

УДК 532.545.013.4

© 1994 г. Ю. А. БУЕВИЧ, Ш. К. КАПБАСОВ, А. В. МАКАРОВ

УСТОЙЧИВОСТЬ МЕЛКОДИСПЕРСНОГО ВЕРТИКАЛЬНОГО ПОТОКА ВЫСОКОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ

При учете эффектов, обусловленных исчезновением свободного объема частиц при переходе к плотноупакованному состоянию, найдены условия нейтральной устойчивости и исследованы характеристики возмущений с максимальным инкрементом нарастания в интервале умеренных и высоких концентраций частиц диспергированной фазы. Получены результаты влияния квазивязких напряжений и броуновского движения на стабилизацию потоков в указанном интервале концентраций. Исследована устойчивость ограниченного однородного вертикального потока не слишком мелких частиц и рассмотрен известный масштабный эффект, связанный с феноменом возрастания неустойчивости при переходе от лабораторных к геометрически подобным промышленным установкам.

Известно очень большое число попыток исследовать гидравлическую устойчивость течений концентрированных суспензий и псевдооживленных слоев, некоторую библиографию которых можно найти в [1, 2]. Однако эти попытки не привели к успеху даже применительно к вертикальным одномерным потокам по той простой причине, что отсутствовали адекватные реологические модели дисперсных систем. Показательна в этом отношении работа [1], в которой проведено очень тщательное обсуждение сил и напряжений, влияющих на течение диспергированной фазы. Тем не менее отсутствие надежных сведений о наиболее важной величине — нормальном напряжении в этой фазе — не позволило сделать окончательные выводы об условиях устойчивости вертикального потока даже в этой, весьма содержательной в других отношениях работе.

Работа [2] посвящена указанной задаче для коллоидов и суспензий очень мелких частиц, в которых прямые межчастичные столкновения не происходят. Использование нормального напряжения в системе совершающих термическое и псевдотурбулентное движение частиц, следующего из модели работы [3], позволило полностью замкнуть уравнение движения и устранить неопределенности, свойственные всем предшествующим исследованиям задачи.

Однако в [2] не рассматривались эффекты, обусловленные исчезновением свободного объема частиц при переходе к плотноупакованному состоянию. Поэтому ее результаты неприложимы к потокам достаточно высокой концентрации. Кроме того, в последнее время удалось устранить некоторые неточности определения существенно нестационарной части силы межфазового взаимодействия [4]. Цель настоящей работы состоит в распространении результатов теории [2] в области высоких концентраций и внесении поправок, связанных с уточнением указанной силы и использованной в [2] вычислительной процедуры, на необходимость чего уже было указано в [2].

1. Эффекты свободного объема и уточнение силы межфазового взаимодействия. Рассмотрим, как и в [2, 3], монодисперсные суспензии сфер радиуса a в жидкости вязкостью η_0 ; плотности фаз — ρ_0 , ρ_1 . Перечислим изменения, которые необходимо ввести в теорию [2] для распространения ее на суспензии высокой концентрации, близкой к концентрации плотноупакованного состояния. Нормальное напряжение в системе взвешенных частиц в рамках статистической модели жестких сфер имеют вид [5]

$$\frac{P_1}{\rho_1} = \varphi L(\varphi) \left(R(\varphi) \langle \varphi'^2 \rangle + \frac{kT}{m} \right)$$

$$L(\varphi) = 2 \ln \frac{1-\varphi}{\varphi} + 3 \frac{1-2\varphi}{1-\varphi} + \frac{\varphi}{2} \frac{(15-8\varphi-\varphi^2)}{(1-\varphi)^2} \quad (1.1)$$

$$R(\varphi) = (1-h)^2 B^2 + \frac{2}{3} (1-h) B \left(hB + \frac{u}{\varepsilon} \right) + \frac{1}{5} \left(hB + \frac{u}{\varepsilon} \right)^2$$

$$h = \frac{\kappa\varphi}{1 + (\kappa-1)\varphi}, \quad B = \frac{d \ln K}{d\varphi} u + \frac{(\kappa-1)}{K} g\tau, \quad \tau = \frac{2a^2}{9\nu_0}, \quad \kappa = \frac{\rho_1}{\rho_0}, \quad \varepsilon = 1 - \varphi$$

Здесь kT — температура в энергетических единицах, m — масса частицы, $\nu_0 = \eta_0/\rho_0$ — кинематическая вязкость жидкости, u — средняя скорость жидкости относительно частиц, g — ускорение свободного падения, а функция $K(\varphi)$ описывает относительную вязкость мелкодисперсной суспензии как функцию объемной концентрации частиц φ . Принимаем в дальнейших расчетах, как и в [2, 3], $K(\varphi) = (1-\varphi)^{-52}$.

Функция $L(\varphi)$ отличается от подобной функции в уравнении состояния для газа жестких сфер, определяющей осмотическое давление этих сфер. Это связано с тем, что аналогом несталкивающихся взвешенных частиц, взаимодействующих только через взвешивающую жидкость, служит система молекул растворенного вещества, но отнюдь не молекулярный газ. Модель [5] не описывает ряда явлений, специфичных для системы сфер при $\varphi \geq 0,5$, и, в частности, стремления давления к бесконечности при приближении к состоянию плотной упаковки. Последнее связано с обращением в нуль свободного объема сфер в указанном состоянии и с тем, что скорость переноса импульса внутри жестких частиц бесконечна [6] (в упругих частицах она равна скорости звука, которая на много порядков выше скорости пульсаций частиц).

Для получения результатов, приближенно справедливых в интервале, примакающем к концентрации φ_* хаотизированного состояния плотной упаковки, можно воспользоваться полуэмпирической моделью Энскога [6], т. е. принять

$$L(\varphi) \approx \left[1 - \left(\frac{\varphi}{\varphi_*} \right)^3 \right]^{-1} \quad (1.2)$$

В численных расчетах далее будем принимать $\varphi_* = 0,6$.

Стесненность хаотического блуждания частиц, приводящего к их диффузионному смешению, приводит к замедлению диффузии.

Этот эффект можно приближенно описать при помощи так называемого фактора Энскога $\chi(\varphi)$, показывающего, во сколько раз частота столкновений в газе жестких сфер с конечной объемной концентрацией диспергированной фазы выше частоты столкновений в разбавленном газе (с исчезающе малой φ) с той же числовой концентрацией сфер. Тогда определения коэффициентов D_{ij} тензора псевдотурбулентной самодиффузии частиц должны отличаться от введенных в [3] множителем $\chi^{-1}(\varphi)$, т. е.

$$D_{ij} = \frac{\pi}{\chi(\varphi)} \int \psi_{w_i, w_j}(0, \mathbf{k}) d\mathbf{k} \quad (1.3)$$

где $\psi_{w_i, w_j}(0, \mathbf{k})$ — смешанная спектральная плотность компонент случайной скорости частицы вдоль i -й и j -й осей при нулевой частоте, а интегрирование распространено по всему пространству волнового вектора \mathbf{k} .

Нетрудно показать, что введение указанного множителя приводит к тому, что главные значения D_j° тензора самодиффузии, вычисленные в [3] в

пренебрежении броуновским движением и рассматриваемыми здесь эффектами свободного объема, должны быть домножены на $\chi^{-1/2}(\varphi)$, т. е.

$$D_1 = \chi^{-1/2}(\varphi) D_1^\circ, \quad D_2 = \chi^{-1/2}(\varphi) D_2^\circ \quad (1.4)$$

где нижние индексы относятся к диффузии в вертикальном направлении, т. е. вдоль u , и в поперечных направлениях соответственно.

Первая из формул (1.4) важна для определения коэффициента продольной вязкости диспергированной фазы, нужного для последующего анализа и отличающегося от такового в [2]

$$\eta_{||}/\rho_1 \approx \varphi H(\varphi) (D_1 + D_B) \quad (1.5)$$

введением некоторой монотонно возрастающей от единицы при $\varphi = 0$ до бесконечности при $\varphi = \varphi_*$ функции $H(\varphi)$.

В ситуациях, когда броуновское движение не существенно — $D_B = 0$, из (1.4) и (1.5) получим

$$\frac{\eta_{||}}{\rho_1} \approx \varphi \chi^{-1/2}(\varphi) H(\varphi) D_{11}^\circ a u, \quad D_{11} = \frac{D_1^\circ}{a u} \quad (1.6)$$

$$H(\varphi) \approx 1/\chi + 4,8\varphi + 12\varphi^2\chi$$

Здесь D_{11}° — безразмерный коэффициент продольной псевдотурбулентной самодиффузии, вычисленный в [3], функция $H(\varphi)$, описывающая влияние ускоренного переноса импульса в материале частиц на эффективную вязкость взята согласно модели Энскога [6]. Это соотношение, относящееся к весьма специфической модели и не претендующее на высокую точность, дает лишь качественно верные результаты.

Фактор Энскога, отвечающий соответственно моделям [5] и [6], может иметь один из следующих видов:

$$\chi(\varphi) = \frac{1 - \varphi/2}{(1 - \varphi)^3} \quad (1.7)$$

$$\chi(\varphi) = \frac{(\varphi/\varphi_*)^{1/3}}{4\varphi [1 - (\varphi/\varphi_*)^{1/3}]}$$

Подчеркнем, что дисперсия $\langle \varphi'^2 \rangle$ флуктуаций концентрации достаточно хорошо описывается моделью [5] вплоть до самых высоких концентраций. Поэтому ее выражение из (1.1) используется ниже независимо от того, какая модель привлекается для описания функций $L(\varphi)$ и $\chi(\varphi)$.

В используемом в расчетах работы [2] выражении для силы межфазового взаимодействия не полностью учтено влияние инерции частиц, необходимое уточнение которого приведено в [4]. В отличие от [2] проводимые ниже расчеты учитывают в силе межфазового взаимодействия эффект Факсена, имеющего тот же порядок величины, что и вязкие члены. Однако наследственная составляющая Бассе указанной силы по-прежнему опускается, что позволяет значительно упростить вычисления. Действительно, последняя мала по сравнению либо с вязкой стационарной силой Стокса при малых, либо с инерционной силой, связанной с эффектом присоединенной массы, при больших частотах возмущений.

Наконец, возмущение величины B , определенной в (1.1), вычислялось в [2] приближенно. Здесь этот недостаток также устранен.

2. Устойчивость неограниченного потока. Вводя в анализ указанные выше модификации, получаем уравнение сохранения импульса диспергированной фазы для вертикального течения, несколько отличающееся от такового в [2]

$$\begin{aligned} \varphi \left(\frac{\partial}{\partial t} + w \frac{\partial}{\partial x} \right) w = & - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p_1}{\rho_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\eta_{II}}{\rho_1} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \varphi \left\{ \left[\frac{K(\varphi)}{\kappa \tau} u - \right. \right. \\ & \left. \left. - \varepsilon \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right) g \right] + \left(\frac{\varepsilon}{\kappa} + \varphi \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + w \frac{\partial}{\partial x} \right) w + \frac{3}{2\kappa} \left[\varepsilon + \frac{\varphi}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \kappa + \varphi \kappa + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \frac{5}{2} K(\varphi) (3\varepsilon(\varphi) + 2\varphi\kappa) \right] \right] \left(\frac{\partial}{\partial t} + w \frac{\partial}{\partial x} \right) u + \frac{3}{4} \frac{K(\varphi)}{\kappa} v_0 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \quad u = v - w \quad (2.1) \end{aligned}$$

где v и w — средние скорости жидкости и частиц, эффективная кинематическая вязкость оценивается в соответствии с (1.5) или (1.6), x — координатная ось, направленная вверх. Последним членом в правой части (2.1) представлена составляющая Факсена силы межфазового взаимодействия.

Уравнения сохранения масс обеих фаз сохраняют свой вид [2]

$$v = \frac{\varepsilon_0 u_0 - \varphi w}{\varepsilon}, \quad u = v - w = \frac{\varepsilon_0 u_0 - w}{\varepsilon} \quad (2.2)$$

Здесь нижний нулевой индекс отмечает величины, относящиеся к однородному псевдооживленному состоянию. В данном состоянии частицы в среднем неподвижны, а относительные скорости и объемный поток (скорость фильтрации) жидкости равны u_0 и $\varepsilon_0 u_0$ соответственно.

В результате уравнения для возмущений концентрации φ' и скорости частиц w' можно записать, учитывая (2.1) и (2.2), в виде

$$\begin{aligned} \varphi_0 F \frac{\partial w'}{\partial t} = & \varphi_0 J G \frac{\partial \varphi'}{\partial t} - \left(\Phi G^2 + \Phi_1 G^2 + \frac{kT}{m} \psi \right) \frac{\partial \varphi'}{\partial x} + \frac{9}{2} \frac{\varphi_0}{\kappa \tau} G \varphi' + \frac{3}{4} \frac{\varphi_0}{\kappa} v_0 G \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial x^2} + \\ & + \left(S a |G| - \frac{3}{4} \frac{\varphi_0^2 v_0}{\kappa \varepsilon_0^{7/2}} \right) \frac{\partial^2 w'}{\partial x^2} + W G \frac{\partial w'}{\partial x} - \frac{\varphi_0 w'}{\kappa \tau \varepsilon_0^{7/2}} \quad (2.3) \end{aligned}$$

$$F = \sigma \varepsilon_0 + \frac{J}{\varepsilon_0^{7/2}}, \quad \sigma = 1 - \frac{1}{\kappa}$$

$$J = \frac{3}{2\kappa} \varepsilon_0^{5/2} \left[\varepsilon_0 + \frac{\varphi_0}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \kappa + \varphi_0 \kappa + \frac{5}{2} K_0 (3\varepsilon_0 + 2\varphi_0 \kappa) \right) \right]$$

$$\Phi = \varepsilon_0^2 \left(H_1 \frac{df}{d\varphi} \Big|_{\varphi=\varphi_0} - H_2 f_0 \right), \quad \Phi_1 = \frac{5}{2} f_0 H_3 \varepsilon_0^8 \quad (2.4)$$

$$W = 2\varepsilon_0^{9/2} H_3 f_0; \quad f = \varphi \varepsilon^{-4} \langle \varphi'^2 \rangle L$$

$$\psi = \frac{d(\varphi L)}{d\varphi} \Big|_{\varphi=\varphi_0}, \quad S = \varepsilon_0^{7/2} D_{II}^\circ H(\varphi_0) \chi^{-1/2}(\varphi_0) \varphi_0$$

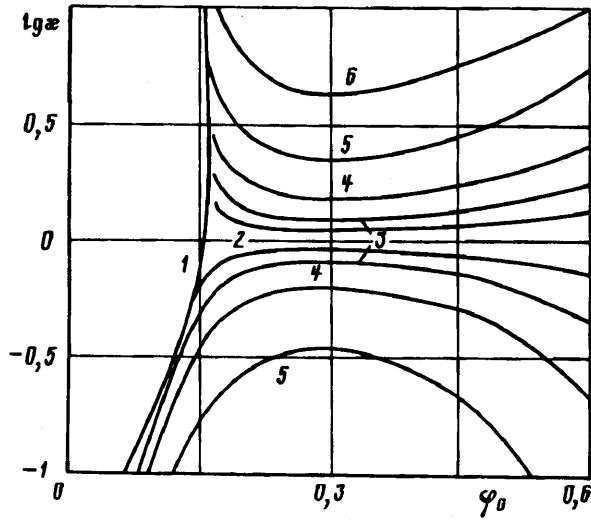
$$H_1 = \frac{887}{60} - \frac{259}{15} h_0 + \frac{98}{15} h_0^2, \quad H_2 = \frac{h_0^2}{\kappa \varphi_0^2} \left(\frac{259}{15} - \frac{196}{15} h_0 \right)$$

$$H_3 = \frac{23}{5} - \frac{48}{5} h_0 + \frac{56}{15} h_0^2, \quad h_0 = h \Big|_{\varphi=\varphi_0}, \quad G = \sigma \kappa \tau g$$

Удобно ввести, как и в [2], безразмерные переменные и параметры

$$t_1 = \frac{t}{\kappa \tau}, \quad x_1 = \frac{x}{\kappa^2 \tau^2 g}, \quad w_1 = \frac{w'}{\kappa \tau g}, \quad \varphi_1 = \varphi' \quad (2.5)$$

Рассматривая волны возмущений с фазой $i(kx - \omega t)$ с действительным волновым числом k , получаем характеристическое уравнение системы (2.3), преобразованной к переменным (2.5), для безразмерной частоты $\omega_1 = \kappa \tau \omega$



Фиг. 1

$$\omega_1^2 + 2(c_1 + id_1)\omega_1 - (c_2 + id_2) = 0 \quad (2.6)$$

$$c_1 = \frac{\sigma}{2F} \left(\frac{W}{\Phi_0} - \Phi_0 J \right) k_1, \quad d_1 = \frac{1}{2F} \left(\frac{1}{\varepsilon_0^{7/2}} + \frac{|\sigma|}{x^2} Vi \frac{S}{\Phi_0} k_1^2 - \frac{\Phi_0 Vi^2 k_1^2}{6\varepsilon_0^{7/2} x^4} \right) \quad (2.7)$$

$$c_2 = \frac{\sigma^2}{F} (\Phi + \Phi_1 + Br \psi) k_1^2, \quad d_2 = \frac{\sigma \Phi_0 k_1}{2F} \left(9 - \frac{Vi^2 k_1^2}{3x^4} \right)$$

$$k_1 = x^2 \tau^2 g k, \quad Vi = \frac{a}{\tau^2 g}, \quad Br = \frac{k\Gamma}{(x-1)^2 \tau^2 g^2} = \frac{Br^*}{\sigma^2 x^2}$$

Безразмерные критерии Vi и Br описывают соответственно влияние квазивязких напряжений и броуновского движения на устойчивость вертикального дисперсного потока.

Не останавливаясь на подробно описанной в [2] процедуре вычисления действительной и мнимой части комплексной частоты ω_1 , запишем условие неустойчивости

$$f_k(\Phi_0; x, Vi, Br) = \left(\frac{9}{2} - \frac{1}{6} \frac{Vi^2 k_1^2}{x^4} \right) (W - \Phi_0^2 J) + \frac{81}{4} \Phi_0^2 F E^{-1} \left(1 - \frac{2}{27} \frac{Vi^2 k_1^2}{x^4} + \frac{Vi^4}{729 x^8} \right) - (\Phi + \Phi_1 + \psi Br) E > 0 \quad (2.8)$$

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0^{7/2}} + \frac{Vi}{x^2} \left(\frac{|\sigma|}{\Phi_0} S - \frac{\Phi_0 Vi}{6\varepsilon_0^{7/2} x^2} \right) k_1^2$$

Входящие сюда функции и параметры определены в (2.4) и (2.7).

Поскольку устойчивость впервые нарушается для волн бесконечной длины, отсюда можно получить критерий неустойчивости для неограниченного потока

$$f_0 = \frac{9}{2} (W - \Phi_0^2 J) + (81/4) F \Phi_0^2 \varepsilon_0^{7/2} - (\Phi + \Phi_1 + \psi Br) \varepsilon_0^{-7/2} > 0 \quad (2.9)$$

На фиг. 1 представлены семейства кривых нейтральной устойчивости на плоскости (x, Φ_0) , вычисленные с использованием $L(\varphi)$ из (1.1) при $Br^* = 0$;

0,001; 0,005; 0,01; 0,02; 0,1; 0,5. Области неустойчивости лежат сверху от кривых при $\kappa > 1$ и снизу от кривых при $\kappa < 1$. При полностью отсутствующем броуновском движении ($Bg^* = 0$) область устойчивости лежит слева от кривой 1. Ее появление обусловлено стабилизирующим действием только пульсаций гидродинамического происхождения. Эта область оказывается шире, чем полученная при помощи модели [2], где использовались несколько неточное выражение для инерционной силы межфазового взаимодействия и упрощенная схема вычисления возмущения величины B из (1.1). Однако в качественном отношении выводы [2] сохраняют силу.

Даже в случае, когда тепловые флуктуации очень малы, но конечны (малые значения Bg^*), имеет место полная стабилизация неограниченного вертикального потока суспензий, достаточно близких к суспензиям нейтральной плавучести. С дальнейшим усилением роли броуновского движения (т. е. с фактическим переходом от мелкодисперсных суспензий к коллоидам) область стабилизации расширяется. Для любого κ имеются такие Bg^* , что поток становится устойчивым по отношению к малым возмущениям во всем интервале концентраций.

Обращает на себя внимание то, что в процессе такой стабилизации наряду с монотонным расширением области устойчивости при малых и умеренных концентрациях появляется и затем расширяется новая область устойчивости при высоких концентрациях. В результате поток становится неустойчивым в некотором, сужающемся с ростом Bg^* промежуточно-концентрационном интервале, причем наиболее опасным в смысле неустойчивости оказываются значения φ_0 , примерно равные 0,3.

Модель [5] становится, как уже было указано, неадекватной при приближении к плотноупакованному состоянию. Поэтому непосредственно вблизи $\varphi_0 = \varphi_*$ следует использовать в расчетах функцию $L(\varphi)$ из (1.2), соответствующую модели Энскога [6], но не функцию $L(\varphi)$ из (1.1).

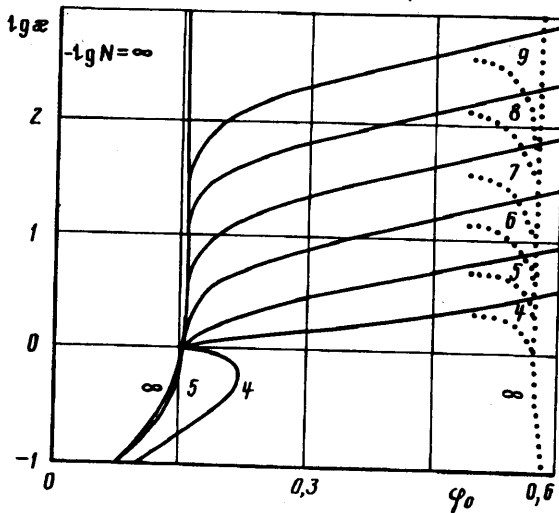
Поскольку при приближении к φ_* величина (1.2), а с ней и давление в системе частиц неограниченно возрастают, ясно, что в узком интервале, примыкающем к $\varphi = \varphi_*$, должна иметь место устойчивость.

3. Масштабный эффект. С целью упрощения вычислений ограничимся, как и в [2], анализом течения достаточно крупных частиц, в котором влияние броуновского движения малосущественно. Предположим, что однородный вертикальный поток имеет линейный масштаб l , в результате чего волновое число возмущений не может быть меньше некоторого предельного, обратно пропорционального этому масштабу $k_* \sim l^{-1}$. В [2] вводился некий масштабный параметр, содержащий критерий Vi . Однако при учете составляющей Факсена в силе межфазового взаимодействия в расчетах удобнее четко разграничить геометрические и вязкостные параметры, более наглядно проясняя тем самым физический смысл масштабного фактора. Варьирование критерия Vi приводит к появлению еще одного параметра в условии неустойчивости (2.8), где вместо безразмерного волнового числа k , нужно использовать иной комплекс, включающий масштабный параметр $N \sim (a/l)^2$, свободный от вязкостных характеристик потока и естественным образом определяющий линейный масштаб потока по отношению к характерному диаметру частиц. Принимаем

$$\frac{|\sigma|}{\kappa^2} Vi \frac{S}{\varphi_0} k_{1*}^2 = |\sigma| \kappa^2 \frac{N}{Vi} \frac{S}{\varphi_0}$$

$$N = \tau^4 g^2 k_*^2 Vi^2 = \left(\frac{a}{l}\right)^2 \quad (2.10)$$

$$k_1 = k_{1*} = \kappa^2 \tau^2 g k_*$$



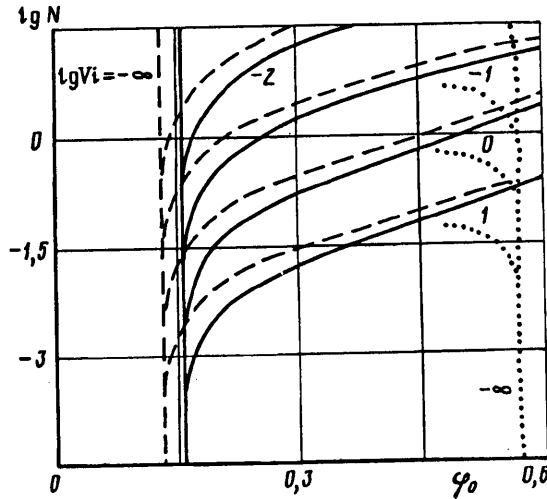
Фиг. 2

На фиг. 2 проиллюстрированы кривые нейтральной устойчивости, следующие из (2.8) с учетом (2.10), при $Vi = 10^{-1}$ и разных N . Области неустойчивости лежат справа и снизу от кривых. Так же как и на фиг. 1, последние несколько сужаются при введении поправок в модель [2]. Влияние составляющей силы межфазового взаимодействия, обусловленной эффектами Факсена, оказалось весьма незначительным, что дает возможность пренебречь ею в приближенных расчетах.

На фиг. 2 пунктиром показаны ветви кривых нейтральной устойчивости при высоких значениях концентрации, следующие из использования в расчетах выражения $L(\varphi)$ из (1.2) и второго выражения (1.7) для $\chi(\varphi)$, соответствующих модели Энскога [6], вместо (1.1) и первого выражения (1.7), соответствующих модели Карнахэна—Старлинга [5] и использованных при получении левых ветвей кривых нейтральной устойчивости (сплошные кривые на фиг. 2). Упомянутая ранее узкая область устойчивости лежит справа от пунктирных кривых вплоть до $\varphi = \varphi_*$.

Появление области устойчивости вблизи состояния плотной упаковки решает для достаточно мелких частиц дискутировавшуюся в литературе проблему о том, имеется ли вообще область устойчивости при малых расширениях псевдоожженного слоя после достижения потоком жидкости критической скорости начального ожигения. По этому поводу высказывались разные точки зрения, пока эксперименты [7] не подтвердили весьма убедительным образом наличие этой области. Физически это просто объясняется тем, что объемный модуль упругости диспергированной фазы, пропорциональный производной от ее давления по концентрации, при значениях φ , достаточно близких к φ_* , оказывается сколь угодно большим, достаточным для стабилизации потока вблизи состояния плотной упаковки (или начального псевдоожигения).

Отметим, что масштабный эффект влияет на стабилизацию вертикальных потоков тем сильнее при прочих равных условиях, чем больше отношение κ плотностей фаз. Этот вывод представляется на первый взгляд несколько неожиданным, поскольку интуитивно казалось бы правомерным ожидать, что в любых условиях взвеси частиц в газах должны быть устойчивее, чем суспензии тех же частиц в капельных жидкостях. В действительности он косвенно подтверждается всем объемом накопленной в технологии информации, ибо хорошо известно, что масштабный эффект наблюдался главным образом для потоков газовзвесей и ожигенных газами зернистых слоев. С физической точки зрения это также



Фиг. 3

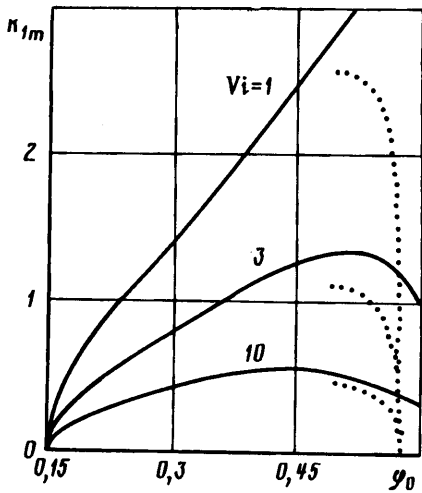
вполне понятно: зависимость критерия неустойчивости от волнового числа возмущений определяется главным образом возникающими в потоке квазивязкими напряжениями с вязкостью (1.6), относительная роль которых особенно велика именно для взвесей частиц в газах.

Фигура 2 демонстрирует, как с уменьшением масштабного параметра N , что соответствует переходу к более крупным по габаритным размерам аппаратам, область неустойчивости расширяется. Однако при малых значениях концентраций φ неограниченный поток суспензий всегда оказывается устойчивым по отношению к малым возмущениям. Аналогичный эффект проявляется и в интервале высоких концентраций вблизи плотноупакованного состояния.

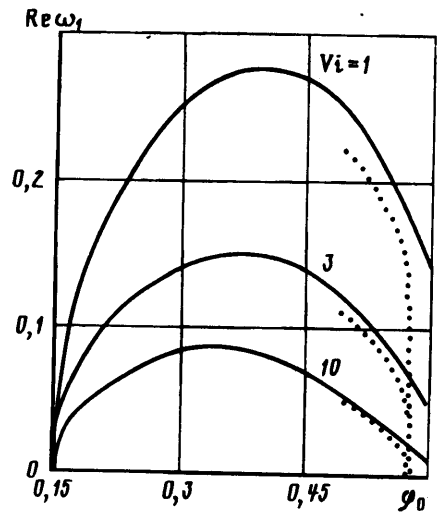
На основании кривых нейтральной устойчивости на фиг. 2 можно было бы сделать вывод о неустойчивости течений равноплотных суспензий. В действительности такой вывод представляет собой артефакт, связанный с полным пренебрежением тепловых движений, поскольку уже при очень малых (но отличных от нуля) Vg^* вертикальный поток суспензий, достаточно близких к равноплотным, устойчив. Это только что подробно обсуждалось в связи с фиг. 1.

Варьирование критерия Vi в (2.8) позволяет лучше понять влияние квазивязких напряжений на устойчивость ограниченного потока, что проиллюстрировано на фиг. 3. Вычисления проводились для фиксированных κ при разных значениях Vi . В интервале высоких концентраций пунктирные кривые построены для $\kappa = 2,4$ и по-прежнему соответствуют определению $\chi(\varphi)$ и $L(\varphi)$ по модели Энскога [6]. Кривые из сплошных и штриховых линий отвечают значениям $\kappa = 2,4$ и $0,5$ соответственно; они построены для случая Карнахэна—Старлинга [5]. По своему характеру они подобны кривым фиг. 2. Усиление роли напряжений приводит к расширению области устойчивости, что уже обсуждалось в связи с ролью масштабного фактора.

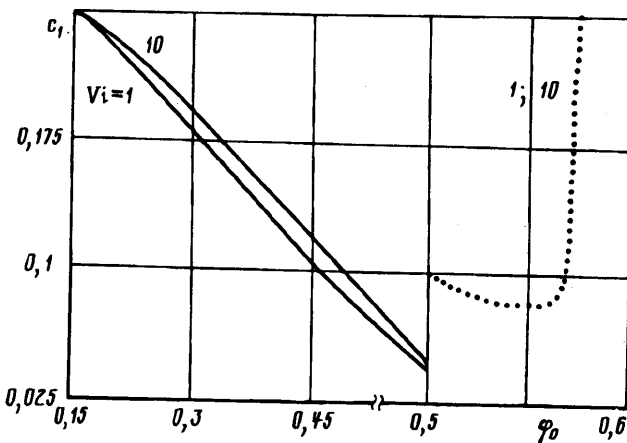
4. Волны максимального роста. На фиг. 4 представлены зависимости от концентрации безразмерного волнового числа k_{im} , доставляющего максимум мнимой части корня характеристического уравнения (2.6). Кривые построены для $\kappa = 3$ при разных значениях Vi (цифры у кривых). Внесенные выше поправки в модель [2] серьезно меняют характер зависимостей $k_{im}(\varphi_0)$ и обуславливают появление максимума на них. Эти максимумы, конечно, обусловлены тем, что k_{im} обращается в нуль на обеих границах области неустойчивости ($\varphi_0 \approx 0,15$ и $\approx 0,575$). Сплошные кривые на фиг. 5 относятся к модели [5], пунктирные — к модели [6].



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

Аналогичные зависимости для безразмерной частоты волн и фазовой скорости максимального роста и при тех условиях изображены на фиг. 5 и 6 соответственно. Наступление неустойчивости имеет монотонный, а не колебательный характер. В узких интервалах концентрации, примыкающих к ее значениям на ветвях кривых нейтральной устойчивости, частота волн максимального роста может быть аппроксимирована прямолинейными зависимостями типа полученных в экспериментах [7].

Скорость распространения волн максимального роста, направленная вдоль потока жидкости, т. е. вверх при $x = 1$, уменьшается от конечного значения на левой ветви кривой нейтральной устойчивости и достигает минимума при концентрации, очень близкой к концентрации плотной упаковки. Непосредственно за этим минимумом она крайне резко возрастает в практически бесконечно большое значение. Отметим, что в области очень высоких концентраций используемая здесь базовая модель бесстолкновительных суспензий вырождается — столкновения в этой области не могут быть несущественными, что фактически и учитывается в модели Энского. Поэтому указанное неограниченное увеличение скорости при $\varphi_0 \rightarrow \varphi_*$ можно, грубо говоря, интерпретировать как переход от

характерной скорости гидравлических возмущений в двухфазной дисперсной системе с подвижными фазами к скорости звука в системе с консолидированными частицами.

Нетрудно показать, что размерный инкремент нарастания возмущений $\chi \text{Im } \omega$, весьма быстро возрастает при переходе от взвесей частиц в газах к суспензиям тех же частиц в капельных жидкостях. Этот вывод неоднократно делался и ранее, начиная с [8, 9], и с ним обычно связывают дальнейшую судьбу нарастающих возмущений — приводит ли он к развитию пузырей, практически не содержащих частиц, как это обычно случается в слоях не слишком мелких частиц, ожимаемых газами, или же способствует установлению периодической системы стационарных слабонелинейных концентрационных волн, которые наблюдались для мелких частиц в капельных жидкостях, например [10]. Для рассмотренных здесь бесстолкновительных суспензий второй сценарий, соответствующий так называемому «мягкому» типу нарушения устойчивости, представляется более вероятным. Однако окончательные выводы об этом и о характеристиках возникающего в результате неустойчивости волнового режима можно сделать только на основе нелинейной теории устойчивости, построение которой не входило в задачу этой работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Batchelor G. K.* A new theory of the instability of a uniform fluidized bed // *J. Fluid Mech.* 1988. V. 193. P. 75—110.
2. *Бувевич Ю. А., Капбасов Ш. К.* Устойчивость мелкодисперсных вертикальных потоков // *Изв. РАН. МЖГ.* 1993. № 6. С. 57—66.
3. *Бувевич Ю. А.* Внутренние пульсации в потоках мелкодисперсных суспензий // *Изв. РАН МЖГ.* 1993. № 3. С. 91—100.
4. *Buyevich Yu. A.* A interphase interaction in fine suspension flow // *Chem. Engng Sci.* 1994.
5. *Carnahan N. F., Starling K. E.* Equation of state for non-interacting rigid spheres // *J. Chem. Phys.* 1969. V. 51. № 2. P. 635—637.
6. *Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р.* Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: Изд-во иностр. лит., 1961. 929 с.
7. *Ham J. M., Thomas S., Guazelli E. et al.* An experimental study of the stability of liquid-fluidized beds // *Int. J. Multiphase Flow.* 1990. V. 16. № 2. P. 171—185.
8. *Jackson R.* The mechanics of fluidized beds. Pt 1. The stability of the state of uniform fluidization // *Trans. Instn Chem. Engrs.* 1963. V. 41. № 1. P. 13—21.
9. *Pigford R. L., Baron T.* Hydrodynamic stability of a fluidized bed // *Ind. Engng Chem. Fund.* 1965. V. 4. № 1. P. 81—87.
10. *Didwania A. K., Homsy G. M.* Flow regimes and flow transitions in liquid fluidized beds // *Int. J. Multiphase Flow.* 1981. V. 7. № 6. P. 563—580.

Екатеринбург

Поступила в редакцию
22.XI.1993