdot 10^4$ изменялось в пределах 1,32—1,34. По экспериментальным данным [9], $C_x = 1,4$.



Фиг. 4



Фиг. 5

Вынужденные колебания призмы прямоугольного поперечного сечения при турбулентном режиме течения рассчитывались для $Re = 2 \cdot 10^3$. Колебания призмы происходили в поперечном направлении по гармоническому закону. Безразмерная амплитуда вынужденных колебаний, отнесенная к характерному линейному размеру — длине торцевой грани прямоугольника b , принималась равной $A_0 = 0,5$, безразмерная частота вынужденных колебаний определялась по формуле $Sh = \nu b / u_\infty$, где ν — частота колебаний, и равнялась $Sh = 0,1$.

На фиг. 2 представлено поле скорости вынужденных колебаний призмы прямоугольного поперечного сечения в момент времени $t^* = 5,47$ ($t^* = tu/b$) в системе координат, связанной с телом. Направление вращения жидкости в вихре, образовавшемся за нижней гранью призмы, противоположно направлению вращения в вихре, который возникает в следе при нестационарном течении за неподвижной призмой.

На фиг. 3 изображено изменение по времени коэффициентов силы сопротивления C_x и подъемной силы C_y для вынужденных колебаний.

Турбулентное обтекание свободно колеблющейся призмы рассчитывалось для $Re = 5 \cdot 10^4$. В качестве начального условия использовались поля скорости и давления, полученные для квазистационарного случая течения при $Re = 5 \cdot 10^4$.

Для корректной постановки задачи необходимо задать собственную частоту колебаний системы k , коэффициент B и коэффициент $2n$ из дифференциального уравнения (2.3). Для случая турбулентного обтекания были выбраны значения $k = 0,2$; $B = 0,5$; $2n = 0$.

На фиг. 4 представлено поле скорости течения вблизи свободно колеблющейся призмы ($t^* = 32,43$). В отличие от случая вынужденных колебаний призмы направление вращения жидкости внутри образующихся вихрей происходит в том же направлении, что и при сходе вихрей с задних кромок неподвижной призмы.

Изменения координаты центра масс y (кривая 1), вертикальной составляющей скорости движения центра масс v (кривая 2) и коэффициента подъемной силы C_y (кривая 3) в зависимости от времени изображены на фиг. 5.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоцерковский С. М., Котовский В. Н., Ништ М. И., Федоров Р. М. Математическое моделирование плоскопараллельного отрывного обтекания тел. М.: Недра, 1988. 231 с.
2. Чилукуру Р. Ламинарное обтекание несжимаемым потоком поперечно колеблющегося цилиндра//Тр. Амер. о-ва инж.-мех.: Теорет. основы расчетов. 1988. № 1. С. 267—275.
3. Tsuboi K., Tamura T., Kuwahara K. Numerical study for vortex induced vibration of a circular cylinder in high-Reynolds-number flow//AIAA Pap. 1989. № 89-0294. 10 p.
4. Лакшминараяна Б. Модели турбулентности для сложных сдвиговых течений//Аэрокосмич. техника. № 5. С. 104—130.
5. Исаев С. А., Усачов А. Е. Численное моделирование отрывных течений несжимаемой жидкости в задачах внутренней аэродинамики//Промышленная аэродинамика. М.: Машиностроение. 1991. Вып. 36. С. 43—75.
6. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 150 с.
7. Белов И. А., Исаев С. А., Коробков В. А. Задачи и методы расчета отрывных течений несжимаемой жидкости. Л.: Судостроение, 1989. 253 с.
8. Igarashi T. Characteristics of the flow around rectangular cylinders//Bul. JSME. 1985. V. 28. № 242. P. 1690—1696.
9. Hoerner S. F. Fluid — dynamic drag. N. Y.: Midland Park, 1958, 402 p.

Москва

Поступила в редакцию
31.VIII.1993