

УДК 532.528.013.13

© 1994 г. Э. Л. АМРОМИН, А. В. ВАСИЛЬЕВ

## ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПОДЪЕМНОЙ СИЛЫ ПРИ ЧАСТИЧНОЙ КАВИТАЦИИ

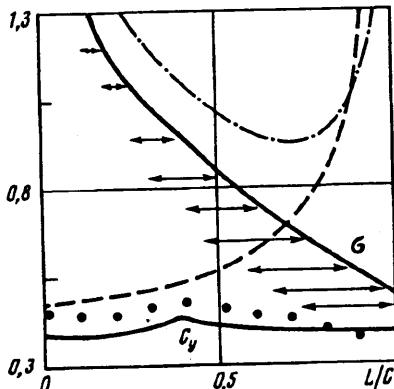
Постулированы новые способы вычисления циркуляции скорости вокруг профилей с частичными кавернами: один — для коротких, другой — для длинных. Приведены сопоставления использующих эти способы расчетов с известными измерениями. Полученные расчетные зависимости не имеют участков неограниченного роста подъемной силы и числа кавитации при приближении конца каверны к выходящей кромке профиля.

Расчеты частичной кавитации крыльев, лопастей гидромашин и других подобных тел традиционно производятся методами механики идеальной жидкости. При выполнении таких расчетов в рамках одной схемы течения не удавалось достичь удовлетворительных результатов как для размеров каверн, так и для подъемной силы. Для замкнутых схем кавитации расчетные значения коэффициента подъемной силы  $C_y$  и числа кавитации  $\sigma$  неограниченно возрастали при приближении длины каверны  $L$  к хорде профиля  $C$ , т. е. конца каверны к его задней кромке (см. штрихпунктирные и штриховые кривые на фиг. 1, 2; эти расчеты относятся к использованному в опытах [1] 8%-ному профилю). Экспериментальные же значения этих величин (точки — для  $C_y$ , стрелки, размер которых указывает размах пульсаций длины каверны, — для  $L$ ) убывают при  $L \rightarrow C$ .

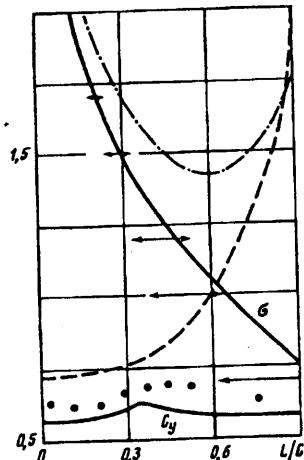
Авторы произвели расчеты с использованием обобщенной схемы Рябушинского, при замыкании каверны на перпендикулярный хорде отрезок и с помощью одной из модификаций метода А. Н. Иванова [2]. Аналогичные зависимости были представлены в [1], а задолго до того получены [3] с помощью линейной теории. Для открытых схем, как отмечено и в [1], нет такого роста  $\sigma$  и  $C_y$ ; но само понятие частичной кавитации для таких схем не вполне ясно и определять длину частичной каверны для них затруднительно. Между тем совместное определение  $L$  и  $C_y$  важно в инженерной практике, поскольку информация о размерах каверн используется при анализе опасности эрозии, прорыва воздуха в каверны на крыльях и пр.

Очевидно, что резкий рост  $\sigma$  при  $L \rightarrow C$  обусловлен именно ростом  $C_y$ , а рост  $C_y$  для закрытых схем связан с выполнением постулата Жуковского — Чаплыгина на задней кромке крыловых профилей. Для открытых схем этот постулат не используется и даже для бескавитационного обтекания крыльев он хорошо соответствует опыту только при малых углах атаки [4]. Отказ от этого постулата приводит к появлению бесконечной скорости в задней кромке профиля. Однако появление интегрируемой особенности скорости в одной точке — вполне традиционная ситуация в гидромеханике идеальной жидкости [5, 6]. Нарушающие этот постулат способы определения циркуляции вокруг профилей уже использовались [7, 8] с определенным успехом при расчетах очень коротких каверн.

Представляется правдоподобным, что изменение в подъемной силе профилей при появлении не слишком короткой частичной каверны происходит главным



Фиг. 1



Фиг. 2

образом из-за перераспределения давления под каверной на засасывающей стороне профиля. Оставаясь в рамках механики идеальной жидкости, измененную подъемную силу по-прежнему следует связывать с циркуляцией скорости  $\Gamma$  вокруг профиля с каверной. При приближающихся к единице значениях  $L/C$  и умеренных  $\alpha$  в месте расположения каверны, т. е. при  $S \in (S_0, S_0 + L)$ , выполняется условие  $\chi = |U^2/(1 + \sigma) - 1| \ll 1$ , где  $U$  — модуль скорости на профиле в отсутствие кавитации. Это условие может нарушаться только вблизи максимума скорости, т. е. на дуге длины порядка  $\alpha\delta^2$ , где  $\delta$  — относительная толщина профиля. Поскольку величина  $\chi$  мала, допустимо записать линейную связь циркуляции с возмущениями давления и для  $\Gamma$  при наличии частичной каверны можно рекомендовать формулу

$$\Gamma(L) = \Gamma(0) + \int_{S_0}^{S_0+L} (\sqrt{1 + \sigma} - U) ds \quad (1)$$

Легко видеть, что формула (1) формализует заявленное предположение о формировании подъемной силы при частичной кавитации. Постоянная  $\sigma(L)$  определяется здесь при решении типичной для идеальной кавитации нелинейной краевой задачи для потенциала скорости жидкости  $\Phi$

$$\Delta\Phi = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial N} \Big|_{S_h + S_k + S_f} = 0 \quad (3)$$

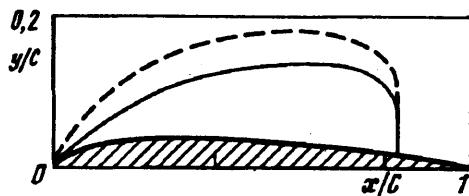
$$|\operatorname{grad} \Phi|_{S_k} = \sqrt{1 + \sigma} \quad (4)$$

$$\oint_{(S_h + S_k + S_f)} U ds = \Gamma(L) \quad (5)$$

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \{\operatorname{grad} \Phi\} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 + \beta^2}}, \frac{\beta}{\sqrt{1 + \beta^2}} \right\} \quad (6)$$

В этой задаче, проиллюстрированной изображением профиля с каверной на фиг. 2,  $S_h$  — его свободная от кавитации часть,  $S_k$  — заранее не известная граница каверны заданной длины  $L$ ,  $S_f$  — фиктивное тело,  $\beta = \operatorname{arctg} \alpha$ .

На фиг. 3 приведены расчетные формы каверны (сплошная кривая — для



Фиг. 3

условия (1), штриховая — для условия Жуковского). Здесь  $\alpha = 6,3^\circ$ , значения  $\sigma$  для каверн — 0,83 и 1,6 соответственно.

Задачу (2)–(6) отличает от традиционных [2] нелинейных задач кавитации крыльев только замена той или иной записи постулата Жуковского — Чаплыгина на (5). Значение  $U$  и  $\Gamma(0)$  здесь определяется из (2), (3), (6) при использовании этого постулата, однако, вообще говоря,  $\Gamma(0)$  может задаваться в (1) и по экспериментальным данным.

Различные методы численного решения подобных (2)–(6) краевых задач уже достаточно известны [2, 9] и здесь можно сразу приступить к изложению результатов введения формулы (1) в расчеты частичной кавитации. Нужно только напомнить, что значение  $\sigma$  в (1), (4) заранее не известно и поэтому при фиксированном  $L$  правые части (4), (5) уточняются в итерациях, из которых состоит процесс решения нелинейной задачи (2)–(6). Для использованного на фиг. 1, 2 профиля из [1] при  $\alpha = \pi/45$ ,  $\pi/30$  результаты этих расчетов приведены сплошными кривыми. Степень их соответствия опыта для  $L/C \rightarrow 1$  вполне удовлетворительна не только для  $C_x(L)$ , но и для  $\sigma(L)$ , поскольку надо иметь в виду также заметное [2] влияние стеснения потока в гидродинамической трубе на размеры каверн. Изломы этих кривых вызваны тем, что для  $L \ll C$  такой расчет не схватывает наблюдаемого в экспериментах участка некоторого роста  $C_x(L)$  и там использован другой способ вычисления  $C_x$ .

Рост  $C_x$  при малых  $L$  в наблюдениях вызван увеличением эффективной толщины и эффективной кривизны профиля из-за оттеснения потока каверной, а количественное отличие  $\Gamma(L)$  от результатов, получаемых с помощью постулата, связано главным образом еще не с перераспределением давления под каверной, а с падением  $C_x$  из-за конечной толщины потери импульса вязкого следа за крылом.

Для отыскания  $\Gamma(L)$  при  $L \ll C$  рекомендуется уже проверенная авторами [7] на начальных стадиях кавитации разных тел полуэмпирическая формула В. Г. Мишкевича [8], которая здесь используется в виде

$$\Gamma = \Gamma^* - \pi (1 + 0,87\delta) \{ \alpha\mu + 2,03\delta_c [1 - \chi(1 - \mu)] \} \quad (7)$$

$$\mu = Re^{-0.186} e^{12.68 - 0.069}, \quad \chi = 1 + \delta (\delta_c - 0,05) (0,047 \ln Re - 0,44)^{-2}$$

где  $\delta$  и  $\delta_c$  — наибольшие относительные толщина и кривизна профиля,  $\Gamma$  — циркуляция скорости, вычисляемая для известного контура  $S_k + S_h + S_f$  из (2), (3), (6) с использованием постулата Жуковского — Чаплыгина. В отличие от расчетов [8] принято, что значение  $C_x$  зависит не только от  $\{L, Re\}$ , но и от  $\sigma$ . Оно заранее не известно и для определения  $\Gamma^*$  не может быть использована просто «сдвинутая на постоянную вниз» кривая типа штриховой с фиг. 1, поскольку  $\Gamma$  и форма каверны — взаимосвязаны. Здесь предполагается только, что на начальных стадиях кавитации потери  $C_x$ , связанные с вязкостью, сохраняются. Поэтому соотношения (2), (3), (6) на каждой итерации процесса решения нелинейной краевой задачи приходится использовать дважды: сначала для вычисления  $\Gamma^*$ , затем — вместо (5), т. е. в системе (2), (3), (6), (7) для

вычисления непосредственно  $\operatorname{grad} \Phi$ . Матрица линейной алгебраической системы, к которой сводится соответствующее (2)–(7) интегральное уравнение, вычисляется лишь однажды за итерацию, что ускоряет вычисления. Соответствие расчетов опыту после введения (7) для малых  $L$  стало удовлетворительным для всех  $\sigma$ .

Предложенный способ определения  $C_s(\alpha, \sigma)$  несложно приспособить к расчетам трехмерных каверн, применяя формулы (1) и (7) к плоским сечениям тел. Это особо актуально именно для трехмерного случая, поскольку для него весьма распространены такие каверны, которые накрывают заднюю кромку лишь части лопасти или крыла. Чрезмерный рост  $C_s$ , при  $L \rightarrow C$  лишал прикладного значения расчет подобных каверн, но формулы (1), (7) устраняют эти затруднения и кажется возможным ввести эти формулы также в методы линейной теории [6].

Таким образом, оказывается возможным расширить область применения относительно простых (по сравнению с [7, 8]) традиционных методов расчета частичной кавитации, для чего надо заменить традиционный способ вычисления циркуляции скорости на предложенный.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yamaguchi H., Kato H. Development of foil section with improved cavitation performance//J. Soc. Naval Arch. Japan. 1983. V. 154. № 12. P. 102–108.
2. Иванов А. Н. Гидродинамика развитых кавитационных течений. Л.: Судостроение, 1980. 236 с.
3. Geurts J. A. Linearized theory for partially cavitating hydrofoils//Intern. Shipbuild. Progr. 1959. V. 6. № 60. P. 369–384.
4. Daily J. W. Cavitation characteristics and infinite-aspect ratio characteristics of a hydrofoil section//Trans. ASME. 1949. V. 71. № 3. P. 269–284.
5. Седов Л. И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.: Наука, 1980. 448 с.
6. Басин М. А., Шадрин В. П. Гидроаэродинамика крыла вблизи границы раздела сред. Л.: Судостроение. 1980. 304 с.
7. Амромин Э. Л., Васильев А. В., Дробленков В. В. О различных приближениях в теории кавитационных течений вязкой и капиллярной жидкости//ПМТФ. 1988. № 6. С. 117–126.
8. Амромин Э. Л., Мишевич В. Г., Рождественский К. В. Приближенный расчет трехмерного кавитационного обтекания лопастей гребных винтов вязкой капиллярной жидкостью//Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 6. С. 83–90.
9. Uhlman J. S. The surface singularity method applied to partially cavitating hydrofoils//J. Ship Res. 1987. V. 31. № 2. P. 107–124.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию  
7.V.1993