

УДК 532.517.2 + 533.6.011.5

© 1994 г. А. Д. САВЕЛЬЕВ

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛАМИНАРНОГО ОБТЕКАНИЯ ДВУМЕРНОЙ КАВЕРНЫ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ВЯЗКОГО ГАЗА

Путем численного интегрирования уравнений Навье — Стокса проведены параметрические исследования ламинарного обтекания сверхзвуковым потоком вязкого газа прямоугольной каверны на плоской пластине. Основные расчеты выполнены при числе Маха внешнего течения 3 и температуре поверхности, составляющей 20% от температуры торможения потока. Для различных значений числа Рейнольдса получены распределения давления, поверхностного трения, теплового потока на пластине, стенках и дне каверны, а также конфигурации линий тока.

Обтекание выемок и каверн на поверхности летательных аппаратов, движущихся с гиперзвуковой скоростью, представляет известный практический интерес прежде всего с точки зрения решения вопросов защиты от интенсивного нагрева в плотных слоях атмосферы. К сожалению, имеющиеся экспериментальные и расчетные данные, содержащиеся, в частности, в [1], далеко не всегда дают необходимую информацию о тепловых нагрузках в условиях реального полета. Последнее обстоятельство стимулирует проведение прямого численного моделирования обтекания каверн и выемок сверхзвуковым потоком вязкого газа с целью получения искомым характеристик течения.

Численно исследовано обтекание прямоугольной каверны на плоской охлаждаемой поверхности при наличии внешнего сверхзвукового потока и ламинарного пограничного слоя. Задаваемые внешние параметры соответствовали физическим условиям около элемента поверхности летательного аппарата, движущегося с гиперзвуковой скоростью, за головной ударной волной. Основная задача расчетов заключалась в определении влияния числа Рейнольдса на распределения давления и теплового потока к поверхности при трех заданных значениях отношения глубины каверны к ее длине. Полагалось, что течение остается ламинарным и стационарным во всем диапазоне изменения параметров потока. Задача решалась в плоской постановке.

Число Маха внешнего невязкого течения $M_1 = 3$. Значение числа Рейнольдса Re_L , посчитанное по параметрам во «внешней» области и длине каверны L , менялось от 10^3 до 10^4 . Число Прандтля полагалось равным 0,72. Толщина пограничного слоя δ задавалась равной половине длины каверны, а отношение температуры поверхности к температуре торможения набегающего потока составляло 0,2. Расчеты проводились при трех значениях отношения глубины каверны H к ее длине L : 0,5, 0,75 и 1. Температура набегающего потока $T_1 = 2000$ К. Для оценки влияния числа Маха были также выполнены расчеты с $M_1 = 4$ и 5 при значении числа Рейнольдса $Re_L = 10^3$.

Моделирование осуществлялось на основе решения двумерной нестационарной системы уравнений Навье — Стокса, имеющей в декартовой системе координат (x, y) следующий вид:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0$$

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P - \tau_{xx} \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ (E + P)u - H \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv - \tau_{yx} \\ \rho v^2 + P - \tau_{yy} \\ (E + P)v - R \end{pmatrix}$$

$$P = (\gamma - 1) \rho e, \quad E = \rho \left(e + \frac{u^2 + v^2}{2} \right)$$

$$H = u\tau_{xx} + v\tau_{xy} - q_x, \quad R = u\tau_{yx} + v\tau_{yy} - q_y$$

Здесь t — время, ρ — плотность, u и v — компоненты вектора скорости, E и e — полная и внутренняя энергии, P — давление, γ — отношение удельных теплоемкостей, τ_{xx} , $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, τ_{yy} — компоненты тензора вязких напряжений, q_x и q_y — составляющие вектора теплового потока [2]. Для задания коэффициента молекулярной вязкости использовалась формула Сатерленда [2].

Данная система обезразмеривалась по значениям параметров во «внешней» части набегающего потока и длине каверны, после чего осуществлялось преобразование системы координат. Расчетная область в физической плоскости (x, y) отображалась на единичный прямоугольник расчетной плоскости (ξ, η) с помощью преобразования общего вида $\xi = \xi(x, y)$, $\eta = \eta(x, y)$, как это делается, например, в [3]. Такой подход позволяет проводить вычисления в расчетной плоскости на разностной сетке с равномерным распределением узлов и избежать тем самым ошибок аппроксимации на сетке, существенно неравномерной в физической плоскости.

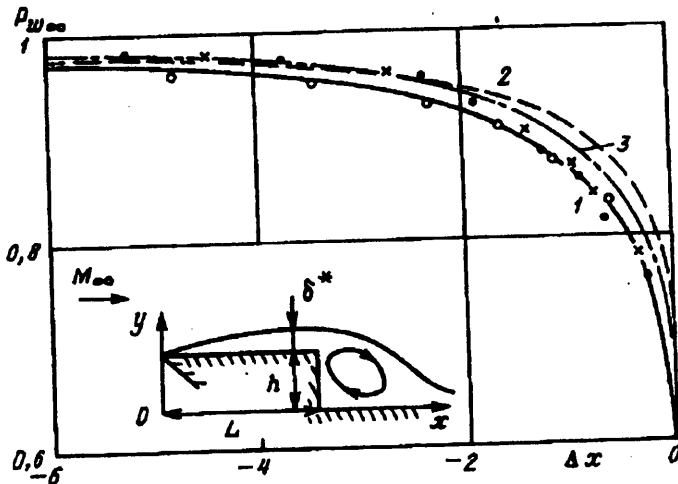
В расчетах использовался алгоритм, основанный на компактных аппроксимациях третьего порядка [4, 5]. Ориентированные с учетом направления характеристик и обладающие благоприятными диссипативными и дисперсионными свойствами, они позволяют получать консервативные схемы для систем уравнений. Высокий порядок аппроксимации дает возможность размещать на гладких решениях меньшее количество узлов сетки, чем в случае применения традиционных алгоритмов. Неявная факторизованная схема, использовавшаяся в данных расчетах, описана в [6].

Компактные разностные аппроксимации [5] с успехом применялись для расчетов взаимодействия скачков уплотнения с пограничным слоем, обтекания хвостового оживала осесимметричного тела с жестким имитатором реактивной струи, течений в каналах и соплах. В данном случае для проверки алгоритма решалась задача о сверхзвуковом ламинарном обтекании уступа, расположенного по потоку. Схема течения показана на фиг. 1. Рассматривались два случая: $M_\infty = 2,35$, $Re_L = 4,4 \cdot 10^4$ (кривая 1) и $M_\infty = 2$, $Re_L = 1,7 \cdot 10^5$ (кривая 2). В качестве граничных условий использовались профили параметров потока, полученные расчетом в сечении $x = 0,6L$ плоской пластины, обтекаемой потоком газа с указанными значениями M_∞ и Re_L . Высота уступа h составляла 5% от расстояния между передней кромкой и верхней угловой точкой уступа.

Для первого соотношения M_∞ и Re_L донное давление составило $0,65P_\infty$, а протяженность отрыва — немного более $9h$, что соответствует углу разворота потока на верхней кромке уступа $6,4^\circ$. Для второго — донное давление $0,75P_\infty$, протяженность отрыва $18,8h$ и угол разворота $3,3^\circ$. Донное разрежение распространяется вверх по течению от верхней угловой точки уступа в дозвуковой части пограничного слоя, вызывая ускорение потока. Значения местного коэффициента трения на кромке уступа в 4—5 раз выше его значений на пластине вне зоны донного влияния.

Качественно оценить достоверность полученных результатов можно, проведя сравнения с данными [7] по длине зоны отрыва перед уступом, расположенным против потока. Так, в случае $M_\infty = 2$ и $Re = 1,5 \cdot 10^5$ протяженность отрыва составляет $20h$, а при $M_\infty = 2,5$ и $Re = 4 \cdot 10^4$ — $11h$.

На фиг. 1 приведены графики распределения относительного давления P_w/P_∞ перед уступом в зависимости от значения параметра $\Delta x = (x - L)/\delta^*$, где δ^* — толщина вытеснения пограничного слоя перед областью взаимодействия. Здесь же представлены теоретические результаты [8] (кривая 3) и экспериментальные данные [9] для различных значений M_∞ и Re : 4,02 и



Фиг. 1

$1,2 \cdot 10^5$, $3,15$ и $1,5 \cdot 10^4$, $2,35$ и $4,4 \cdot 10^4$. Видно достаточно хорошее согласование результатов настоящих расчетов с данными [8] и [9].

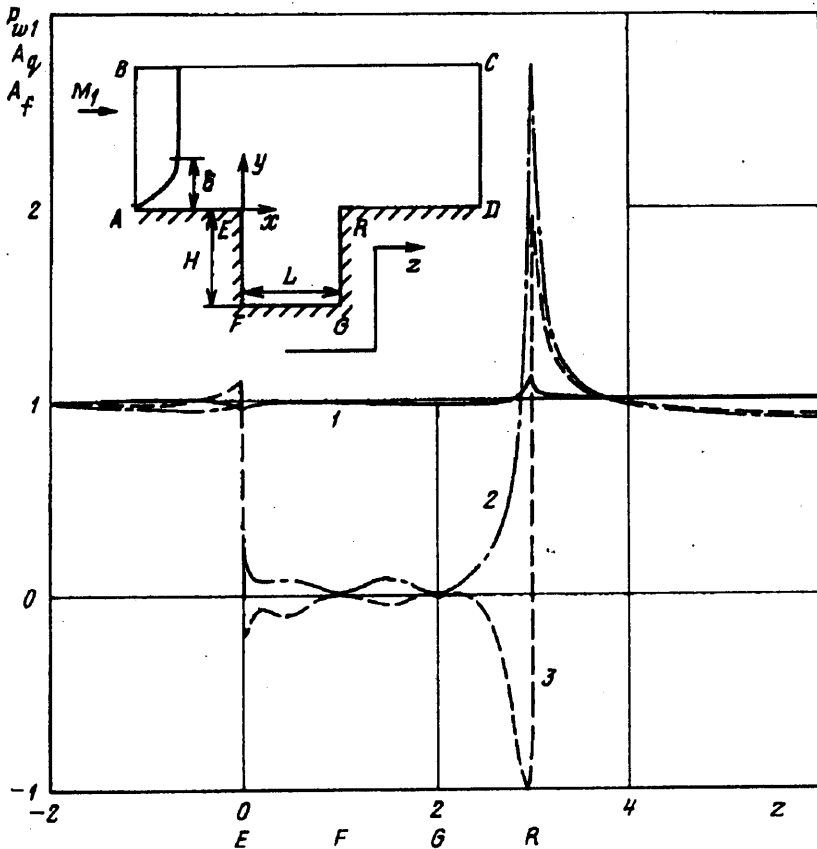
Постановка задачи о каверне показана на схеме фиг. 2. В расчетах использовалась прямоугольная сетка с числом узлов по осям x и y равным 64 и 44. Внутри каверны по горизонтали и вертикали располагалось по 21 узлу. Для более подробного описания течения в областях больших градиентов параметров потока осуществлялось логарифмическое сгущение узлов разностной сетки к поверхности пластины AE и RD , к стенкам EF , GR и дну FG каверны, а также в зоне слоя смешения. Минимальное расстояние между узлами составляло $0,02L$, максимальное — $0,5L$. Расстояние от поверхности пластины до верхней границы расчетного поля BC равнялось $6L$. Расстояние от левой стенки каверны EF до входной границы AB составляло $2,2L$, а расстояние от правой стенки каверны RG до выходной границы расчетного поля CD — $9L$. Следует отметить, что в данном случае сетка покрывала область решения в каверне и около нее более плотно, чем при расчетах обтекания уступов.

Граничные условия задавались традиционным способом. На входной границе AB фиксировались значения параметров потока, полученные в расчете обтекания плоской пластины при заданных величинах M , Re_L , δ , и температура поверхности T_w . На выходной границе CD ставились условия равенства нулю вторых производных от плотности, компонент скорости и температуры в направлении оси x , а на верхней границе BC — равенства нулю первых производных этих же функций в направлении оси y . На поверхности пластины, стенках и дне каверны задавались условия прилипания для скорости и фиксировалась температура поверхности, а значения плотности находились с использованием условия равенства нулю первой производной от давления по нормали к поверхности. В угловых точках каверны значения плотности определялись по величинам давления в ближайших диагональных узлах.

Моделирование осуществлялось методом установления по времени с целью получения стационарного решения. Используемые значения числа Куранта составляли 20—50. Течение рассчитывалось одновременно во всем поле без выделения «внешней» и «внутренней» областей. Решение считалось установившимся, когда временная производная плотности, осредненная по всем узлам сетки, имела величину 10^{-6} — 10^{-7} и продолжала убывать.

Расчеты показали, что максимальные значения температуры внутри каверны наблюдаются у ее правой кромки. Конфигурация изолиний температуры здесь имеет форму «языка», направленного в глубь каверны и постепенно заполняющего всю ее полость. Величина температуры при этом уменьшается. В целом уровень температуры газа в каверне ниже, чем в пограничном слое на пластине.

Скорости газа в каверне существенно дозвуковые. Максимальные значения



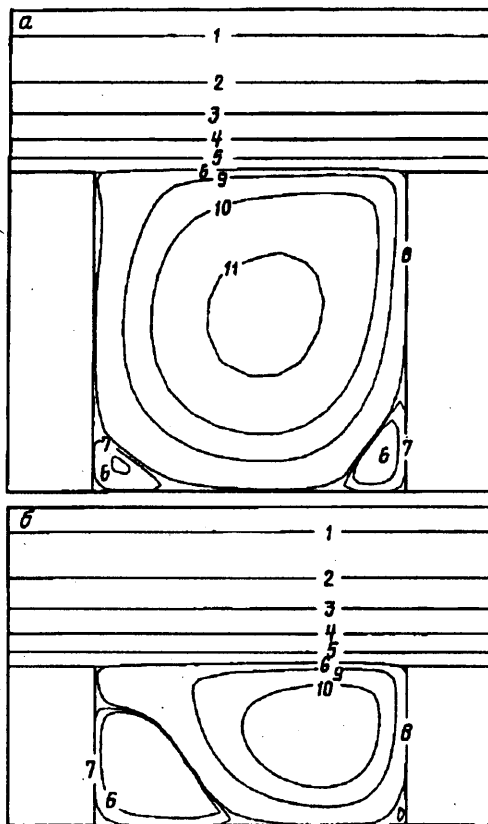
Фиг. 2

числа Маха найдены в течении вдоль правой стенки от точки присоединения и не превышают 0,25. Несколько меньше значения (до $M = 0,15$) наблюдаются в «струе» основного возвратного течения. В ядре циркуляционной зоны, в областях вторичных вихрей и около стенок каверны скорости газа значительно ниже.

На фиг. 2 представлены распределения на поверхности относительных (в сравнении с уровнями, полученными при расчете обтекания пластины) значений давления P_w (кривая 1), теплового потока A_q (кривая 2) и поверхностного трения A_f (кривая 3) для расчетного случая $M_1 = 3$, $Re_L = 10^3$ и $H = L$. Координата z отложена вдоль образующей твердой поверхности в длинах каверны от точки A на входной границе до точки D на выходной. При этом значение $Z = 0$ соответствует левой кромке каверны (точка E), $Z = 3$ — правой кромке (точка R), а $Z = 1$ и 2 — левому (точка F) и правому (точка G) нижним углам каверны соответственно.

Давление на поверхности каверны меняется слабо. Хорошо обозначен пик давления на задней кромке в области присоединения потока и незначительное уменьшение давления на передней кромке в точке отрыва. С увеличением Re_L величина пика давления на задней кромке снижается и при $Re_L = 10^4$ давление на поверхности можно считать практически постоянным.

Полученные в расчетах распределения относительных теплового потока и трения качественно повторяют друг друга, что и следовало ожидать, исходя из аналогии Рейнольдса. За передней кромкой значения этих параметров резко уменьшаются. На левой стенке и дне каверны их уровни значительно ниже, чем в набегающем потоке на пластине. На правой стенке каверны происходит

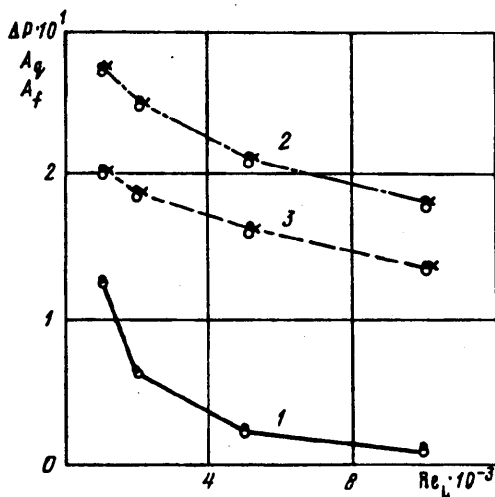


Фиг. 3

рост значений теплового потока и поверхностного трения, завершающийся их резкими пиками на задней кромке в области присоединения потока. В случае $Re_L = 10^3$ пиковое значение теплового потока почти в 3 раза превосходит его уровень на поверхности пластины. Ниже по течению происходит восстановление значений теплового потока и поверхностного трения до уровней, соответствующих течению на продольно обтекаемой пластине.

Основные различия в распределении относительных давления, теплового потока и поверхностного трения при изменении числа от 10^3 до 10^4 наблюдаются в окрестности задней кромки каверны. С увеличением числа Re_L пиковые значения теплового потока и поверхностного трения уменьшаются, а протяженность зоны восстановления увеличивается. Аналогично ведут себя распределения этих параметров при других рассмотренных отношениях глубины каверны к ее длине: $H = 0,75L$ и $0,5L$. Распределения относительных давления, теплового потока и трения, полученные в расчетах при $M_1 = 4$ и 5 ($Re_L = 10^3$), также отличаются несущественно от распределений этих параметров при $M_1 = 3$. Практически различие наблюдается только в величинах значений параметров в окрестности задней кромки каверны, причем протяженность зоны восстановления не меняется.

При обтекании каверны в ней образуется основное вихревое течение и вторичные вихри в ее нижних углах. Размеры вихревых зон и интенсивность течения в них в рассмотренном случае зависят от значения числа Рейнольдса Re_L и отношения глубины каверны H к ее длине L . В частности, при $H = L$ с возрастанием числа Re_L от 10^3 до 10^4 размеры вторичного вихря в правом нижнем углу уменьшаются, а в левом увеличиваются.



Фиг. 4

На фиг. 3 представлены изолинии равных значений функции тока ψ , полученные в расчетах при $M_1 = 3$, $Re_L = 5 \cdot 10^3$, $H = L$ (а), и $0,5L$ (б). Номера изолиний соответствуют следующим значениям ψ : 1 — 0,2, 2 — 0,1, 3 — 0,05, 4 — 0,02, 5 — 0,005, 6 — 0,0005, 7 — 0,000002, 8 — —0,00005, 9 — —0,002, 10 — —0,005, 11 — —0,01. С уменьшением отношения H к L размеры вторичных вихрей в правом углу каверны уменьшаются, а в левом увеличиваются. На фиг. 3, а хорошо видно отклонение линии тока возвратного течения от левой стенки вблизи точки отрыва. Этот эффект указывает на зарождение еще одной вторичной циркуляционной зоны у верхней левой кромки каверны. На более подробной сетке такие детали могут быть уточнены. Однако в этом нет практической необходимости, поскольку более мелкие вихри не оказывают сколько-нибудь заметного влияния на распределение представляющих интерес параметров.

Во всех проведенных расчетах разделяющая линия тока выходит за верхнюю границу каверны, а присоединение потока происходит на правой стенке ниже угловой кромки. Положение точки присоединения зависит от числа Re_L . Точное значение расстояния l от правой кромки каверны до точки присоединения не поддается непосредственному определению, поскольку оно меньше минимального расстояния между узлами расчетной сетки. Однако графически путем экстраполяции разделяющей линии тока на правую стенку каверны можно получить оценку расстояния l . При $Re_L = 10^3$ оно примерно равно $0,015-0,02L$. С ростом числа Re_L значение l уменьшается и при $Re_L = 10^4$ составляет $0,007-0,01L$.

Ранее было отмечено, что целью расчетов было получение стационарного решения. Вместе с тем отрывные течения нестационарны по своей природе [1]. Причиной пульсационных колебаний течения в каверне является наличие нестационарного слоя смешения, образующегося на ее передней кромке. В [10], где моделирование проводилось на основе решения уравнений Эйлера, пульсирующее течение достигалось путем задания периодически меняющегося вектора скорости над левой кромкой каверны. В [11], где исследовалось сверхзвуковое турбулентное обтекание трехмерной выемки, периодический режим течения был получен путем решения нестационарных уравнений без введения каких-либо искусственных механизмов.

В настоящих расчетах при $Re_L \geq 2 \cdot 10^3$ (для более мелкой каверны при меньших числах Re , чем для более глубокой) были получены колебания невязки уравнения неразрывности, амплитуда которых не уменьшалась с течением времени. Применяемый алгоритм основан на решении нестационарных уравнений

и при достаточно малых значениях числа Куранта позволяет описывать развитие течения по времени. Вместе с тем рассмотренное течение чисто ламинарно, что обусловлено исходными уравнениями. Поэтому нельзя рассчитывать на появление эффектов, присущих турбулентным течениям. Колебательный характер течения был выражен слабо. Амплитуда колебаний снижалась с приближением Re_L к 10^4 , пульсации потока не сказывались заметно даже на значениях A_q и A_f в точке присоединения. В случае же $Re_L = 10^3$ было получено полностью стационарное решение.

Основными прикладными результатами проведенных расчетов являются значения относительных теплового потока A_q и поверхностного трения A_f , определенные на правой кромке каверны в точке присоединения. На фиг. 4 представлены зависимости от числа Рейнольдса относительных перепада давления $\Delta P = (P - P_1)/P_1$ (кривая 1), A_q (кривая 2) и A_f (кривая 3) в точке присоединения для различных значений H . Максимальные значения указанных параметров имеют место при $Re_L = 10^3$. Так, значение теплового потока на правой кромке каверны при $M_1 = 3$ в 2,8 раза выше его значения на пластине в набегающем потоке. Следует отметить, что уменьшение глубины каверны в 2 раза в рассмотренном диапазоне изменения параметров течения практически не сказывается на величинах давления, теплового потока и трения в области присоединения. Важно также, что при $M_1 = 4$ и 5 ($Re_L = 10^3$) получены значения 2,63 и 2,32 соответственно, что меньше значений относительного теплового потока при $M_1 = 3$ и $Re_L = 10^3$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чжен П. Отрывные течения//М.: Мир, 1972. Т. 1. 299 с.; 1973. Т. 2. 280 с.; Т. 3. 333 с.
2. Толстых А. И. Компактные разностные схемы и их применение в задачах аэрогидродинамики//М.: Наука, 1990. 230 с.
3. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа//М.: Наука, 1987. 840 с.
4. Стегер Дж. Л. Неявный конечно-разностный метод расчета двумерного обтекания тел с произвольной геометрией//Ракетная техника и космонавтика. 1978. Т. 16. № 7. С. 51—60.
5. Толстых А. И. О методе численного решения уравнений Навье — Стокса сжимаемого газа в широком диапазоне чисел Рейнольдса//Докл. АН СССР. 1973. Т. 210. № 1. С. 48—51.
6. Савельев А. Д., Толстых А. И. Алгоритм расчета течений вязкого газа, основанный на компактных аппроксимациях третьего порядка//Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1987. Т. 27. № 11. С. 1709—1724.
7. Charwat A. F., Ross J. N., Dewey F. C., Jr., Hitz J. A. An investigation of separated flows//J. Aero Space Sci. 1961. V. 28. № 6. P. 457—470.
8. Матвеева Н. С., Нейланд В. Я. Ламинарный пограничный слой вблизи угловой точки газа//Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 4. С. 64—70.
9. Хама. Оценка интенсивности краевого скачка уплотнения//Ракетная техника и космонавтика. 1966. Т. 4. № 1. С. 211—212.
10. Заугольников Н. Л., Коваль М. А., Швец А. И. Пульсации потока в кавернах при сверхзвуковом обтекании//Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 2. С. 121—127.
11. Ризетта Д. П. Численный расчет сверхзвукового обтекания трехмерной выемки//Аэрокосмич. техника. 1989. № 7. С. 55—64.

Москва

Поступила в редакцию
21.XII.1992