

УДК 532.51.013.4:536.25:532.546

© 1995 г. Д. Г. ПОЛОНСКИЙ

ЭФФЕКТЫ СЖИМАЕМОСТИ В УСЛОВИЯХ КОНВЕКТИВНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ СМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Проанализировано влияние сжимаемости на конвективную устойчивость равновесия бинарной смеси в однородной пористой среде. Показано, что вклад сжимаемости существенно увеличивает устойчивость равновесия относительно колебательных возмущений.

Настоящий анализ важен для определения состояния многокомпонентных углеводородных смесей в месторождениях большой толщины, поскольку учет зависимости плотностей компонентов от давления играет определяющую роль в пластовых условиях [1—3].

Ранее устойчивость равновесия однородных жидкостей и бинарных смесей в пористой среде изучалась в приближении Буссинеска для полостей различных форм [4—9]. При различных ограничениях на характер переноса были получены критерии монотонной и колебательной неустойчивости, исследована зависимость критического числа Рэлея от параметра термодиффузии. Обобщение этих исследований на основе анализа диаграмм устойчивости с учетом перекрестных кинетических и гравитационного эффектов, а также трещиновато-пористой структуры коллектора дано в [10, 11].

Пределы применимости приближения Буссинеска численно оценивались в [12] в рамках системы уравнений Навье — Стокса для условий нестационарного равновесия смешивающихся жидкостей. В [13, 14] методом Бубнова — Галеркина в предположении о стационарности давления получены критерии конвективной неустойчивости равновесия сжимаемых вязких жидкостей и их бинарных смесей.

В данной работе рассмотрено влияние сжимаемости на конвективную устойчивость равновесия бинарной смеси в прямоугольной полости, содержащей пористую среду. В постановке учтены перекрестные кинетические и гравитационный эффекты. Определены границы областей монотонной и колебательной неустойчивости относительно продольных возмущений. Установлено, что сжимаемость смеси существенно увеличивает устойчивость механического равновесия относительно осцилляционных возмущений, однако не влияет на эволюцию монотонных возмущений. Показано, что в реальных пластовых условиях учет вклада сжимаемости смеси дает значения критических проницаемостей пористого коллектора на два порядка ниже полученных в результате применения приближения Буссинеска [10]. Для случая чисто концентрационной конвекции изучена структура спектра декрементов возмущений для краевых условий первого и второго родов. Показано, что качественное поведение спектра не зависит от типа краевых условий. Установлена аналогия рассмотренной задачи с классической задачей Рэлея о конвективной устойчивости равновесия вязкой жидкости в подогреваемом плоском слое [4].

1. Линеаризация в окрестности равновесия. Конвективно-диффузионное течение бинарной неизотермической смеси в пористой среде описывается системой уравнений [1—4, 10]

$$m \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \Delta \psi = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho \left(m \frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) C \right) = \operatorname{div} (\rho D (\nabla C + \kappa_T \nabla T)) \quad (1.2)$$

$$-\nabla p + \rho \mathbf{g} - \frac{\eta}{K} \mathbf{u} = 0 \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned} C_m \frac{\partial T}{\partial t} + C_p \rho \left(\mathbf{u} \left(\nabla T + \frac{\mathbf{g}}{C_p} \right) \right) = \\ = N \operatorname{div} (\rho D (\nabla C + \kappa_T \nabla T)) + \lambda \Delta T, \quad N = \kappa_T T \left(\frac{\partial \mu}{\partial C} \right)_{p, T} \end{aligned} \quad (1.4)$$

Здесь m — пористость, ρ — плотность смеси, $\mathbf{u} = \{u_x, u_z\}$ — вектор скорости фильтрации смеси, C — массовая концентрация одного из компонентов в примеси, p — давление, \mathbf{g} — вектор ускорения свободного падения, η — динамическая вязкость жидкости, K — проницаемость пористой среды, C_m, C_p — изобарные теплоемкости насыщенной пористой среды и смеси соответственно, T — температура смеси. Параметр κ_T равен k_T/T , где k_T — термодиффузионное отношение, μ — эффективный химический потенциал, λ — теплопроводность системы жидкость — пористая среда, D — коэффициент конвективной дисперсии.

Уравнение (1.1) выражает закон сохранения массы для смеси в целом (уравнение неразрывности). В уравнении переноса концентрации (1.2) пренебрегается вкладом бародиффузии [4], (1.3) — закон Дарси (уравнение импульса), (1.4) — уравнение притока тепла для смеси с учетом работы силы тяжести [10]. В последнем уравнении пренебрегается эффектами Джоуля — Томсона и адиабатического охлаждения ввиду их малости [1, 3, 4].

В качестве уравнения состояния $\rho = \rho(p, T, C)$ используется следующее:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha(p - p^0) - \beta_T(T - T^0) - \beta_C(C - C^0)) \quad (1.5)$$

Параметры ρ_0, T^0, C^0, p^0 считаются постоянными, константы сжимаемости, температурного и концентрированного расширения α, β_T, β_C — малыми, так что

$$|\alpha(p - p^0)| \ll 1, |\beta_T(T - T^0)| \ll 1, |\beta_C(C - C^0)| \ll 1 \quad (1.6)$$

для всех значений p, T, C в рассматриваемой задаче.

Уравнение неразрывности (1.1) для уравнения состояния (1.5) в первом порядке по p, T, C принимает вид

$$m \frac{\partial}{\partial t} (\alpha p - \beta_T T - \beta_C C) + \operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \quad (1.7)$$

При этом считается, что сжимаемость жидкости проявляется лишь в процессе ее нестационарной фильтрации. Существенно, что сравнительно с приближением Буссинеска, в рамках которого уравнение неразрывности принимается в той же форме, что и для несжимаемой жидкости [4], в уравнении (1.7) сжимаемость смеси учтена.

Пусть параметры p, T, C мало отклоняются от постоянных значений p^0, T^0, C^0 . Последующая линеаризация системы уравнений (1.2)—(1.4), (1.7) проводится при постоянных коэффициентах $\eta, m, K, C_p, C_m, \lambda, N, D, \kappa_T$, отвечающих значениям p^0, T^0, C^0 . При этом ρ заменяется на постоянное значение ρ_0 только в уравнении притока тепла (1.4), что расширяет ограничения приближения Буссинеска, позволяющего учесть лишь температурную и концентрационную сжимаемость в уравнении движения [4].

Выделяются различные составляющие термодинамических величин и скорости фильтрации, входящих в систему (1.2)—(1.4), (1.7)

$$\rho = \rho_0 + \rho_s + \rho', \quad p = p^0 + p_x + p_s + p', \quad \nabla p_x = \rho_0 \mathbf{g} \quad (1.8)$$

$$T = T^0 + T_s + T', \quad C = C^0 + C_s + C', \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}'$$

Здесь индекс s отвечает состоянию механического равновесия смеси.

Состоянию механического равновесия смеси в слое пористой среды, ограниченном плоскостями $z = 0$; $z = L$ и $x = 0$; $x = a$, отвечают стационарные решения системы (1.2)—(1.4), (1.7) с постоянными вертикальными градиентами температуры и концентрации $T_s = T_l - Az$, $C_s = C_l - Bz$. При этом на горизонтальных плоскостях задаются постоянные значения температуры T_0 , T_l и концентрации C_0 , C_l , равновесные градиенты имеют вид $A = (T_0 - T_l)/L$, $B = (C_0 - C_l)/L$, а равновесное распределение давления выражается зависимостью

$$p_s(z) = p_b \exp(-\rho_0 g \alpha z) + \frac{1}{\alpha} \left((\beta_T A + \beta_C B) \left(z - \frac{1}{\rho_0 \alpha g} \right) + \beta_T T_l + \beta_C C_l \right)$$

где константа p_b определяется граничными условиями.

Подстановка выражений (1.8) в систему (1.2)—(1.4), (1.7), отвечающих уравнению состояния (1.5), и пренебрежение квадратичными по возмущениям членами приводят к следующим уравнениям

$$\begin{aligned} m \frac{\partial}{\partial t} (\alpha p' - \beta_T T' - \beta_C C') + \operatorname{div} u' &= 0 \\ m \frac{\partial C'}{\partial t} - B(u' \cdot n) &= D(\Delta C' + \kappa_T \Delta T') \\ -\nabla p' - \frac{\eta}{K} u' + \rho_0 g (\beta_T T' + \beta_C C' - \alpha p') n &= 0 \\ C_m \frac{\partial T'}{\partial t} - C_p \rho_0 \left(A + \frac{g}{C_p} \right) (u' \cdot n) &= N \rho_0 D(\Delta C' + \kappa_T \Delta T') + \lambda \Delta T' \end{aligned} \quad (1.9)$$

Здесь n — единичный вектор, направленный вертикально вверх.

2. Определяющие параметры. Для перехода в системе (1.9) к безразмерным переменным удобно ввести следующие единицы: расстояния по вертикали — мощность пласта L , расстояния по горизонтали — поперечный размер a , времени — $K \rho_0 a^2 / \eta L^2$, скорости — $\lambda L / \rho_0 C_p a^2$, температуры — AL , концентрации — $BL \lambda / \rho_0 C_p D$, давления — $\eta \lambda L^2 / \rho_0 C_p a^2 K$. Переход при помощи указанных единиц и исключение штрихов в обозначениях безразмерных переменных дают

$$\begin{aligned} Q \frac{\partial}{\partial t} (Hp - RT - R_d C) + \operatorname{Div} u &= 0 \\ P_d \frac{\partial C}{\partial t} - u_z &= \Delta C + Td \Delta T \\ -\nabla p - u + (RT + R_d C - Hp) n &= 0 \\ P \frac{\partial T}{\partial t} - (1 + G) u_z &= (1 + Dt) \Delta T + \frac{Dt}{Td} \Delta C \\ Q = \frac{mL^2}{ga} \left(\frac{\eta}{K\rho_0} \right)^2, H = \rho_0 g \alpha L, P_d = \frac{mL^2 \eta}{KD\rho_0} \\ Td = \frac{ADC_p \kappa_T \rho_0}{B\lambda}, R = \frac{\rho_0^2 g \beta_T A a^2 K C_p}{\eta \lambda}, G = \frac{g}{AC_p} \\ R_d = \frac{\rho_0 g \beta_C B a^2 K}{\eta D}, P = \frac{C_m L^2 \eta}{K \lambda \rho_0}, Dt = \frac{ND \kappa_T \rho_0}{\lambda} \\ \operatorname{Div} f = \frac{\partial f_x}{\partial x} + \frac{a}{L} \frac{\partial f_z}{\partial z}, f(x, z, t) = \{f_x, f_z\} \\ \Delta C = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \left(\frac{a}{L} \right)^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}, \varphi = \varphi(x, z, t) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Параметр Q характеризует отношение характерных времен распространения возмущений для элемента жидкости в пласте и микрообъеме пористой среды

соответственно. Сжимаемость смеси за счет давления определяется критерием Н. Фильтрационное и фильтрационно-диффузионное числа Рэлея R и R_d определяют соотношения между составляющими выталкивающей силы, связанной с наличием градиентов температуры и концентрации, и отвечающими им диссипативными механизмами (теплопроводность, диффузия). Соотношения между фильтрационной проводимостью K/η и величинами, определяющими скорость процессов диссипации, выражаются фильтрационным и фильтрационно-диффузионным числами Прандтля P и P_d . Параметры T_d , D_t , отвечающие за эффекты Сорэ и Дюфура, характеризуют величины термодиффузии по сравнению с диффузией и диффузионной теплопроводности по сравнению с обычной теплопроводностью, соответственно. Вклад работы силы тяжести по сравнению с градиентом температуры определяется параметром G .

Исследование системы уравнений (2.1) сводится к анализу спектра продольных возмущений равновесия, пропорциональных $\exp(-\omega t)$. Здесь ω — декремент возмущений, критерий устойчивости имеет вид $\text{Re } \omega \geq 0$. Поскольку дифференциальный оператор, отвечающий системе уравнений (2.1), не является самосопряженным, спектр содержит как действительные, так и комплексные значения ω , которым соответствуют монотонные и колебательные возмущения.

Рассматриваются продольные нормальные возмущения с амплитудами

$$u_x = v(x), \quad u_z = w(x), \quad p = \zeta(x), \quad C = \xi(x), \quad T = \theta(x) \quad (2.2)$$

Подстановка (2.2) в систему (2.1) с последующим исключением амплитуд компонент скорости фильтрации v , w приводит к линейным дифференциальным уравнениям

$$\begin{aligned} Q\omega (R\theta + R_d\xi - H\zeta) &= \ddot{\zeta} \\ -\omega P_d\xi + H\zeta - R\theta - R_d\xi &= \ddot{\xi} + T_d\ddot{\theta} \\ -\omega P\theta - (1 + G)(H\zeta - R\theta - R_d\xi) &= (1 + D_t)\ddot{\theta} + \frac{D_t}{T_d}\ddot{\xi} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Для системы уравнений (2.3) задаются однородные граничные условия, т. е. на ограничивающих слой плоскостях поддерживаются равновесные значения температуры и концентрации

$$x = 0; 1 : \zeta = \xi = \theta = 0 \quad (2.4)$$

Здесь x — безразмерная поперечная координата в единицах ширины слоя a . Система уравнений (2.3) имеет простое решение, удовлетворяющее граничным условиям (2.4) и отвечающее основному уровню неустойчивости [4]

$$\zeta = \zeta_0 \sin \pi x, \quad \xi = \xi_0 \sin \pi x, \quad \theta = \theta_0 \sin \pi x \quad (2.5)$$

3. Критерии и расчеты устойчивости неизотермической смеси. Подстановка решений (2.5) в (2.3) приводит к однородной системе линейных алгебраических уравнений относительно ζ_0 , ξ_0 , θ_0 . Эта система имеет нетривиальное решение, если ее определитель равен нулю

$$b\omega^3 + q\omega^2 + r\omega + s = 0 \quad (3.1)$$

$$b = hPP_d, \quad h = HQ$$

$$q = -\pi^2 (PP_d + h(P + P_d(1 + D_t)))$$

$$r = \pi^2 (\pi^2 (h + P + P_d(1 + D_t) - R_dP - RP_d(1 + G))$$

$$s = \pi^4 (R_d(1 + D_t - T_d(1 + G)) + R(1 + G - D_t(T_d)^{-1}) - \pi^2)$$

Согласно критерию Вышнеградского, дисперсионное уравнение имеет корни с положительной действительной частью, если и только если

$$b > 0, \quad q < 0, \quad s < 0, \quad qr - bs < 0 \quad (3.2)$$

Первые два неравенства (3.2) справедливы всегда, а остальные в выражении через безразмерные переменные имеют вид

$$R_d (1 + Dt - Td (1 + G)) + R \left(1 + G - \frac{Dt}{Td} \right) < \pi^2 \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} & RP_d \left(hP \frac{Dt}{Td} + P_d (1 + G) (P + h (1 + Dt)) \right) + \\ & + R_d P (hP_d Td (1 + G) + P (P_d + h)) < \\ & < \pi^2 (P + P_d (1 + Dt)) (h^2 + h (P + P_d (1 + Dt)) + PP_d) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Неравенство (3.3) не изменяется по сравнению с полученным в рамках приближения Буссинеска [10]. Однако учет неоднородности плотности за счет давления в уравнении (1.5) и сжимаемости в уравнении (1.7), характеризуемый обобщенным параметром $h = HQ$, изменяет вид (3.4) по сравнению с [10]. При $h = 0$ из (3.4) следует результат, полученный в рамках модели Буссинеска.

Неравенство (3.3) отвечает устойчивости равновесия относительно монотонных возмущений. Нарушение условия (3.4) означает потерю устойчивости относительно возмущений колебательного типа. Таким образом, учет сжимаемости влияет лишь на эволюцию последних.

Критические проницаемости, определяющие тип пористых коллекторов, для которых характерна неустойчивость равновесия насыщающих их смесей [10], вычисляются по формулам

$$K_1 = \pi^2 \left[R_{d*} (Dt + 1 - Td (1 + G)) + R_* \left(1 + G - \frac{Dt}{Td} \right) \right]$$

$$\begin{aligned} K_2 = & \frac{\pi^2}{2} \{ (P_* + P_{d*} (1 + Dt)) - \\ & - \sqrt{(P_* + P_{d*} (1 + Dt))^2 + 4\pi^{-2} h_* (RP_{d*} (1 + G) + R_{d*} P)} \} \times \\ & \times (RP_{d*} (1 + G) + R_{d*} P)^{-1} \end{aligned}$$

Параметры R_* , R_{d*} , P_* , P_{d*} , h_* получаются из соответствующих безразмерных величин путем исключения K (например, $P_* = KP = C_m \eta L^2 / \rho_0 \lambda$). В условиях работы [10] был произведен расчет этих величин по данным Карачаганакского газоконденсатного месторождения (Казахстан) [15]. Многокомпонентная пластовая смесь разбивалась на два псевдокомпонента, из которых легкий отвечал метану. Выбирались следующие значения определяющих параметров: $C^0 = 0,4$; $T^0 = 360$ К; $p^0 = 60$ МПа; $C_p = 3,3 \cdot 10^3$ м²/(с²К); $\rho_0 = 5 \cdot 10^2$ кг/м³; $\lambda = 2,4$ кгм/(с²К); $C_m = 3 \cdot 10^6$ кг/(м с²К); $\eta = 10^{-4}$ кг/м с; $L = 1400$ м; $a = 1,7 \cdot 10^4$ м; $A = 0,01$ К/м; $B = -3 \cdot 10^{-5}$ м⁻¹; $\alpha = 10^{-10}$ Па⁻¹; $\beta_T = 10^{-4}$ К⁻¹; $\beta_C = 0,1$; $k_T = 0,2$; $m = 0,02$; $D = 10^{-8}$ м/с². Расчетные значения критических проницаемостей, отвечающих выражениям (3.3) (K_1) и (3.4) (K_2) таковы: $K_1 = -6,83 \cdot 10^{-7}$ мкм², $K_2 = -1,23 \cdot 10^{-7}$ мкм². Значения $K_{1,2} < 0$ отвечают устойчивости относительно продольных возмущений [10]. Следовательно, пластовая смесь Карачаганакского месторождения находится в состоянии устойчивого механического равновесия.

Критическая проницаемость K_2 , вычисленная в результате применения приближения Буссинеска к системе уравнений (1.1)–(1.4), дает значение на два порядка выше приведенного [10].

Следовательно, учет сжимаемости, выраженный параметром h , расширяет область устойчивости по сравнению с [10]. Это естественный результат, поскольку

вызывающими конвективное движение силами являются концентрационное и тепловое расширение жидкости, а изменение плотности за счет давления, как и диссипативные процессы, препятствует такому движению, стремясь вернуть жидкость в исходное равновесное состояние.

4. Метод интегральных соотношений. Конвективно-диффузионные эффекты подавляют тепловые, если числа Рэлея и числа Прандтля связаны неравенствами $|R_d| \gg R, P_d \gg P$. Эти соотношения характерны, например, для реальных углеводородных смесей в залежах большой толщины [10, 15]. Поэтому естественно принять, что температура в слое неизменна и прогноз устойчивости (неустойчивости) механического равновесия смеси определяется лишь неравномерностями концентрации и давления. Тогда $T_d = D_t = 0$, система амплитудных уравнений (2.3) и соответствующие граничные условия принимают вид

$$\omega h \psi(x) + \ddot{\psi}(x) + R_d \ddot{\xi}(x) = 0 \quad (4.1)$$

$$-\omega P_d \dot{\xi}(x) + \dot{\psi}(x) = \dot{\xi}(x) \quad (4.2)$$

$$\psi(x) = H \zeta(x) - R_d \xi(x)$$

$$x = 0 : \dot{\zeta} = \dot{\xi} = 0; \quad x = 1 : \zeta = \xi = 0 \quad (4.3)$$

Соотношения (4.3) отвечают условиям непротекания, отсутствия концентрационного притока извне для $x = 0$ и исчезновения возмущений давления и концентрации на границе для $x = 1$.

Удобно провести анализ структуры спектра декрементов ω по методу интегральных соотношений [4]. Введение комплексно-сопряженных функций $\bar{\psi}$ и $\bar{\xi}$, умножение уравнения (4.1) на $\bar{\psi}$, уравнения

(4.2) на $\bar{\xi}$ и последующее интегрирование полученных уравнений с учетом условий (4.3) дает

$$\omega h \int_0^1 |\psi|^2 dx - \int_0^1 |\dot{\psi}|^2 dx + R_d \int_0^1 \bar{\xi} \ddot{\psi} dx = 0 \quad (4.4)$$

$$\omega P_d \int_0^1 |\dot{\xi}|^2 dx - \int_0^1 |\ddot{\xi}|^2 dx + \int_0^1 \bar{\xi} \ddot{\psi} dx = 0 \quad (4.5)$$

Сложение и вычитание (4.4), (4.5) с соответствующими комплексно-сопряженными уравнениями приводят к условиям

$$(\bar{\omega} - \omega) \int_0^1 (h |\psi|^2 + R_d P_d |\dot{\xi}|^2) dx = 0 \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} & (\bar{\omega} + \omega) \int_0^1 (h |\psi|^2 - R_d P_d |\dot{\xi}|^2) dx = \\ & = 2 \int_0^1 (|\dot{\psi}|^2 - R_d |\dot{\xi}|^2) dx \end{aligned} \quad (4.7)$$

Из соотношения (4.6) можно заключить, что в случае осаждения тяжелого компонента сверху ($\beta_c < 0, B < 0$), когда фильтрационно-диффузионное число Рэлея $R_d > 0$, интеграл в (4.6) существенно положителен, откуда следует $\bar{\omega} = \omega$. Таким образом, в этом случае декременты нормальных возмущений вещественны, что обеспечивает их монотонную эволюцию во времени.

Из (4.7) следует, что в случае притока легкого компонента ($\beta_c > 0, B < 0$) при $R_d < 0$ определяемая (4.7) вещественная часть декремента $\omega_r = (\bar{\omega} + \omega)/2$ положительна в силу существенной положительности интеграла. Следовательно, в случае притока сверху легкого компонента нормальные возмущения затухают и равновесие устойчиво.

При отсутствии градиента концентрации ($B = 0, R_d = 0$) из (4.6), (4.7) следует, что

$$\omega = \int_0^1 |\dot{\psi}|^2 dx \left(h \int_0^1 |\psi|^2 dx \right)^{-1} \quad (4.8)$$

В этом случае все декременты вещественны и положительны, т. е. возмущения, как и должно быть при отсутствии градиента концентрации, монотонно затухают.

5. Структура спектра декрементов. Спектр декрементов возмущений может быть получен и исследован в явном виде для крайних условий, отвечающих случаю затухания возмущений на границах

$$x = 0; 1 : \zeta = \xi = 0$$

Дисперсионное уравнение (3.1) в изотермическом случае имеет вид

$$hP_d\omega^2 - \pi^2(P_d + h)\omega + \pi^2(\pi^2 - R_d) = 0 \quad (5.1)$$

$$\omega_{1,2} = \frac{\pi^2}{2hP_d} \left(P_d + h \pm \sqrt{(P_d - h)^2 + 4hP_dR_d\pi^{-2}} \right) \quad (5.2)$$

Из (5.1) в соответствии с (4.6) можно заключить, что для случая осаждения тяжелого компонента ($\beta_C < 0, B < 0, R_d > 0$) значения ω вещественны. Из двух корней один всегда положителен и растет с ростом R_d . Другой корень убывает с ростом R_d и при достаточно большом R_d становится отрицательным, порождая неустойчивость.

Для притока сверху легкого компонента ($\beta_C > 0, B < 0, R_d < 0$) возмущения монотонны лишь при малых R_d . Пара комплексно-сопряженных декрементов возникает, когда

$$R_d^c = -\frac{\pi^2 h}{4P_d} \left(\frac{P_d}{h} - 1 \right)^2 \quad (5.3)$$

При $|R_d| > |R_d^c|$ возмущения осциллируют. Частота осцилляций χ равна мнимой части ω

$$\chi = \pm \frac{2}{\pi} \sqrt{hP_d(R_d^c - R_d)} \quad (5.4)$$

Вещественные части декрементов при $R_d < 0$, как следует из (5.2), положительны. Это означает, что при притоке сверху легкого компонента как колебательные, так и монотонные возмущения затухают.

Уровни спектра могут быть классифицированы из рассмотрения декрементов при R_d , равном нулю. Подстановка решений (2.5) в систему (4.1) — (4.2) приводит тогда к уравнениям

$$(\omega h - \pi^2) \zeta_0 = 0$$

$$(\pi^2 - \omega P_d) \xi_0 + H \zeta_0 = 0 \quad (5.5)$$

Из системы (5.5) следует, что при $R_d = 0$ возможны два возмущения. Одно из них отвечает решению $\zeta_0 = 0, \xi_0 \neq 0$, его декремент имеет вид $d = \pi^2/P_d$. Это чисто концентрационное возмущение, его декремент возрастает вместе с коэффициентом конвективной дисперсии D . Другое возмущение соответствует решению $\zeta_0 \neq 0, \xi_0 \neq 0$ с декрементом $f = \pi^2/h$ и может быть названо упругим, скорость его затухания зависит от сжимаемости α , вязкости и характеристик пористой среды. Далее можно считать возмущения концентрационными либо упругими, в зависимости от того, в какое из двух значений (d или f) переходит декремент ω при R_d , стремящемся к нулю. Из формулы (5.2) следует, что в силу $P_d \gg h$ ($K \gg \alpha D \eta L/a$) положительным корням (5.1) соответствуют упругие возмущения, а отрицательным — концентрационные, причем $d \ll f$. Таким образом, неустойчивость всегда связана с концентрационными возмущениями.

Критическое число R_d^c , при котором возникает неустойчивость, определяется из условия равенства нулю отрицательного корня (5.1), т. е. при $R_d^c = \pi^2$.

Общие свойства спектра декрементов, за исключением классификации уровней, аналогичны свойствам спектра классической задачи Рэлея о конвективной неустойчивости равновесия вязкой жидкости, возбуждаемой перепадом температур на границах плоского слоя [4]. При положительных числах Рэлея (подогрев снизу) декременты нормальных возмущений вещественны, отрицательным числам Рэлея (подогрев сверху) соответствуют комплексные декременты с положительной вещественной частью. Из (4.6), (4.7), (5.2) следует, что декременты возмущений равновесия сжимаемой бинарной смеси в пористой среде обладают аналогичным поведением. В данной работе, как и в задаче Рэлея, структура зависимости спектра декрементов от параметров сохраняется при изменении типа граничных условий для амплитуд возмущений.

Автор благодарен А. А. Бармину, П. Г. Бедриковецкому и А. А. Шапиро за обсуждение работы и ценные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 208 с.
2. Николаевский В. Н. Механика пористых и трещиноватых сред. М.: Недра, 1984. 232 с.
3. Bear J. Dynamics of fluids in porous media. N. Y. a. o.: Amer. Elsevier, 1972. 764 p.
4. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
5. Nield D. A. Onset of thermohaline convection in a porous medium//Water Resources. 1968. V. 4. № 3. P. 553—560.
6. Taunton J. W., Lightfoot E. N., Green T. Thermohaline instability and salt fingers in a porous medium//Phys. Fluids. 1972. V. 15. № 5. P. 748—753.
7. Brand H., Steinberg V. Convective instabilities in binary mixtures in a porous medium//Physica. A. 1983. V. 119A. № 1—2. P. 327—338.
8. Taslim M. E., Narusawa U. Binary fluid convection and double-diffusive convection in a porous medium//Trans. ASME. J. Heat and Mass Trans. 1986. V. 108. № 1. P. 221—224.
9. Sharma R. C., Kumari V., Misra J. N. Thermosolutal convection in compressible fluids in porous medium//J. Math. and Phys. Sci. 1990. V. 24. № 4. P. 265—281.
10. Бедриковецкий П. Г., Полонский Д. Г., Шапиро А. А. Анализ конвективной неустойчивости бинарной смеси в пористой среде//Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 1. С. 110—119.
11. Бедриковецкий П. Г., Полонский Д. Г., Шапиро А. А. Конвективная устойчивость равновесия бинарной смеси в трещиновато-пористой среде//Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 1. С. 88—97.
12. Никулин Д. А. О применимости приближения Буссинеска для задач нестационарной концентрационной естественной конвекции//Изв. АН СССР. МЖГ. 1982. № 5. С. 153—155.
13. Гитерман М. Ш., Штейнберг В. А. Критерии возникновения свободной конвекции в сжимаемой, вязкой и теплопроводной жидкости//ПММ. 1970. Т. 34. Вып. 2. С. 325—331.
14. Штейнберг В. А. Конвективная неустойчивость двухкомпонентной смеси, в частности вблизи критической точки//ПММ. 1971. Т. 35. Вып. 2. С. 375—384.
15. Перепеличенко В. Ф. Компонентоотдача нефтегазоконденсатных залежей. М.: Недра, 1990. 272 с.

Москва

Поступила в редакцию
8.IX.1993