

УДК 532.546:536.423

© 1994 г. Г. Г. ЦЫПКИН

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ ВОДА — ПАР В ГИДРОТЕРМАЛЬНЫХ ПЛАСТАХ

В настоящей работе рассматривается задача о добыче пара из водонасыщенного гидротермального резервуара. Показано, что введение поверхности испарения, разделяющей газовую и жидкую фазы, приводит к перегреву воды в области перед фронтом. Указанное противоречие устраняется введением протяженной области фазовых переходов, расположенной между однофазными областями. В этом случае задача содержит две неизвестные подвижные границы, рассматриваемые как поверхности разрыва влажности.

Технология извлечения тепла земных недр предполагает добычу теплоносителя из подземного высокотемпературного резервуара. Понижение давления, вызванное действием добывающей скважины, может приводить к кипению воды и изменению структуры течения в призабойной области. Кроме того, фазовый переход вода — пар сопровождается поглощением значительного количества теплоты и снижением температуры теплоносителя. Для математического описания указанных процессов требуется совместное рассмотрение гидродинамических и тепловых аспектов с учетом фазовых переходов, которые имеют место либо в протяженной области, либо в узкой зоне, называемой фронтом кипения или испарения [1—8]. Использование в качестве искомым функций давления и температуры предполагает введение границ раздела областей с различным фазовым составом [5—8].

В [7] рассматривалась задача об извлечении пара из водонасыщенного пласта. Математическая модель этого процесса содержит неизвестную подвижную границу испарения, разделяющую области пара и воды, и представляет собой обобщение тепловой задачи Стефана, учитывающее влияние давления на температуру фазового перехода вода — пар.

Как показывают расчеты, приведенные в разд. 2, использование фронтового подхода приводит к тому, что найденная в процессе решения локальная температура в области жидкой фазы превышает температуру фазового перехода воды, вычисленную по распределению давления в этой области. В разд. 3 представлена математическая модель процесса, снимающая указанное противоречие.

1. Предположим, что гидротермальный резервуар представляет собой неподвижную и несжимаемую пористую среду, насыщенную либо водой, либо паром, либо их смесью. Для описания процессов тепло-массопереноса с равновесными фазовыми переходами воспользуемся системой законов сохранения масс, энергии, обобщенным законом Дарси [3], уравнениями состояния для воды и пара, уравнением кривой равновесия пар—вода [9], а также термодинамическими соотношениями

$$m \frac{\partial}{\partial t} S \rho_w + \operatorname{div} \rho_w \mathbf{v}_w = M$$

$$m \frac{\partial}{\partial t} (1 - S) \rho_v + \operatorname{div} \rho_v \mathbf{v}_v = -M$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho e)_m + \operatorname{div} (\rho_w h_w v_w + \rho_v h_v v_v) = \operatorname{div} (\lambda_m \operatorname{grad} T)$$

$$v_j = -\frac{k}{\mu_j} f_j(S) \operatorname{grad} P, \quad j = w, v$$

$$\rho_w = \rho_{w0} (1 + \alpha (P - P_0) - \beta (T - T_0))$$

$$P = \rho_v RT, \quad \lg P = A + \frac{B}{T}, \quad e_j = h_j - \frac{P}{\rho_j}$$

$$dh_w = C_w dT + \frac{1 - \beta T}{\rho_w} dP, \quad dh_v = C_v dT, \quad de_s = C_s dT$$

$$\lambda_m = m S \lambda_w + m (1 - S) \lambda_v + (1 - m) \lambda_s$$

$$(\rho e)_m = m S \rho_w e_w + m (1 - S) \rho_v e_v + (1 - m) \rho_s e_s$$

Здесь T — температура, P — давление, S — водонасыщенность, v — скорость фильтрации, M — интенсивность фазовых превращений, k — проницаемость, f — фазовая проницаемость, μ — вязкость, α — коэффициент сжимаемости воды, β — коэффициент теплового расширения воды, ρ — плотность, e — плотность внутренней энергии, h — плотность энтальпии, λ — коэффициент теплопроводности, m — пористость, C — теплоемкость, $A = 5.44$, $B = -2005.1$; индексы: w — вода, v — пар, s — скелет пористой среды, m — эффективное значение.

Система основных уравнений после тождественных преобразований приводится к системе трех уравнений относительно T , P и S [8]

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{P}{\rho_{w0} RT}\right) \frac{\partial S}{\partial t} + \left(\alpha S + \frac{1 - S}{\rho_{w0} RT}\right) \frac{\partial P}{\partial t} - \left(\beta S + P \frac{1 - S}{\rho_{w0} RT^2}\right) \frac{\partial T}{\partial t} + \\ & + \frac{k}{m} \left(\frac{\beta f_w}{\mu_w} + \frac{P f_v}{\mu_v \rho_{w0} RT^2}\right) \operatorname{grad} P \operatorname{grad} T - \frac{k}{m} \left(\alpha \frac{f_w}{\mu_w} + \frac{f_v}{\mu_v \rho_{w0} RT}\right) (\operatorname{grad} P)^2 - \\ & - \frac{k}{m} \left(\frac{1}{\mu_w} \frac{df_w}{dS} + \frac{1}{\mu_v} \frac{df_v}{dS} \frac{P}{\rho_{w0} RT}\right) \operatorname{grad} S \operatorname{grad} P = \frac{k}{m} \left(\frac{f_w}{\mu_w} + \frac{f_v P}{\mu_v \rho_{w0} RT}\right) \Delta P \\ & \left(\frac{(\rho C)_m}{m} - (1 - S) \frac{qP}{RT^2}\right) \frac{\partial T}{\partial t} + \left(S(1 - \beta T) + q \frac{1 - S}{RT} - 1\right) \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{qP}{RT} \frac{\partial S}{\partial t} + \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$+ \frac{k}{m} \left(\frac{f_v}{\mu_v} \frac{qP}{RT^2} - \frac{f_v}{\mu_v} \frac{PC_p}{RT} - \frac{f_w}{\mu_w} \rho_w C_w\right) \operatorname{grad} P \operatorname{grad} T -$$

$$- \frac{k}{m} \left(\frac{f_w}{\mu_w} (1 - \beta T) + \frac{f_v}{\mu_v} \frac{q}{RT}\right) (\operatorname{grad} P)^2 - \lambda_w \operatorname{grad} S \operatorname{grad} T -$$

$$- \frac{k}{m \mu_v} \frac{df_v}{dS} \frac{qP}{RT} \operatorname{grad} S \operatorname{grad} P = \frac{kq}{mR} \frac{f_v}{\mu_v} \frac{P}{T} \Delta P + \frac{\lambda_m}{m} \Delta T$$

$$\lg P = A + \frac{B}{T}$$

$$(\rho C)_m = m S_0 \rho_w C_w + m (1 - S_0) \rho_v C_v + (1 - m) \rho_s C_s, \quad q = h_v - h_w$$

Здесь q — удельная теплота фазового перехода.

Уравнения движения в однофазных областях, насыщенных паром или водой, можно получить из системы (1.1), формально полагая $S = 0$ или 1 соответственно. Уравнение термодинамического равновесия воды и пара при этом не рассматривается.

Формулировка задачи допускает существование фронтов фазовых переходов. Условия на таких поверхностях могут быть получены из законов сохранения массы H_2O и энергии на скачках функции водонасыщенности

$$[\rho(V_n - u_n)]_+^* = 0, [\rho h(V_n - u_n) - Q_n]_+^* = 0 \quad (1.2)$$

Здесь V — скорость скачка, u — скорость воды или пара, Q — кондуктивный тепловой поток; индексы: n — нормаль, плюс и минус — величины соответственно справа и слева от фронта.

Система граничных условий (1.2) должна быть дополнена термодинамическим соотношением, выражающим связь между давлением и температурой фазового перехода

$$\lg P_* = A + B/T_* \quad (1.3)$$

Индекс «звездочка» соответствует значениям величин на фронте.

2. Следуя [7], рассмотрим задачу о добыче пара из водонасыщенного гидротермального резервуара. Падение давления при отборе приводит к парообразованию и как следствие к понижению температуры резервуара, которое, как показывают оценки, может быть весьма значительным. При этом возникает подток тепла от окружающих пород, что является причиной интенсификации процесса испарения и образования значительных по размерам областей, заполненных паром.

Рассмотрим простейшую задачу об отборе теплоносителя от границы контакта гидротермального резервуара с окружающими породами. Такая ситуация возникает, например, при истечении теплоносителя в трещину между проницаемыми и непроницаемыми породами, отборе с поверхности проницаемого блока и т. д. [4].

Пусть полупространство $x < 0$ занимают непроницаемые породы, а полупространство $x > 0$ заполнено в начальный момент времени водой с температурой T_0 и давлением P_0 . Начальное давление P_0 должно удовлетворять термодинамическому условию существования воды $\lg P_0 > A + B/T_0$. Предположим, что на неподвижной стенке $x = 0$, соответствующей отбирающей скважине (системе скважин), давление упало до некоторого достаточно малого значения $P^0 < P_0$. Тогда от поверхности $x = 0$ вправо распространяется фронт кипения $x = X(t)$, разделяющий области пара и воды.

В области воды ($X(t) < x < \infty$) справедлива система уравнений (1.1) при $S = -1$. Движение пара в области $0 < x < X(t)$ описывается системой (1.1) при $S = 0$ (отсутствие воды). В области непроницаемых пород ($\infty < x < 0$) справедливо обычное уравнение теплопроводности.

Начальные и граничные условия

$$t = 0: X(0) = 0, x > 0: T = T_0, P = P_0, x < 0: T = T_0 \quad (2.1)$$

$$x = 0: P = P^0 (P^0 < P_0), (\lambda \text{ grad } T)_{n+} = (\lambda \text{ grad } T)_{n-}$$

Соотношения на подвижной поверхности раздела вода — пар следуют из (1.2) и при условии непрерывности давления и температуры имеют вид

$$m \left(1 - \frac{\rho_{v*}}{\rho_w} \right) V_n = \frac{k}{\mu_v} \frac{\rho_{v*}}{\rho_w} (\nabla P)_{n-} - \frac{k}{\mu_w} (\nabla P)_{n+} \quad (2.2)$$

$$m \rho_w q V_n = \lambda_+ (\nabla T)_{n+} - \lambda_- (\nabla T)_{n-} - \rho_w q \frac{k}{\mu_w} (\nabla P)_{n+}$$

Соотношения (2.2) вместе с (1.3) составляют полную систему условий на фронте кипения, разделяющем области пара и воды.

Рассмотрим решение задачи в линейном приближении, когда изменения давления и температуры невелики. Представим температуру и давление в виде

$T = T_0 + T'$, и $P = P^0 + P'$ в области за фронтом и $P = P_0 + P'$ в области перед фронтом.

Тогда система уравнений в областях пара ($j=L$) и воды ($j=R$) в линейном приближении приводится к виду

$$\frac{\partial P'}{\partial t} + \delta_j \frac{\partial T'}{\partial t} = \alpha_j \Delta P' \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \omega_j \frac{\partial P'}{\partial t} = a_j \Delta T', \quad j = L, R$$

$$\delta_L = -\frac{P^0}{T_0}, \quad \alpha_L = \frac{kP^0}{m\mu_v}, \quad \omega_L = -\frac{m}{(\rho C)_L}, \quad a_L = \frac{\lambda_L}{(\rho C)_L}$$

$$\lambda_L = \lambda_m (S=0) \quad (\rho C)_L = m\rho_v C_v + (1-m)\rho_s C_s$$

$$\delta_R = -\frac{\beta}{\alpha}, \quad \alpha_R = \frac{k}{\alpha m \mu_w}, \quad a_R = \frac{\lambda_R}{(\rho C)_R}, \quad \omega_R = \frac{m\beta T_0}{(\rho C)_R}$$

$$\lambda_R = m\lambda_w + (1-m)\lambda_s, \quad (\rho C)_R = m\rho_w C_w + (1-m)\rho_s C_s$$

Здесь для простоты положено $f_w(S) = S$, $f_v(S) = 1 - S$.

Охлаждение пластовой системы происходит за счет испарения воды. Легко оценить, что в этом случае изменение температуры будет составлять несколько десятков градусов Кельвина. Ограничимся рассмотрением пластов с давлением менее 100 атм. В левой части второго уравнения системы (2.3) отношение второго слагаемого к первому определяется величиной безразмерного параметра $P_0/(T_0(\rho C)_m) \approx 10^{-3}$. Пренебрегая малым членом, получаем, что система (2.3) расщепляется на два независимых уравнения для температуры и давления, причем распределение температуры удовлетворяет уравнению теплопроводности. Положим также для простоты, что коэффициенты теплопроводности непроницаемых и проницаемых пород совпадают. Следовательно, можно рассматривать единое уравнение, описывающее подток тепла от непроницаемых пород ($x < 0$) к области фазовых переходов. Таким образом, при $-\infty < x < X(t)$ имеем уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_L \Delta T \quad (2.4)$$

Если T_0, P^0 — постоянные величины, то задача автомодельна и имеет решение

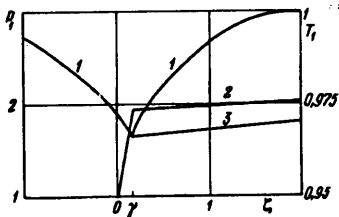
$$T = T(\xi), \quad P = P(\xi), \quad X(t) = \varphi t^{1/2}, \quad \xi = xt^{-1/2}$$

Распределение температуры в области $x < X(t)$ имеет вид

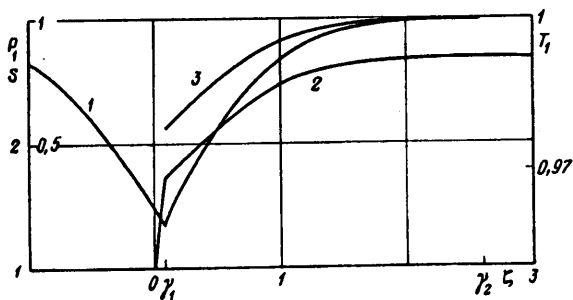
$$T = T_0 + (T_* - T_0) \frac{1 + \operatorname{erf}(\xi/2\sqrt{a_L})}{1 + \operatorname{erf}(\varphi/2\sqrt{a_L})} \quad (2.5)$$

Покажем, что давление в области пара может быть определено из первого уравнения системы (2.3). Отношение члена, стоящего в правой части этого уравнения, к каждому слагаемому в левой части определяется величиной безразмерного параметра $\kappa = kP^0 t_x / (m\mu_v L_x^2)$, где t_x и L_x — характерные масштабы времени и длины. Используя уравнение (2.2), можно оценить отношение t_x/L_x^2 и получить, что в рассматриваемом диапазоне параметров $\kappa \gg 1$. Следовательно, в первом приближении давление в области пара является линейной функцией

$$P = \frac{\xi}{\varphi} (P_* - P^0) + P^0 \quad (2.6)$$



Фиг. 1



Фиг. 2

В области перед фронтом, воспользовавшись малостью безразмерного параметра $m\beta P_0/(\rho C)_m$ имеем

$$T = T_0 + (T_* - T_0) \frac{\operatorname{erfc}(\xi/2\sqrt{a_R})}{\operatorname{erfc}(\varphi/2\sqrt{a_R})} \quad (2.7)$$

$$P = \frac{a_R \delta_R}{\kappa_R - a_R} (T_* - T_0) \frac{\operatorname{erfc}(\xi/2\sqrt{a_R})}{\operatorname{erfc}(\varphi/2\sqrt{a_R})} +$$

$$+ \left((P_* - P_0) - \frac{a_R \delta_R}{\kappa_R - a_R} (T_* - T_0) \right) \frac{\operatorname{erfc}(\xi/2\sqrt{a_R})}{\operatorname{erfc}(\varphi/2\sqrt{a_R})}$$

Подставляя решения (2.5)–(2.7) в условия (2.2) и используя (1.3), получаем систему трансцендентных уравнений относительно φ , T_* и P_* , которая решалась численно при следующих значениях параметров: $\rho_w = 800 \text{ кг/м}^3$, $\rho_s = 2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\lambda_w = 0,58 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, $\lambda_s = 2 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, $\lambda_v = 0,02 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, $C_w = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, $C_s = 0,9 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, $\alpha = 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$, $\beta = 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, $R = 461 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, $q = -1,85 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$, $\mu_w = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ Па}\cdot\text{с}$, $\mu_v = 1,72 \cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с}$.

На фиг. 1 приведены результаты расчетов при $T_0 = 500 \text{ К}$, $P_0 = 2,7 \cdot 10^6 \text{ Па}$, $k = 10^{-17} \text{ м}^2$, $m = 0,2$, $P^0 = 10^6 \text{ Па}$, $T_1 = T/T_0$ (кривая 1), $P_1 = P/P^0$ (кривая 2), $\zeta = \xi/2\sqrt{a_R}$, $\gamma = \varphi/2\sqrt{a_R}$. Численные эксперименты показывают, что при всех значениях параметров температура фазового перехода $T_f = T_f(P)$ (кривая 3) в области перед фронтом, определяемая по формуле (1.3), ниже температуры воды в этой области. Физически это соответствует перегреву жидкой фазы перед фронтом испарения. В основу математической модели положено предположение о равновесности фазового перехода. Следовательно, данная формулировка задачи содержит противоречие и не может быть использована для описания поведения гидротермальной системы.

3. Построим непротиворечивое теоретическое описание, устраняющее указанное противоречие. Для этого введем протяженную область фазовых переходов, расположенную между областями, насыщенными водой и паром. В этом случае существуют три области с различным фазовым составом, разделенные двумя подвижными границами: области пара ($0 < x < X_1(t)$), пароводяной смеси ($X_1(t) < x < X_2(t)$) и воды ($x > X_2(t)$). В промежуточной области пар и вода находятся в состоянии локального термодинамического равновесия.

Линеаризуем систему основных уравнений пароводяной смеси (1.1), представив искомые функции в виде

$$T = T_0 + T', \quad P = P_0 + P', \quad S = S_0 + S'$$

Тогда в линейном приближении имеем

$$\begin{aligned}
& \left(1 - \frac{P_0}{\rho_w RT_0}\right) \frac{\partial S'}{\partial t} + \left(\alpha S_0 + \frac{1 - S_0}{\rho_w RT_0}\right) \frac{\partial P'}{\partial t} - \\
& - \left(\beta S_0 + P_0 \frac{1 - S_0}{\rho_w RT_0^2}\right) \frac{\partial T'}{\partial t} = \frac{k\mu_v}{m} \left(\frac{\mu_w f_w(S_0)}{\mu_v} + \frac{f_v(S_0) P_0}{\rho_w RT_0}\right) \Delta P' \\
& \left(\frac{(\rho C)_m}{m} - (1 - S_0) \frac{q P_0}{RT_0^2}\right) \frac{\partial T'}{\partial t} + \left(S_0(1 - \beta T_0) + q \frac{1 - S_0}{RT_0} - 1\right) \frac{\partial P'}{\partial t} - \\
& - \frac{q P_0}{RT_0} \frac{\partial S'}{\partial t} = \frac{kq}{mR} \frac{f_v}{\mu_v} \frac{P_0}{T_0} \Delta P' + \frac{\lambda_m}{m} \Delta T' \\
& \frac{P'}{P_0} = F_0 \frac{T'}{T_0}, \quad F_0 = -2,3 \frac{B}{T_0}
\end{aligned} \tag{3.1}$$

$$(\rho C)_m = m S_0 \rho_w C_w + m(1 - S_0) \rho_v C_v + (1 - m) \rho_s C_s$$

В системе (3.1) возмущение функции водонасыщенности содержится только под знаком временной производной. Исключая эти производные и функцию давления, получаем эффективное уравнение теплопроводности с коэффициентами, зависящими от начальных значений и параметров физической системы

$$(\rho C)_m \frac{\partial T'}{\partial t} = \lambda_m \Delta T' \tag{3.2}$$

$$(\rho C)_m = R_1 + R_2, \quad \lambda_m = R_3 \frac{q \rho_{v0}}{\varepsilon} + R_4$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_{v0}}{\rho_w}, \quad R_1 = S_0(\beta T_0 - \alpha F_0 P_0) + (1 - S_0)(1 - F_0) \frac{\rho_{v0}}{\rho_w}$$

$$R_2 = T_0 \frac{(\rho C)_m}{m} + (1 - S_0) q \rho_{v0} + P_0 F_0 \left(S_0(1 - \beta T_0) + \frac{q(1 - S_0)}{RT_0} - 1 \right)$$

$$R_3 = \frac{k P_0 T_0}{m} \left(\frac{S_0}{\mu_w} + \frac{1 - S_0}{\mu_v} \frac{\rho_{v0}}{\rho_w} \right)$$

$$R_4 = \frac{kq}{m \mu_v} (1 - S_0) P_0 F_0 \rho_{v0} + \lambda_m \frac{T_0}{m}$$

Для определения функции S' преобразуем систему (3.1), исключая пространственные производные и давление. В результате получаем уравнение, содержащее только временные производные

$$\frac{\partial S'}{\partial t} = \frac{\sigma}{T_0} \frac{\partial T'}{\partial t}, \quad \sigma = \frac{R_2 R_3 + R_1 R_4}{\varepsilon_0 R_4 + q R_3 \rho_{v0}} \tag{3.3}$$

В однофазных областях имеет место система (2.3). Условия на задней движущейся границе, разделяющей области пара и смеси, имеют вид

$$m S_+ \left(1 - \frac{\rho_{v*}}{\rho_w}\right) V_{in} = \frac{k}{\mu_v} \frac{\rho_{v*}}{\rho_w} (\nabla P)_{n-} - k \left(\frac{f_w}{\mu_w} - \frac{\rho_{v*} f_v}{\rho_w \mu_v}\right) (\nabla P)_{n+} \tag{3.4}$$

$$m S_+ \rho_v q V_{in} = \lambda_+ (\nabla T)_{n+} - \lambda_- (\nabla T)_{n-} + kq \frac{\rho_v}{\mu_v} (f_v (\nabla P)_{n+} - (\nabla P)_{n-})$$

Здесь функция водонасыщенности претерпевает скачок от искомого значения S_+ до значения $S_- = 0$ в области пара. На передней границе $x = X_2(t)$, разделяющей области воды и пароводяной смеси, полагается непрерывность функции водона-

сыщенности $S_+ = S_- = 1$, что позволяет снять термодинамическое противоречие (перегрев) в области жидкой фазы. В этом случае соотношения на скачке вырождаются и имеют вид

$$(\nabla T)_{n+} = (\nabla T)_{n-}, \quad (\nabla P)_{n+} = (\nabla P)_{n-} \quad (3.5)$$

Здесь движущаяся поверхность разделяет области воды и смеси пар—вода, но на ней самой кипение не происходит. В этом случае линеаризация системы может быть произведена около значения $S_0 = 1$.

Сформулированная задача также имеет авторемодельное решение вида

$$T = T(\xi), \quad P = P(\xi), \quad S = S(\xi), \quad X_j(t) = \varphi_j t^{1/2}, \quad \xi = xt^{-1/2}, \quad j = 1, 2$$

В области пароводяной смеси ($X_1(t) < x < X_2(t)$) распределение температуры удовлетворяет уравнению (3.2) и имеет вид

$$T = T^* + (T_* - T^*) \frac{\operatorname{erf}(\xi/2\sqrt{a_m}) - \operatorname{erf}(\varphi_1/2\sqrt{a_m})}{\operatorname{erf}(\varphi_2/2\sqrt{a_m}) - \operatorname{erf}(\varphi_1/2\sqrt{a_m})} \quad (3.6)$$

$$a_m = \lambda_m / (\rho C)_m$$

Значение давления в области смеси находится из последнего уравнения системы (3.1), а распределение насыщенности — из уравнения (3.3), решение которого имеет вид

$$S = 1 + \sigma \left(\frac{T}{T_0} - \frac{T_*}{T_0} \right) \quad (3.7)$$

Искомая величина S_+ на задней границе выражается, согласно (3.7), через значения T_* и T^*

$$S_+ = 1 + \sigma \left(\frac{T^*}{T_0} - \frac{T_*}{T_0} \right) \quad (3.8)$$

В однофазных областях давление и температура находятся из соотношений (2.5)—(2.7), с той лишь разницей, что в (2.5) и (2.6) индекс «звездочка» стоит сверху, что соответствует задней границе.

Полученные точные решения (2.5), (2.6), (3.6) и (3.8) линейной задачи подставляем в условия (3.4) и (3.5) на неизвестных подвижных границах и получаем систему четырех трансцендентных уравнений относительно неизвестных φ_1 , φ_2 , T^* , T_* , которая решалась численно при прежних значениях параметров, начальных и граничных условиях. Результаты расчетов представлены на фиг. 2. Здесь кривая 3 представляет собой функцию водонасыщенности.

Согласно предложенной схеме решения, фазовые переходы вода—пар имеют место как в протяженной области, так и в узкой зоне — заднем фронте, разделяющем области пара и пароводяной смеси. Значение функции водонасыщенности в области смеси изменяется от $S = 1$ до значения на фронте справа $S = S_+$. Что касается передней границы, то ее можно было бы назвать фронтом начала кипения, так как на ней водонасыщенность равна единице и фазовые переходы не имеют места.

Следует отметить, что скорость передней границы более чем на порядок превосходит скорость границы полного испарения и удаление последней от неподвижной стенки незначительно. Однако рассмотрение местоположения границы раздела областей пара и смеси имеет принципиальное значение, так как на этой границе имеет место выпадение растворенных в воде солей в осадок, что может приводить к закупорке пласта и прекращению движения теплоносителя.

Автор выражает благодарность А. А. Бармину и А. Г. Куликовскому за полезные обсуждения и ценные замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93—013—17622).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Brownell D. H., Garg S. K., Pritchett J. W.* Governing equations for geotherman reservoirs//*Water Resour. Res.* 1977. V. 13. № 6. P. 929—934.
2. *Faust C. R., Mercer J. W.* Geothermal reservoir simulation. 1. Mathematical models for liquid- and vapor-dominated hydrothermal systems//*Water Resour. Res.* 1979. V. 15. № 1. P. 23—30.
3. *O'Sullivan M. J.* Geothermal reservoir simulation//*Int. J. Energy Res.* 1985. V. 9. № 3. P. 319—332.
4. *Grant M. A.* Geothermal reservoir modeling//*Geothermics.* 1983. V. 12. № 4. P. 251—263.
5. *Garg S. K., Pritchett J. W.* Pressure interference data analysis for two-phase (Water/Steam) geotherman reservoirs//*Water Resour. Res.* 1988. V. 24. № 6. P. 843—852.
6. *Pruess K., Calore C., Celati R., Wu Y. S.* An analytical solution for heat transfer at a boiling front moving throught a porous medium//*Int. J. Heat and Mass Transfer.* 1987. V. 30. № 12. P. 2596—2602.
7. *Веригин Н. Н., Голубев В. С.* О генерировании пара в подземных пластах-коллекторах//*Докл. АН СССР.* 1975. Т. 223. № 6. С. 1355—1358.
8. *Максимов А. М., Цыпкин Г. Г.* К постановке задач с движущимися границами фазовых переходов в гидротермальных пластах//*ПМТФ.* 1991. № 5. С. 98—102.
9. *Вукалович М. П.* Термодинамические свойства воды и водяного пара. М.: Машгиз, 1955. 92 с.

Москва

Поступила в редакцию
19.1.1994