

УДК 533.6.011.55:536.24

© 1994 г. И. Г. БРЫКИНА

О ТЕПЛООБМЕНЕ НА СТРЕЛОВИДНЫХ КРЫЛЬЯХ С ЗАТУПЛЕННОЙ ПЕРЕДНЕЙ КРОМКОЙ, ОБТЕКАЕМЫХ ГИПЕРЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ПОД УГЛОМ АТАКИ

Получено приближенное аналитическое решение для относительных тепловых потоков на боковой поверхности стреловидных крыльев бесконечного размаха, обтекаемых гиперзвуковым потоком вязкого газа под углами скольжения и атаки. На основании сравнения с численными решениями оценивается точность полученных формул.

При оценке тепловых потоков и сил вязкого трения на стреловидных крыльях большого удлинения такие крылья обычно рассматриваются как бесконечные цилиндрические тела, наклоненные к вектору скорости набегающего потока под углами атаки и скольжения. Первые исследования обтекания стреловидных крыльев проводились для случая больших чисел Рейнольдса, когда возмущенный поток можно разделить на внешнюю область невязкого течения и прилегающий к поверхности вязкий пограничный слой. Проблемы теплообмена крыльев с затупленными передними кромками в рамках теории пограничного слоя исследовались в [1—7]. В [1—4] рассматривались решения автомодельных уравнений в окрестности передней кромки, в [5—6] — течение около боковой поверхности скользящих эллиптических цилиндров, обтекаемых без угла атаки. Наиболее полно в рамках уравнений пограничного слоя эта задача рассматривалась в [7] для крыльев различных профилей, обтекаемых под углами атаки и скольжения.

В рамках модели гиперзвукового вязкого ударного слоя сверхзвуковое обтекание крыльев под углами атаки и скольжения при малых и умеренных числах Рейнольдса, когда вязкие эффекты существенны во всей области возмущенного течения от поверхности тела до ударной волны, рассматривалось в [8—11]. В рамках локально-автомодельного приближения уравнений Навье—Стокса обтекание крыльев бесконечного размаха в окрестности линии торможения рассматривалось в [12]. В [13] обтекание кругового скользящего цилиндра исследовалось в рамках модели полных уравнений вязкого ударного слоя.

Почти во всех работах (кроме [7, 8]), посвященных определению теплопередачи на боковой поверхности стреловидных крыльев, проводились лишь численные исследования. Однако для инженерной практики важное значение имеет получение достаточно точных и простых аналитических решений для расчета тепловых потоков. В [7] получена формула для величины теплового потока, отнесенного к его значению в точке торможения, в рамках модели пограничного слоя. Однако при расчете по этой формуле необходимо знать параметры внешнего невязкого обтекания крыла. В [8] получено приближенное аналитическое решение для теплового потока в рамках модели гиперзвукового вязкого ударного слоя, там также получено решение для распределений температуры, давления, формы ударной волны и коэффициентов трения. Однако это решение, применимое только для небольших чисел Рейнольдса $Re \leq 100$, получено в локально-автомодельном приближении и достаточно громоздко.

В данной работе для распределения относительного теплового потока по поверхности крыла с затупленной передней кромкой получено простое анали-

тическое выражение путем применения метода последовательных приближений [14, 15] к решению уравнений гиперзвукового вязкого ударного слоя. Преимущество этого выражения в том, что оно зависит только от геометрических параметров (формы профиля крыла и угла скольжения) и от температуры поверхности и обладает вполне удовлетворительной точностью при числах $Re \geq 50$. Эта оценка получена путем сравнения с численными решениями как уравнений гиперзвукового вязкого ударного слоя, так и уравнений пограничного слоя, проведенного для крыльев различной формы и разных углов скольжения и атаки.

1. Рассмотрим обтекание гиперзвуковым потоком вязкого однородного газа гладких затупленных осесимметричных тел под нулевым углом атаки и стреловидных крыльев бесконечного размаха под различными углами атаки.

Система координат x, y, z связана с обтекаемой поверхностью следующим образом: yR_0 — расстояние вдоль внешней нормали к поверхности, R_0 — радиус кривизны в критической точке; xR_0 — расстояние вдоль контура тела от точки торможения; zR_0 — координата вдоль размаха крыла; $\kappa = 1/R$ — продольная кривизна поверхности, R — радиус кривизны контура. Для осесимметричных тел α — угол между нормалью к поверхности и скоростью потока на бесконечности V_∞ . Для цилиндрических тел α — угол между нормалью к контуру крыла и проекцией вектора скорости набегающего потока V_∞ на плоскость, перпендикулярную образующей: $U_\infty = V_\infty \cos \varphi$, где φ — угол скольжения ($\varphi = 0$ в осесимметричном случае).

Уравнения гиперзвукового вязкого ударного слоя в выбранной системе координат имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho u r^2) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v r^2) = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{Re} \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{Re} \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{u^2 \rho}{R}$$

$$\rho \left(u \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\mu}{\sigma Re} \left(\frac{\partial H}{\partial y} + (\sigma - 1) \frac{\partial}{\partial y} (u^2 + w^2) \right) \right]$$

$$p = \varepsilon \rho T, \quad \mu = T^\omega, \quad \varepsilon = \frac{\gamma - 1}{2\gamma}$$

$$Re = \frac{\rho_\infty V_\infty R_0}{\mu(T_0)}, \quad T_0 = \frac{V_\infty^2}{2c_p}$$

Здесь $V_\infty u$, $V_\infty v$, $V_\infty w$ — компоненты вектора скорости ($w \equiv 0$ в осесимметричном течения), $\rho_\infty V_\infty^2 p$ — давление, $\rho_\infty \rho$ — плотность, TT_0 — температура, $V_\infty^2 H/2$ — полная энтальпия, $\mu(T_0)$ — коэффициент вязкости, γ — отношение удельных теплоемкостей, Re — число Рейнольдса, σ — число Прандтля; $v = 1$ в осесимметричном случае и $v = 0$ для крыльев; r — расстояние от точки на поверхности до прямой, проходящей через критическую точку и параллельной U_∞ . Индексом ∞ отмечены значения величин в невозмущенном потоке.

Численные расчеты системы уравнений вязкого ударного слоя, проведенные с различными граничными условиями, показали следующее. При $Re \geq 50$ распределение по поверхности величины теплового потока, отнесенного к его

значению в точке торможения, рассчитанное с использованием модифицированных соотношений Ренкина—Гюгонио на ударной волне и граничных условий на поверхности тела, учитывающих скорость скольжения и скачок температуры, практически совпадает с соответствующим распределением, рассчитанным с использованием обычных соотношений Ренкина—Гюгонио и условий прилипания и заданной температуры на теле. Таким образом, для того чтобы найти распределение относительного теплового потока, можно использовать следующие граничные условия.

На ударной волне — соотношения Ренкина—Гюгонио

$$y = y_s(x): \rho v - \rho u \frac{\partial y_s}{\partial x} = -\cos \varphi \cos \alpha, \quad p = \cos^2 \varphi \cos^2 \alpha \quad (1.2)$$

$$u = \cos \varphi \sin \alpha, \quad w = \sin \varphi, \quad H = 1$$

На поверхности тела — условия прилипания и заданной температуры

$$y = 0: u = w = v = 0, \quad T = T_w \quad (1.3)$$

Система уравнений (1.1) с граничными условиями (1.2), (1.3) преобразовывалась к новым переменным типа переменных Дородницына и новым искомым функциям

$$\xi = x, \quad \eta = \frac{1}{\Delta} \int_0^y \rho dy_s, \quad \Delta = \int_0^{y_s} \rho dy_s \quad (1.4)$$

$$p = \cos^2 \varphi p', \quad u = \cos \varphi \sin \alpha u', \quad v = -\cos \varphi \cos \alpha v'$$

$$w = \sin \varphi w', \quad H = H_w + (1 - H_w) g$$

и решалась интегральным методом последовательных приближений (ниже штрих у u' , w' , p' опущен).

2. Метод последовательных приближений был впервые предложен для задач пограничного слоя в [14]. Затем в [15, 8] был разработан аналогичный метод для решения задач теории вязкого ударного слоя.

Кратко метод заключается в следующем. Уравнения импульсов и энергии интегрируются 2 раза по поперечной координате η (от η до 1 и 0 до η) с учетом граничных условий. Для решения получившейся в результате системы интегродифференциальных уравнений строится итерационный процесс, в котором каждое последующее приближение для искоемых функций выражается через интегралы от предыдущего приближения. Для того чтобы все приближения удовлетворяли граничным условиям как на теле, так и на ударной волне, на каждом шаге итерационного процесса вводятся дополнительные управляющие функции $\Delta_i(x)$ ($i = u, w, H$), для которых получаются обыкновенные дифференциальные уравнения. Общий вид итерационного процесса приведен в [8]. Задавая каким-либо способом нулевое приближение, с помощью соотношений (2.1)—(2.5) [8], можно определить все последующие приближения для компонент скорости, энтальпии, температуры, давления, плотности, коэффициентов трения и числа Стантона.

Отметим, что в [8] исследования проводились для области малых чисел Рейнольдса с учетом обобщенных условий Ренкина—Гюгонио на ударной волне, а также условий скольжения и скачка температуры на теле. В случае таких граничных условий уравнения для управляющих функций сводятся к уравнениям Рикатти, не допускающим аналитического решения. Поэтому в [8] уравнения для функций $\Delta_u, \Delta_w, \Delta_H$ решались в локально-автомодельном приближении, т. е. без учета членов с производными $d\Delta_i/d\xi$. В первом приближении метода было получено аналитическое решение для всех газодинамических функций, в частности для теплового потока. Однако это решение, во-первых, очень громоздко (и включает в себя решение алгебраического уравнения 5-й степени), во-вторых, получено в локально-автомодельном приближении и, в-третьих, обладает удовлетворительной точностью только при небольших числах Рейнольдса ($Re \leq 100$), с увеличением Re его точность ухудшается.

Использование в данной работе обычных соотношений Ренкина—Гюгонио и условий прилипания позволило упростить уравнения для управляющих функций,

проинтегрировать их и таким образом найти не локально-автомодельное решение и получить простую формулу для числа Стантона

$$C_H = q / (\rho_\infty V_\infty (H_w^* - H_\infty^*)), \quad q = \lambda \frac{\partial T^*}{\partial y^*}$$

$$C_H = \frac{\mu \rho}{\Delta \sigma \text{Re}} \left(\frac{\partial g}{\partial \eta} - 2 \cos^2 \varphi \sin^2 \alpha u \frac{\partial u}{\partial \eta} - 2 \sin^2 \varphi w \frac{\partial w}{\partial \eta} \right)$$

Здесь индексом «*» отмечены размерные величины.

В случае использования граничных условий (1.2), (1.3), $(n+1)$ -е приближение для C_H будет выражаться через решение в (n) -м приближении следующим образом:

$$C_H^{(n+1)} = \Delta_H^{(n+1)} \frac{\sin \alpha}{\xi} \left[\beta_w \theta_0(g^n) + \xi \frac{\partial}{\partial \xi} \theta_0(g^n) \right] + \sin \alpha \frac{d}{d\xi} \Delta_H \theta_0(g^n) \quad (2.1)$$

$$\beta_w = \xi \left(\frac{\text{ctg } \alpha}{R} + \frac{v \cos \alpha}{r} \right)$$

Функция $\Delta_H^{(n+1)}$ находится из уравнения

$$\Delta_H^{(n+1)} \frac{d}{d\xi} \Delta_H^{(n+1)} \xi A_s(g^n) + \Delta_H^{(n+1)2} (\beta_w A_s(g^n) + C_s(g^n)) = b \quad (2.2)$$

$$b = 1 - \frac{1 - \sigma}{1 - H_w} (\sin^2 \varphi + \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi)$$

$$A_s(g^n) = K \int_0^1 [U^n (1 - g^n) + \theta(g^n)] \frac{1}{\mu^n \rho^n} d\eta \quad (2.3)$$

$$C_s(g^n) = \xi K \int_0^1 [(1 - g^n) \frac{\partial}{\partial \xi} f^n + \frac{\partial}{\partial \xi} \theta(g^n)] \frac{1}{\mu^n \rho^n} d\eta$$

$$\theta(g^n) = \int_\eta^1 (1 - g^n) u^n d\eta, \quad f^n = \int_0^\eta u^n d\eta, \quad \theta_0(g^n) = \int_0^1 (1 - g^n) u^n d\eta$$

$$f_s^n = \int_0^1 u^n d\eta, \quad K = \frac{\sigma \text{Re} \cos \varphi \sin \alpha}{\xi}, \quad \rho^n = \frac{\cos^2 \varphi \rho^*}{\varepsilon T^*}$$

$$p^n = \cos^2 \alpha - \frac{r \sin \alpha}{f_s^n R (1 + v)} \int_\eta^1 (u^n)^2 d\eta$$

Зададим нулевое приближение в виде

$$u^0 = a(\xi) \chi(\eta), \quad w^0 = c(\xi) \chi(\eta), \quad g^0 = b(\xi) \chi(\eta)$$

где функция $\chi(\eta)$ пока произвольная, но такая, что $\chi(1) = 1$, $\chi(0) = 0$; $a(\xi)$, $b(\xi)$, $c(\xi)$ находятся из условий удовлетворения начального приближения граничным условиям. Учитывая (1.2) и (1.4), получим, что $a = b = c = 1$, т. е.

$$u^0 = w^0 = g^0 = \chi(\eta) \quad (2.4)$$

При таком нулевом приближении θ_0 и f не зависят от ξ , $C_s^0 = 0$. Поэтому первое приближение для числа Стантона имеет вид (здесь и далее индексы l и 0 , обозначающие номер приближения, опускаем, $\omega = 1/2$)

$$C_H = \theta_0 \frac{\sin \alpha}{\xi} \left[\beta_w \Delta_H + \xi \frac{d}{d\xi} \Delta_H \right] \quad (2.5)$$

где Δ_H определяется из уравнения (2.2). Введем функцию $\delta = \Delta_H^2$. Комбинируя (2.2) и (2.5), получим

$$C_H = \frac{\theta_0 \sin \alpha b}{\xi A_s \delta^{1/2}}$$

$$\frac{d\delta}{d\xi} + \frac{2\beta_w}{\xi} \delta = \frac{2b}{\xi A_s} \quad (2.6)$$

Для величины теплового потока, отнесенного к его значению в точке торможения, имеем

$$\frac{q}{q_0} = \frac{C_H}{C_{H_0}} = \frac{\sin \alpha b A_{s,0} \delta_0^{1/2}}{\xi A_s \delta^{1/2} b_0} \quad (2.7)$$

Здесь и далее индекс «ноль» относится к величинам в точке торможения. Решение уравнения (2.6) имеет вид

$$\delta = \exp \left(-2 \int_0^\xi \frac{\beta_w}{\xi} d\xi \right) \left[\int_0^\xi \frac{2b}{\xi A_s} \exp \left(2 \int_0^\xi \frac{\beta_w}{\xi} d\xi \right) d\xi \right]$$

Учитывая, что

$$\frac{\beta_w}{\xi} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{R} + \frac{v \cos \alpha}{r}, \quad dr = \cos \alpha d\xi, \quad d\xi = R d\alpha$$

получим

$$\int_0^\xi \frac{\beta_w}{\xi} d\xi = \ln \sin \alpha + v \ln r$$

Тогда решение для δ представим в виде

$$\delta(\xi) = \frac{2}{\sin^2 \alpha r^{2v}} \int_0^\xi \frac{b \sin^2 \alpha r^{2v}}{\xi A_s} d\xi \quad (2.8)$$

$$\delta_0 = \delta(0) = \frac{b_0}{(1+v) A_{s,0}}$$

Для q/q_0 из (2.7) получим

$$\frac{q}{q_0} = \sin^2 \alpha r^v b A_{s,0}^{1/2} \left\{ \xi A_s \left[2(1+v) b_0 \int_0^\xi b \sin^2 \alpha r^{2v} \xi^{-1} A_s^{-1} d\xi \right]^{1/2} \right\}^{-1} \quad (2.9)$$

Выражение для теплового потока (2.8) зависит от выбора начального приближения через единственную функцию $A_s(\xi)$, которая определяется с помощью соотношений (2.3). Если задать давление по формуле Ньютона $p = \cos^2 \alpha$, можно получить для любого начального приближения (2.4)

$$A_s(\xi) = \sigma \varepsilon \operatorname{Re} \cos \varphi (1 - H_w)^{1/2} \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha \xi} \Phi = A_{s,0} \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha \xi}$$

где Φ — некоторая константа, зависящая от конкретного вида нулевого приближения. При этом при определении относительного теплового потока Φ сокращается

$$\frac{q}{q_0} = r^\nu \cos^2 \alpha \sin \alpha b [2 (1 + \nu) b_0 \int_0^\xi b \cos^2 \alpha \sin \alpha r^{2\nu} d\xi]^{-1/2} \quad (2.10)$$

Таким образом, при задании давления по формуле Ньютона решение для относительного теплового потока в первом приближении (2.10) не зависит от вида нулевого приближения, т. е. функции $\chi(\eta)$.

Если учитывать отличие распределения давления от ньютоновского (т. е. определять давление из последнего уравнения (2.3)), то необходимо конкретизировать вид начального приближения. Задавая его в виде линейной функции $\chi(\eta) = \eta$, из (2.3) получаем

$$A_s(\xi) = \frac{2}{27} \sigma \varepsilon \operatorname{Re} \cos \varphi (1 - H_w)^{1/2} \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha \xi} \lambda, \quad \lambda = 1 + \frac{8}{15} \frac{r \sin \alpha}{R \cos^2 \alpha (1 + \nu)}$$

Выражение для теплового потока имеет вид

$$\frac{q}{q_0} = r^\nu \cos^2 \alpha \sin \alpha b \left\{ \lambda [2 (1 + \nu) b_0 \int_0^\xi \lambda^{-1} b \cos^2 \alpha \sin \alpha r^{2\nu} d\xi]^{1/2} \right\}^{-1} \quad (2.11)$$

Распределение q/q_0 вдоль поверхности стреловидного крыла имеет вид

$$\frac{q}{q_0} = \cos^2 \alpha \sin \alpha b \left\{ \lambda [2 b_0 \int_0^\xi \lambda^{-1} b \cos^2 \alpha \sin \alpha d\xi]^{1/2} \right\}^{-1} \quad (2.12)$$

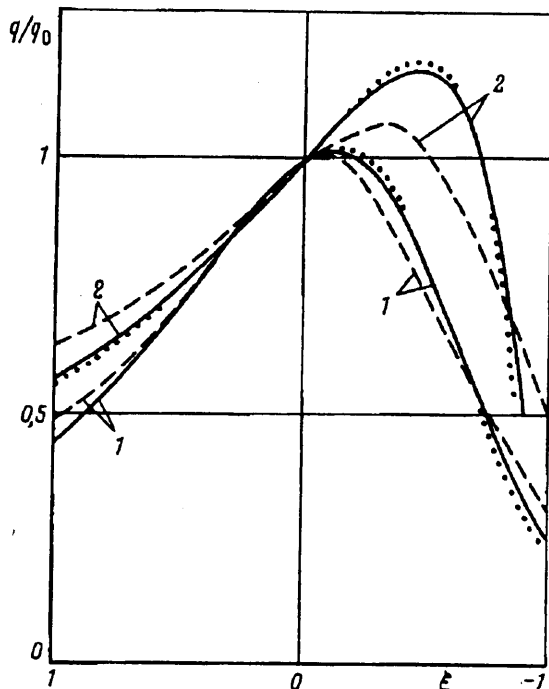
Эта формула носит инвариантный характер и не зависит от выбора системы координат. Множитель λ учитывает отличие распределения давления от ньютоновского ($\lambda = 1$).

3. Из полученного приближенного решения для q/q_0 следует, что при умеренных и больших числах Re ($\operatorname{Re} \geq 50$) величина относительного теплового потока на боковой поверхности крыла перестает зависеть от числа Re (при малых Re такая зависимость является существенной). Это подтверждается и результатами численных расчетов как уравнений тонкого вязкого ударного слоя, так и уравнений полного вязкого ударного слоя.

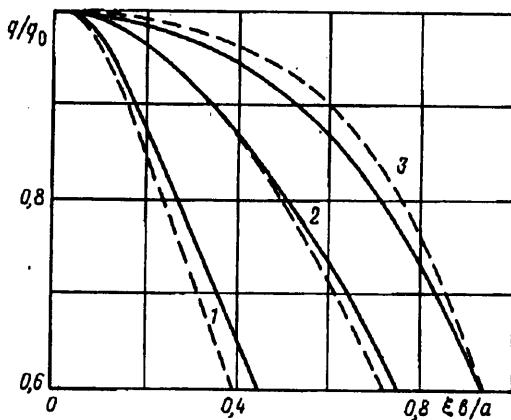
Результаты расчетов показали, что распределение относительного теплового потока слабо зависит от величины угла скольжения φ , по крайней мере при $\varphi \leq 45^\circ$. Так, результаты расчетов с $\varphi = 0$ и 45° для гиперболического (при $\xi \leq 3$), параболического (при $\xi \leq 3$) и кругового ($\alpha \leq 60^\circ$) цилиндров отличались не более чем на 8%. Этот же вывод следует из анализа результатов расчетов полного вязкого ударного слоя для кругового цилиндра [13] и уравнений пограничного слоя [7]. Отметим также, что для холодной стенки ($T_w < 0,5$) влияние температуры стенки T_w на распределение q/q_0 слабое (для пограничного слоя это было показано в [7]). Поэтому для расчета относительного теплового потока применима более простая формула

$$\frac{q}{q_0} = \cos^2 \alpha \sin \alpha \left\{ \lambda [2 \int_0^\xi \lambda^{-1} \cos^2 \alpha \sin \alpha d\xi]^{1/2} \right\}^{-1} \quad (3.1)$$

Оценка точности полученных формул для тепловых потоков проводилась систематическим сравнением результатов, полученных с их помощью, с результатами численного решения уравнений вязкого ударного слоя и уравнений пограничного слоя в диапазоне изменения угла скольжения $0 \leq \varphi \leq 45^\circ$, угла атаки $0 \leq \theta \leq 45^\circ$ и для различных форм профиля крыла. Некоторые примеры сравнения приведены на фиг. 1—4 ($\sigma = 0,7 - 0,75$, $\gamma = 1,2 - 1,67$).



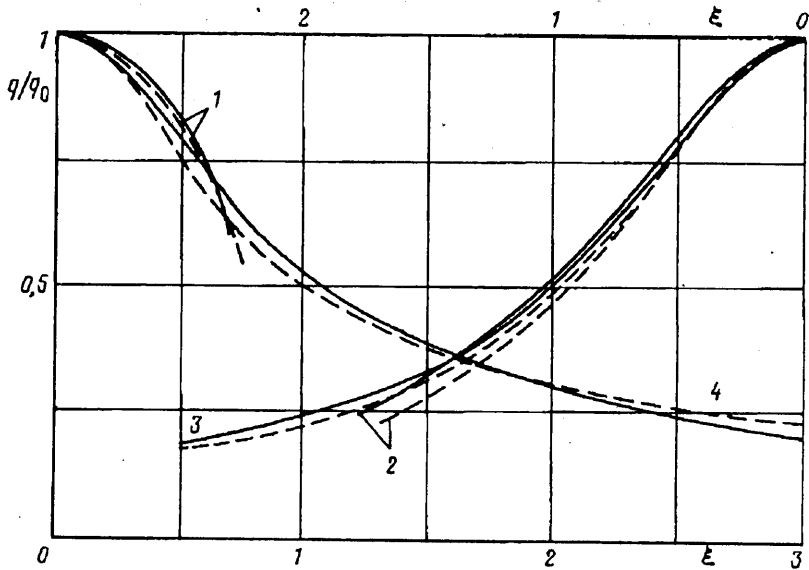
Фиг. 1



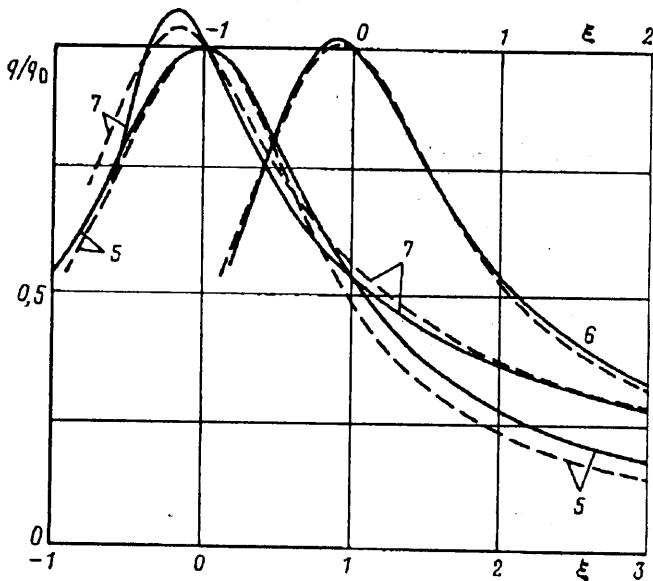
Фиг. 2

Сравнение с численным решением уравнений тонкого вязкого ударного слоя [9] представлено на фиг. 1 для параболического цилиндра, обтекаемого под углами атаки $\theta = 15^\circ$ (1) и 45° (2). Штриховые кривые — расчет по (3.1), сплошные и пунктирные кривые — численное решение при $Re = 50, 5000$ соответственно, $\varphi = 0, H_w = 0,1$.

Фигура 2 демонстрирует сравнение аналитического решения (2.10) (штриховые кривые) с результатами [5] (сплошные кривые), где рассчитывались уравнения пограничного слоя на эллиптических цилиндрах, обтекаемых без угла атаки. Кривые 1—3 соответствуют отношению полуосей эллиптического сечения $b/a = 0,5; 1; 1,5$. Угол скольжения $\varphi = 0, H_w = 0,05$.

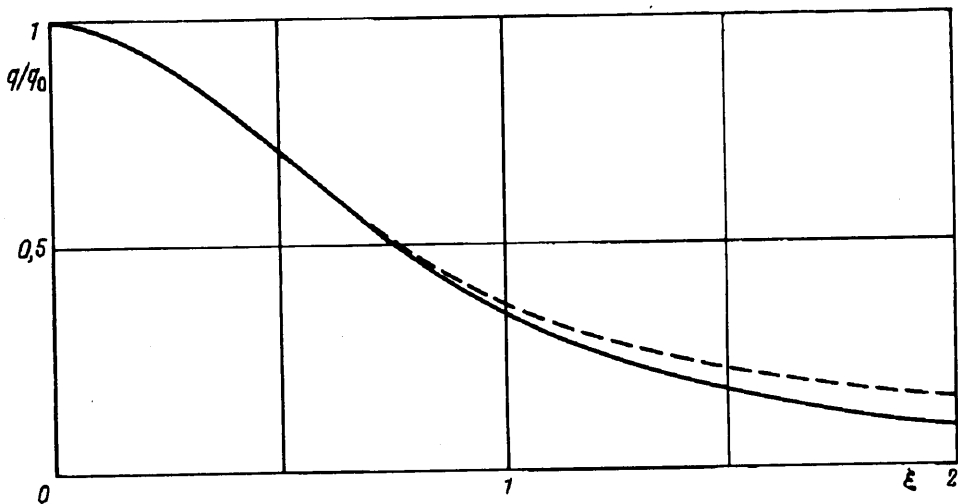


Фиг. 3



Фиг. 4

На фиг. 3, 4 проводится сравнение аналитического решения (штриховые кривые) с точным численным решением уравнений пограничного слоя (сплошные кривые) для кругового (кривые 1), эллиптических (2, 3), гиперболического (4) и параболического (5, 6, 7) профилей крыла. Угол скольжения $\varphi = 45^\circ$, $H_w = 0,03$. Эллиптические цилиндры с отношением полуосей $b/a = 0,5$ (2) и $0,2$ (3) и гиперболический цилиндр обтекались без угла атаки (фиг. 3), параболический — под углами атаки $\theta = 0$ (5), 15 (6) и 30° (7). Расчет q/q_0 во всех этих случаях проводился при задании давления по формуле Ньютона ($\lambda = 1$), так как при этом же распределении давления проводились расчеты уравнений пограничного слоя.



Фиг. 5

телах для ламинарных безотрывных режимов течения при числах $Re \leq 50$, углах атаки и углах скольжения $\leq 45^\circ$.

В ряде работ [16—18] показано, что при обтекании затупленных тел, как осесимметричных, так и пространственных, сверхзвуковым потоком химически реагирующего газа распределение теплового потока, отнесенного к его значению в критической точке, вдоль идеально каталитической поверхности почти не зависит от характера протекания химических реакций внутри ударного слоя и слабо отличается от распределения, имеющего место в потоке однородного газа. Поэтому полученными формулами можно пользоваться и для расчета относительных тепловых потоков как для замороженных, так и для химически равновесных и неравновесных течений в случае идеально каталитической поверхности крыла. Это подтверждается и проведенными сравнениями с данными [10] (фиг. 5). Результаты расчета по формуле (2.12) (штриховые кривые) хорошо согласуются с результатами численного расчета обтекания параболического крыла на высоте 90 км потоком воздуха со скоростью 7,81 км/с (сплошные кривые) при нулевом угле атаки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Beckwith I. E. Similar solutions for the compressible boundary layer on a yawed cylinder with transpiration cooling // NASA. TR. 1959. R-42. 37 p.
2. Beckwith I. E., Gallagher J. J. Local heat transfer and recovery temperatures on a yawed cylinder at a Mach number of 4.15 and high Reynolds numbers // NASA. TR. 1961. R-104. 25 p.
3. Турский Г. А. Разрушение передней кромки стреловидного крыла в гиперзвуковом потоке // ПМТФ. 1961. № 6. С. 54—68.
4. Турский Г. А. Теплопередача в окрестности передней кромки наклонного к потоку бесконечно длинного цилиндра, обтекаемого диссоциированным воздухом // Изв. АН СССР. Сер. мех. и машиностр. 1962. № 6. С. 125—130.
5. Башкин В. А. Ламинарный пограничный слой на бесконечно длинных эллиптических цилиндрах при произвольном угле скольжения // Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 5. С. 76—82.
6. Баринов В. А. Расчет ламинарного пограничного слоя на скользящем крыле методом интегральных соотношений // Уч. зап. ЦАГИ. 1972. Т. 3. № 5. С. 9—15.
7. Брыкина И. Г., Гершбейн Э. А., Пейгин С. В. Ламинарный пограничный слой на стреловидных

- крыльях бесконечного размаха, обтекаемых под углом атаки // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 3. С. 27—39.
8. Брыкина И. Г., Гершбейн Э. А. Гиперзвуковой вязкий ударный слой на стреловидных крыльях бесконечного размаха, обтекаемых под углом атаки // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 2. С. 91—102
 9. Гершбейн Э. А., Щелин В. С., Юницкий С. А. Численное исследование гиперзвукового вязкого ударного слоя на крыльях бесконечного размаха, обтекаемых под углами атаки и скольжения // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 2. С. 104—108.
 10. Гершбейн Э. А., Щелин В. С., Юницкий С. А. Гиперзвуковой химически неравновесный вязкий ударный слой на крыльях с каталитической поверхностью // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 6. С. 127—135.
 11. Ботин А. В., Гусев В. Н., Провоторов В. П. Гиперзвуковое обтекание затупленных кромок при малых числах Рейнольдса // ПМТФ. 1989. № 4. С. 161—168.
 12. Гершбейн Э. А., Щербак В. Г. К исследованию обтекания крыльев бесконечного размаха гиперзвуковым потоком разреженного газа // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 3. С. 150—154.
 13. Вершинин И. В., Тирский Г. А., Утюжников С. В. Сверхзвуковое ламинарное обтекание наветренной части скользящих крыльев бесконечного размаха в широком диапазоне чисел Рейнольдса // Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 4. С. 40—44.
 14. Ковач Э. А., Тирский Г. А. Применение метода последовательных приближений к интегрированию уравнений пограничного слоя // Докл. АН СССР. 1970. Т. 190. № 1. С. 61—64.
 15. Брыкина И. Г. Интегрирование уравнений гиперзвукового вязкого ударного слоя методом последовательных приближений // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1978. Т. 18. № 1. С. 154—166.
 16. Kemp N. H., Rose P. H., Detra R. W. Laminar heat transfer around blunt bodies in dissociated air // J. Aerospace Sci. 1959. V. 26. № 7. P. 421—430.
 17. Мурзинов И. Н. Ламинарный пограничный слой на сфере в гиперзвуковом потоке равновесно диссоциирующего воздуха // Изв. АН СССР. МЖГ. 1966. № 2. С. 184—188.
 18. Брыкина И. Г., Русаков В. В., Щербак В. Г. Приближенные формулы для тепловых потоков к идеально каталитической поверхности в окрестности плоскости симметрии // ПММ. 1989. Т. 53. № 6. С. 956—962.

Москва

Поступила в редакцию
15.11.1993