

УДК 532.54.011

© 1994 г. В. Н. ВАСИЛЬЕВ

БЕЗОТРЫВНОЕ ОБТЕКАНИЕ ПЛАСТИНЫ В КАНАЛЕ ОДНОРОДНЫМ ВИХРЕВЫМ ПОТОКОМ

Аналитически решена плоская задача об обтекании пластины в канале с параллельными стенками однородным вихревым потоком идеальной несжимаемой жидкости. Установлено, что существует единственное расположение пластины, когда она со стороны вихревого потока испытывает такую же подъемную силу, что и со стороны потенциального потока. В безграничном вихревом потоке последнее утверждение справедливо при равенстве ординат середины пластины и бесконечно удаленной точки, где задана характерная скорость набегающего потока.

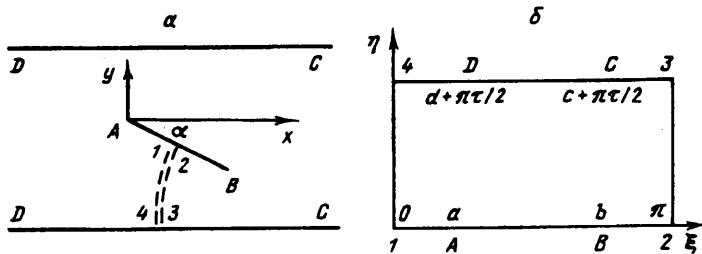
Исследованию геометрии течения и гидродинамического воздействия на препятствия со стороны идеальной несжимаемой жидкости с постоянной за-вихренностью посвящен ряд работ [1—8]. В [1, 3] рассматриваются задачи определения подъемной силы, действующей на контур в плоском однородном завихренном потоке. В [3—7] исследуется геометрия течения однородного вихревого потока, обтекающего различные выступы и траншеи на твердой стенке. Возможность появления циркуляционных зон на твердой стенке впереди пластины при ее обтекании с отрывом нулевой линии тока по схеме Кирхгофа показана в [2]. Наиболее полное математическое исследование геометрии течения однородного вихревого потока вблизи выступов и траншей на твердой стенке дано в [4, 5]. В [6] аналитически получено, что вблизи пластины в безграничном однородном вихревом потоке могут образоваться четыре типа циркуляционных зон. Численному моделированию циркуляционных зон по схеме Лаврентьева в траншеях на твердой стенке посвящена работа [7]. В [8] изучается влияние однородного вихревого потока на геометрию течения и подъемную силу круглого цилиндра вблизи твердого экрана.

В названных выше работах характерная скорость набегающего вихревого потока задана в бесконечно удаленной точке твердой стенки [2, 4—7] или в какой-либо точке обтекаемого контура [1, 3, 8].

1. **Нахождение конформно-отображающей функции.** Пусть однородный вихревой поток гор $v = \Omega k$ идеальной несжимаемой жидкости, где k — нормальный к плоскости течения единичный вектор, обтекает пластину длины l в канале с параллельными стенками ширины H . Пластина наклонена к оси x под углом $\alpha = -\pi/4$, а ее передняя кромка удалена от верхней стенки на расстояние y_0 бесконечно удаленной точке, где задана характерная скорость v_∞ набегающего потока.

Решение задачи строится в параметрическом виде на каноническом прямоугольнике (фиг. 1, б) со сторонами π и $\pi/4$. Для этого физическая область течения конформно отображается через разрез 1—2—3—4 на данный прямоугольник при помощи функции $z = z(\zeta)$, производная которой имеет вид

$$\frac{dz}{d\zeta} = Ne^{-i\pi\zeta} \frac{\vartheta_1(\zeta - a)\vartheta_1(\zeta - b)}{\vartheta_4(\zeta - c)\vartheta_4(\zeta - d)} \quad (1.1)$$



Фиг. 1

где N — действительная постоянная, определяемая из условия задания ширины канала

$$N = \frac{H}{\pi} \frac{\vartheta_1'(0) \vartheta_1(d-c)}{\vartheta_4(d-a) \vartheta_4(d-b)} \quad (1.2)$$

Поскольку мнимая часть функции (1.1) на верхнем основании прямоугольника равна нулю, то $a+b = \pi x + c+d$ и в силу произвола выбора разреза можно принять $c = \pi - d$. Условие аналитичности функции $z = z(\zeta)$ на прямоугольнике и длина пластины даются соотношениями

$$\frac{\vartheta_4(d-a) \vartheta_4(d-b)}{\vartheta_4(d+a) \vartheta_4(d+b)} = 1, \quad l = N \int_a^b \frac{\vartheta_1(t-a) \vartheta_1(t-b)}{\vartheta_4(t-c) \vartheta_4(t-d)} dt. \quad (1.3)$$

Условие задания удаления передней кромки пластины от верхней стенки канала можно представить в виде

$$h - H = \operatorname{Im} \{z(\pi t/2)\} \quad (1.4)$$

Параметры конформного отображения a, d и $q = \exp(-\pi t)$ определяются из системы нелинейных уравнений (1.3) и (1.4), явное применение которых в числовых расчетах малоэффективно. Получим для функции (1.1) другое выражение, удобное при числовых расчетах. Поскольку функция (1.1) имеет простые полюсы в точках $c + \pi t/2$ и $d + \pi t/2$, то ее можно искать в виде [9]

$$\begin{aligned} \frac{dz}{d\zeta} &= \frac{H}{\pi} \frac{\vartheta_1'(0)}{\vartheta_1(\pi x)} \left[\frac{\vartheta_1(\zeta - c - \pi x - \pi t/2)}{\vartheta_1(\zeta - c - \pi t/2)} - \frac{\vartheta_1(\zeta - d - \pi x - \pi t/2)}{\vartheta_1(\zeta - d - \pi t/2)} \right] = \\ &= -8 \frac{H}{\pi} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos 2n\zeta + \sum_{n=1}^{\infty} A_n B_n \{ \sin [n(2\zeta - \pi t) - \pi x] - \right. \\ &\quad \left. - q^{2n} \sin [n(2\zeta - \pi t) + \pi x] \} \right\} \quad (1.5) \end{aligned}$$

$$A_n = \frac{q^n \sin 2nd}{1 - q^{2n}}, \quad B_n = \frac{2q^n \sin \pi x}{1 - 2q^n \cos 2\pi x + q^{4n}}$$

С учетом (1.5) условия (1.3) и (1.4) примут вид

$$d = \frac{\pi h}{2H} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n D_n \{ \sin (2na - \pi x) - q^{2n} \sin (2na + \pi x) \}$$

$$l = 4 \frac{H}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} B_n D_n \sin [n(2a - \pi x)] \{ \cos ((n-1)\pi x - q^{2n} \cos (n+1)\pi x) \} \quad (1.6)$$

$$D_n = \frac{\sin 2nd}{n}$$

В случае, когда $\pi x = 0$, последние формулы упрощаются [10]

$$d = \frac{\pi h}{2H}, \quad \frac{\pi l}{2H} = \ln \frac{\vartheta_4(d-a)}{\vartheta_4(d+a)}$$

2. Построение обобщенного комплексного потенциала. Согласно [4] обобщенный комплексный потенциал потока ищем в виде $W = \Phi + i\Psi$, где $\Psi = \psi + \Omega(y - y_0)^2/2$, ψ — функция тока, Ω — интенсивность однородного вихревого потока. Поскольку функции Φ и Ψ — сопряженно-гармонические, то функция $dW/d\xi$ аналитична всюду на прямоугольнике со сторонами π и $\pi|\tau|/2$, за исключением точек $\xi = d + \pi\tau/2$ и $\xi = c + \pi\tau/2$, где она имеет простые полюса. Последнее утверждение становится очевидным, если рассмотреть обобщенную комплексно-сопряженную скорость

$$F(\xi) = \frac{dW}{dz} = u - iv = v_x + \Omega(y - y_0) - iv_y = \frac{dW}{d\xi} \frac{d\xi}{dz} \quad (2.1)$$

которая в данных точках ограничена.

Нетрудно восстановить функцию $dW/d\xi$ по ее известной мнимой части

$$\operatorname{Im} \frac{dW}{d\xi} = 0, \quad \xi \in (0, \pi), \quad \eta = \frac{\pi|\tau|}{2}; \quad \operatorname{Im} \frac{dW}{d\xi} = \Omega [y(\xi) - y_0] \frac{dy}{d\xi},$$

$$\xi \in (0, \pi), \quad \eta = 0$$

Решение данной задачи Шварца для прямоугольника дается формулой

$$\begin{aligned} \frac{dW}{d\xi} &= \frac{H}{\pi} (v_\infty + \Omega y_0) \left[\frac{\vartheta_4'}{\vartheta_4} (\xi - d) - \frac{\vartheta_4'}{\vartheta_4} (\xi - c) + \frac{\vartheta_4'}{\vartheta_4} (b - c) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\vartheta_4'}{\vartheta_4} (b - d) \right] - \Omega y_0 \frac{dz}{d\xi} + \frac{\Omega}{\pi} \int_0^\pi y(t) \frac{dy}{dt} \left[\frac{\vartheta_1'}{\vartheta_1} (t - \xi) - \frac{\vartheta_1'}{\vartheta_1} (t - b) \right] dt \end{aligned} \quad (2.2)$$

Интеграл в (2.2) можно вычислить в явном виде, но в силу громоздкости получаемого выражения его значение не приводится.

Из (2.2) при $\xi = \xi \in (0, \pi)$ нетрудно получить распределение скорости потока вдоль наклонной пластины

$$v_x(\xi) - iv_y(\xi) = \left[\varphi(\xi) - \Omega y(\xi) \frac{dx}{d\xi} \right] \frac{d\xi}{dz} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\xi} &= -4 \frac{H}{\pi} \operatorname{ctg} \pi x \sum_{n=1}^{\infty} n B_n C_n \{ \cos(2n\xi - \pi x) - q^{2n} \cos(2n\xi + \pi x) \} \\ \varphi(\xi) &= \frac{H}{\pi} (v_\infty + \Omega y_0) \left[\frac{\vartheta_4'}{\vartheta_4} (\xi - d) - \frac{\vartheta_4'}{\vartheta_4} (\xi - c) + \frac{\vartheta_4'}{\vartheta_4} (b - c) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\vartheta_4'}{\vartheta_4} (b - d) \right] + \frac{\Omega}{\pi} \int_0^\pi y(t) \frac{dy}{dt} \left[\frac{\vartheta_1'}{\vartheta_1} (t - \xi) - \frac{\vartheta_1'}{\vartheta_1} (t - b) \right] dt \end{aligned} \quad (2.4)$$

3. Вычисление главного вектора сил давления потока на пластину в канале. Поскольку для однородного вихревого потока справедливо уравнение Бернуlli [11] вдоль линий тока, то для главного вектора сил давления потока имеем выражение

$$\bar{R} = X - iY = i \frac{\rho}{2} \int_0^\pi \bar{v}^2(\xi) \frac{dz}{d\xi} d\xi$$

или с учетом (2.3) получаем

$$\bar{R} = \frac{i\rho e^{\pi x}}{2N} \left\{ \int_0^\pi \varphi^2(\xi) \frac{\vartheta_4(\xi - c)\vartheta_4(\xi - d)}{\vartheta_1(\xi - a)\vartheta_1(\xi - b)} d\xi - 2N \cos \pi x \int_0^\pi \varphi(\xi) y(\xi) d\xi \right\} \quad (3.1)$$

Нетрудно проверить, что первый интеграл, взятый по любому замкнутому контуру L , охватывающему точки $\zeta = c + \pi t/2$ и $\zeta = d + \pi t/2$, равен нулю. Деформируя контур L до границы прямоугольника со сторонами π и $\pi|t|$, находим:

$$\begin{aligned} & \int_0^\pi \varphi^2(\xi) \frac{\vartheta_4(\xi - c)\vartheta_4(\xi - d)}{\vartheta_1'(\xi - a)\vartheta_1(\xi - b)} d\xi = \\ & = \pi \operatorname{ctg} \pi x \varphi^2(a) \frac{\vartheta_4'(a - c)\vartheta_4(a - d)}{\vartheta_1'(0)\vartheta_1(a - b)} + 2N \cos \pi x \int_0^\pi \varphi(\xi) y(\xi) d\xi \end{aligned}$$

Следовательно, главный вектор сил давления потока на пластину примет вид

$$\bar{R} = \frac{i\rho e^{i\pi x}}{2N} \frac{\pi^2}{H} \operatorname{ctg} \pi x \frac{\vartheta_4^2(d - a)\vartheta_4(d - b)\vartheta_4(a - c)}{\vartheta_1^2(0)\vartheta_1(d - c)\vartheta_1(a - b)} \varphi^2(a) \quad (3.2)$$

$$\varphi(\xi) = v_\infty \frac{H}{\pi} f(\xi)$$

$$f(\xi) = 8 \left(1 + \varepsilon \frac{y_0}{l} \right) [\mu_1(b) - \mu_1(\xi)] + \varepsilon \frac{8H}{\pi l} [\gamma(\xi) - \gamma(b)] \quad (3.3)$$

$$\gamma(\xi) = v_1(a)v_2(\xi) - v_1(\xi)v_3(\xi) + \mu_2(\xi) - \mu_3(\xi)$$

$$\mu_1(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos 2n\xi, \quad v_1(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n D_n S_n(\xi),$$

$$v_2(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + q^{2n}}{q^n} A_n B_n S_n(\xi)$$

$$v_3(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} n B_n D_n S_n(\xi), \quad S_n(\xi) = \sin(2n\xi - \pi x) - q^{2n} \sin(2n\xi + \pi x)$$

$$\mu_2(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} n B_n B_k D_n D_k \frac{q^{2n+2k}}{1 - q^{2n+2k}} P_{nk}(\xi)$$

$$\begin{aligned} P_{nk}(\xi) = & \cos[2(k+n)\xi - 2\pi x] - (q^{2n} + q^{2k}) \cos 2(k+n)\xi + \\ & + q^{2n+2k} \cos[2(k+n)\xi + 2\pi x] \end{aligned}$$

$$\mu_3(\xi) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_n B_k D_k q^{2n} \sin 2(n+k)d}{(n+k) D_n (1 - 2q^{2n+2k} \cos 2\pi x + q^{4n+4k})} Q_{nk}(\xi)$$

$$Q_{nk}(\xi) = (1 + q^{2n+4k}) \cos 2n\xi - q^{2k} \cos(2n\xi - 2\pi x) - q^{2n+2k} \cos(2n\xi + 2\pi x)$$

Здесь $\varepsilon = \Omega l / v_\infty$ — безразмерный параметр завихренности потока. Коэффициент подъемной силы $C_y = 2Y/\rho l v_\infty$ примет вид

$$C_y = \frac{H}{l} \cos \pi x \operatorname{ctg} \pi x \frac{\vartheta_4^2(d - a)\vartheta_4(d - b)\vartheta_4(a - c)}{\vartheta_1^2(0)\vartheta_1(d - c)\vartheta_1(a - b)} f^2(a) \quad (3.4)$$

Отметим, что при

$$y_0 = -4 \frac{H}{\pi} \sin^2 \pi x \frac{\gamma(a) - \gamma(b)}{\mu_1(b) - \mu_1(a)} \quad (3.5)$$

коэффициент подъемной силы не зависит от параметра ε завихренности потока, т. е. он совпадает с соответствующим выражением в задаче обтекания пластины в канале потенциальным потоком. Таким образом, при решении задач об обтекании

h'	l'				
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$\alpha = 30^\circ$					
0,1	-0,2733	-0,2870	-0,2951	-0,2997	-0,3018
0,2	-0,2614	-0,2692	-0,2742	-0,2768	-0,2777
0,3	-0,2560	-0,2599	-0,2618	-0,2621	-0,2609
0,4	-0,2523	-0,2531	-0,2523	-0,2500	-0,2464
0,5	-0,2492	-0,2469	-0,2431	-0,2379	-0,2312
0,6	-0,2459	-0,2401	-0,2326	-0,2232	-0,2118
0,7	-0,2417	-0,2308	-0,2172	-0,2003	-0,1784
0,8	-0,2341	-0,2130	-0,1849	—	—
0,9	-0,2105	—	—	—	—
$\alpha = 60^\circ$					
0,1	-0,4943	-0,5232	-0,5366	-0,5402	-0,5363
0,2	-0,4638	-0,4802	-0,4864	-0,4844	-0,4749
0,3	-0,4488	-0,4551	-0,4531	-0,4433	-0,4249
0,4	-0,4383	-0,4355	-0,4245	-0,4045	-0,3730
0,5	-0,4290	-0,4165	-0,3941	-0,3587	-0,3024
0,6	-0,4188	-0,3935	-0,3531	-0,2861	—
0,7	-0,4047	-0,3577	-0,2743	—	—
0,8	-0,3778	-0,2662	—	—	—
0,9	-0,2615	—	—	—	—

препятствий однородным вихревым потоком необходимо знать не только параметр завихренности ε , но и скорость набегающего потока в какой-либо точке $y = y_0$ на бесконечности. При этом для заданных значений параметров геометрии твердых границ существует единственная точка отсчета, относительно которой однородный вихревой поток не оказывает влияние на подъемную силу пластины. Значения ординат этих точек при $\alpha = 30$ и 60° приведены в таблице.

Совершая в (3.4) предельный переход при $q \rightarrow 0$ находим коэффициент подъемной силы пластины в безграничном однородном вихревом потоке

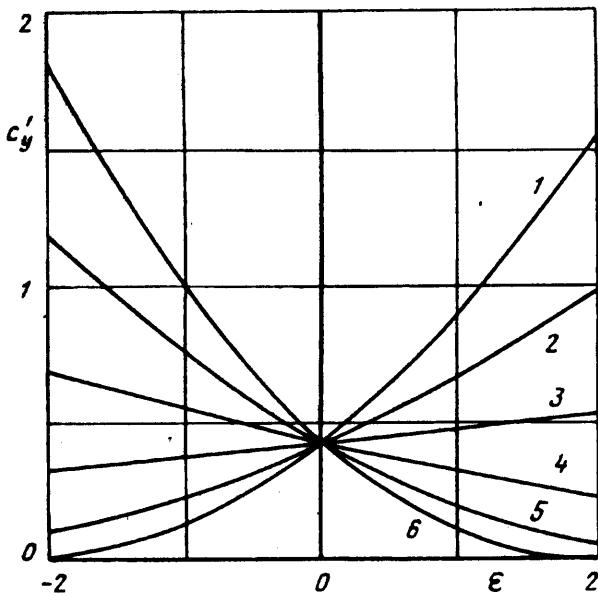
$$C_y = \pi \sin 2\pi x \cos \pi x \left(1 + \varepsilon \frac{y_0}{l} + \frac{\varepsilon}{2} \sin \pi x \right)^2 \quad (3.6)$$

который при $y_0 = -l/2 \sin \pi x$ получен в [6].

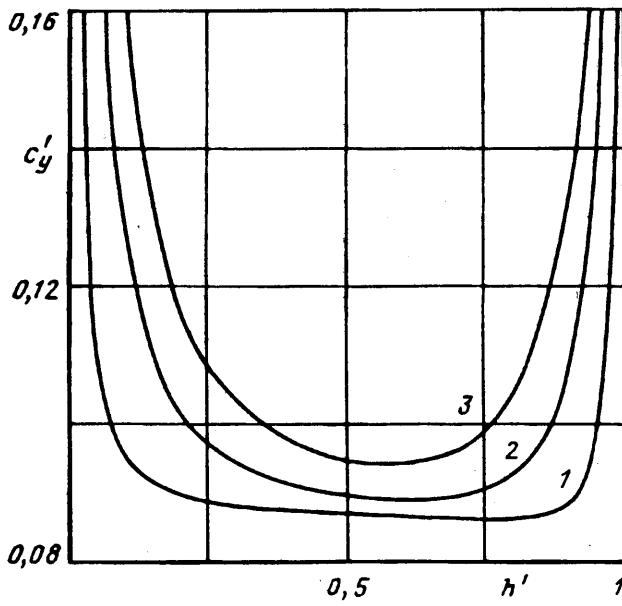
Числовые результаты влияния завихренности потока на коэффициент подъемной силы $C'_y = C_y/(2\pi)$ в канале при $l' = l/H = 0,1; h' = h/H = 0,2$ и $\alpha = 30^\circ$ представлены на фиг. 2. Кривым 1—6 соответствуют значения $y_0/l = 0,2; 0; -0,3; -0,4; -0,6; -0,8$.

Зависимость C'_y от удаления передней кромки пластины от верхней стенки канала для $\alpha = 5^\circ$ в потенциальном потоке приведена на фиг. 3, где кривые 1—3 соответствуют $l' = 0,1; 0,3; 0,5$. Такая же зависимость в рамках линейной теории получена в [10].

4. Пластина в однородном вихревом потоке, ограниченном плоским дном. Пусть $H, h \rightarrow \infty$, при этом $h' \rightarrow 1$. Обозначим через $h_i = H - h$ высоту удаления передней кромки пластины от плоского дна. Тогда система уравнений для определения параметров конформного отображения примет вид



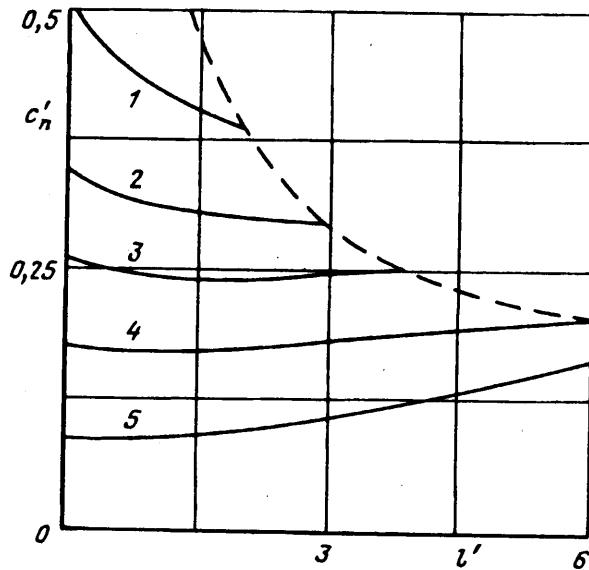
Фиг. 2



Фиг. 3

$$N = -\frac{h_1 \vartheta_1^2(0)}{2\vartheta_3(a)\vartheta_3(b)}, \quad \frac{\vartheta_3'}{\vartheta_3}(a) + \frac{\vartheta_3'}{\vartheta_3}(b) = 0, \quad c = d = \frac{\pi}{2} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{l}{h_1} &= 4 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} B_n [\sin 2na \operatorname{ctg} \pi x - \cos 2na] \times \\ &\times [\cos(n-1)\pi x - q^{2n} \cos(n+1)\pi x] \end{aligned}$$



Фиг. 4

Для коэффициента подъемной силы имеем

$$C_y = \pi \frac{h_1}{l} \cos \pi x \operatorname{ctg} \pi x \frac{\vartheta_3^3(a) \vartheta_3(b)}{\vartheta_1^3(0) \vartheta_1(a-b)} f^2(a) \quad (4.2)$$

$$f(\xi) = 8 \left(1 + \varepsilon \frac{y_0}{l} \right) [\mu_1(b) - \mu_1(\xi)] + 8\varepsilon \frac{h_1}{l} [\gamma(\xi) - \gamma(b)]$$

$$\gamma(\xi) = v_1(a) v_2(\xi) - v_1(\xi) v_3(\xi) + \mu_2(\xi) - \mu_3(\xi)$$

$$\mu_1(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{A_n}{D_n} \cos 2n\xi, \quad v_1(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} B_n S_n(\xi)$$

$$v_2(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n \frac{1 + q^{2n}}{1 - q^{2n}} B_n S_n(\xi), \quad v_3(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n B_n S_n(\xi)$$

$$\mu_2(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{B_n B_k n (-1)^{n+1} q^{2n+2k}}{(1 - q^{2n+2k})} P_{nk}(\xi)$$

$$\mu_3(\xi) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{B_k (-1)^k n q^{3n+k}}{(1 - 2q^{2n+2k} \cos 2\pi x + q^{4n+4k})(1 - q^{2n})} Q_{nk}(\xi)$$

При $\varepsilon = 0$ из (4.2) нетрудно получить коэффициент подъемной силы пластины вблизи плоского дна в потенциальном потоке [12]

$$C_y = \pi \frac{h_1}{4l} \cos \pi x \operatorname{ctg} \pi x \frac{\vartheta_3^3(a) \vartheta_3(b)}{\vartheta_1^3(0)} \left[\frac{d}{da} \left\{ \frac{\vartheta_3'}{\vartheta_3}(a) \right\} - \frac{d}{da} \left\{ \frac{\vartheta_3'}{\vartheta_3}(b) \right\} \right]^2 \quad (4.3)$$

Получены числовые результаты влияния завихренности ε потока на коэффициент подъемной силы пластины вблизи твердого дна в зависимости от $l' = l/h_1$ и α . Здесь ограничимся приведением зависимостей нормального коэффициента $C'_n = C_n/(2\pi)$ в потенциальном потоке от отнесенной высоты l' при $\alpha = 30, 20, 15, 10, 5^\circ$ (фиг. 4, кривые 1—5 соответственно).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Друкер И. Г. Подъемная сила, действующая на контур в плоском однородном завихренном потоке несжимаемой идеальной жидкости//ПМТФ. 1966. № 2. С. 109—113.
2. Masaru Kiya, Mikio Arie. A free-streamline theory for bluff bodies attached to a plane wall//J. Fluid Mech. 1972. V. 56. № 2. P. 201—219.
3. Вильховченко С. Д. Гидродинамическое воздействие на контур со стороны потока идеальной несжимаемой жидкости с постоянной завихренностью//Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 1. С. 52—58.
4. Васильев В. Н. Обтекание выступов и траншей на твердом дне завихренным потоком//Динамика сплошной среды с границами раздела. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1982. С. 40—45.
5. Васильев В. Н., Терентьев А. Г. Течение однородно завихренной жидкости вдоль твердой границы//Струйные течения жидкостей и газов. Ч. 2. Новополоцк, 1982. С. 92—97.
6. Васильев В. Н. Обтекание пластины потоком постоянной завихренности//Гидродинамика ограниченных потоков. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1988. С. 18—24.
7. Афанасьев К. Е., Боженкова С. В. Нахождение зоны вихревого течения методом конечных элементов по заданной циркуляции//Актуальные задачи гидродинам. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1989. С. 10—15.
8. Васильев В. Н. Обтекание цилиндра вблизи твердой стенки однородным вихревым потоком. Чебоксары: Чуваш. ун-т. Деп. в ВИНТИ № 2516 — В92. 1992. 11 с.
9. Уштакер Э. Т., Ватсон Дж. Н. Курс современного анализа. Т. 2. Трансцендентные функции. М.: Физматгиз, 1963. 515 с.
10. Галанин А. В., Терентьев А. Г. Влияние границ потока на гидродинамические характеристики тонкого профиля//Вопросы прикладной математики и механики. Вып. 3. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1974. С. 40—65.
11. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. М.: Наука, 1977. 407 с.
12. Галанин А. В., Кузнецов Ю. В., Родионов А. Т. Обтекание пластины потоком невесомой жидкости конечной глубины//Исследование по краевым задачам и их приложениям. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1987. С. 33—43.

Чебоксары

Поступила в редакцию
14.VII. 1993