

УДК 533.6.011.5

© 1994 г. У. Г. ПИРУМОВ

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ИЗОЭНТРОПИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛЕ ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ И В ПРИМЫКАЮЩЕМ СОПЛЕ ЛАВАЛЯ. СРАВНЕНИЕ С ЧИСЛЕННЫМИ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ

Приведено аналитическое исследование плоского сверхзвукового течения, основанного на использовании инвариантов Прандтля — Мейера. Рассмотрено течение как в канале постоянного сечения, так и в примыкающем к нему сопле Лавалья с угловой точкой. Представлено сравнение аналитических результатов с численными и экспериментальными данными.

В настоящее время выполнено несколько расчетных [1—3] и экспериментальных [3—7] исследований плоских течений в канале постоянного сечения. В [8] выполнено аналитическое исследование течения с использованием плоскости годографа.

1. В плоском сверхзвуковом изоэнтропическом течении существует два семейства характеристик, для которых имеют место соотношения

$$f(M) \mp \theta = C_{1,2}, \quad f(M) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \arctg \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1} (M^2 - 1)} - \arctg \sqrt{M^2 - 1} \quad (1.1)$$

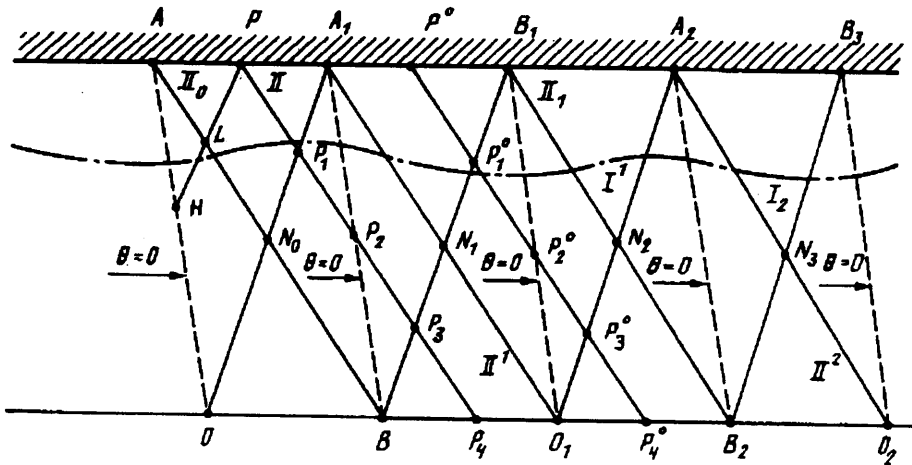
$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}(\theta \pm \alpha), \quad \arcsin \alpha = \frac{1}{M} \quad (1.2)$$

Здесь θ — угол наклона вектора скорости к оси x , $f(M) = \psi$ — угол Прандтля — Мейера, M — число Маха, γ — показатель адиабаты, верхний знак относится к характеристикам первого семейства. Константы C_1 и C_2 , вообще говоря, различны на различных характеристиках.

Пусть в канал постоянного сечения втекает неравномерный сверхзвуковой изоэнтропический поток с известными параметрами. Верхняя граница рассматриваемой области течения — жесткая стенка, нижняя — либо жесткая стенка, либо ось симметрии. Примем, что в потоке существует линия $\theta = 0$, на которой вектор скорости в любой точке параллелен верхней и нижней границам канала. Ниже показано, что в рассматриваемом течении такая линия всегда существует. Изучим трансформацию течения вниз по потоку от этой линии.

Схема течения представлена на фиг. 1. Здесь характеристики первого и второго семейства помечены цифрами I и II, нижние и верхние индексы относятся к характеристикам, отражающимся от границ, линия $\theta = 0$ — штриховая, а линия тока — шрихпунктирная. Примем, что распределение числа M вдоль АО монотонно и $M_A > M_O$. В частности, M_O может быть равно единице, что имеет место в трансзвуковой области сопел [9].

Точки A и O — точки пересечения линии $\theta = 0$ с верхней (стенкой) и нижней



Фиг. 1

границей. Назовем характеристики первого и второго семейства, порожденные последовательным отражением характеристик OA_1 (верхний индекс) и AB (нижний индекс), особыми. На особых характеристиках будут иметь место разрывы нормальных производных.

Так как в точках $O, A_1, O_1 \dots A_i O_i, \theta = 0$, то, используя последовательно инварианты (1.1) вдоль характеристик I', II' , получим

$$f(M_o) = f(M_{A1}) = f(M_{O1}), \dots = f(M_{oi})$$

т. е. в точках A_i и $O_i, M = M_o$.

Аналогично в точках B_i число Маха равно M_A . Таким образом, в точках пересечения с верхней и нижней границами особых характеристик первого и второго семейств, порожденных характеристикой OA_1 , число $M = M_o$, а порожденных $AB - M = M_A$.

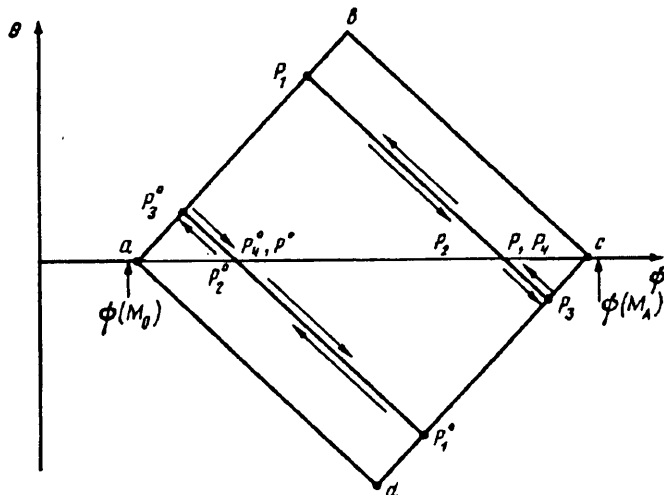
Рассмотрим произвольную характеристику первого семейства PH , исходящую из точки H на линии $\theta = 0$ и пересекающую контур в точке $P, P \in [AA_1]$. Так как в точке $P, \theta = 0$, то $f(M_p) = f(M_H)$ и $M_p = M_H$. Поскольку, согласно сделанным предложениям, M монотонно убывает от точки A до точки O , то при перемещении A до точки A_1 вдоль контура число Маха монотонно убывает от M_A до M_o . Аналогичные рассуждения показывают, что на участке $A_1 B_1$ число Маха монотонно возрастает от M_o в точке A_1 до M_A в точке B_1 .

Из представленных выше соображений следует, что на контуре между точками B_1 и A_2 число M убывает от M_A до M_o , а между точками A_2 и B_1 возрастает от M_o до M_A и т. д. На нижней границе канала распределение числа Маха таково, что между точками O и B происходит монотонное ускорение потока от M_o до M_A , а на участке BO_1 торможение от M_o в точке B до M_A в точке O_1 и т. д.

Колебательный характер течения в канале постоянного сечения получен также в рамках метода малых возмущений для плоского и осесимметричного случаев в [10].

Приведенные выше качественные соображения не позволяют установить количественную картину течения в физической плоскости, в частности определить координаты точек A_i, B_i и O_i . Они могут быть определены лишь при численном расчете.

2. Обратимся теперь к анализу поля течения в канале. На всех характеристиках первого и второго семейств, расположенных вниз по потоку от характеристики AB , распределение параметров между верхней и нижней границами немонотонно.



Фиг. 2

Это свойство для угла наклона скорости θ следует из граничных условий $\theta = 0$. Из инвариантов (1.1) в силу условий $\theta = 0$ имеем равенство чисел Маха на верхней и нижней границах для заданной характеристики.

Как будет показано ниже, на характеристиках может быть одна или две точки экстремума.

Для качественного анализа поля течения воспользуемся плоскостью годографа, в которой координатами выберем угол наклона скорости θ и угол Прандтля — Мейера $\psi \equiv f(M)$. В координатах θ, ψ характеристики являются прямыми линиями, наклонными к осям координат под углом 45° (см. (1.1)). Плоскость годографа представлена на фиг. 2, где $a - b$ и $d - c$ — характеристики первого семейства, а $a - d$ и $b - c$ — второго. Так как $\theta_A = \theta_B = 0$, $M_A = M_B$, то на плоскости годографа точки A и B отображаются в одну точку c , аналогично точки A_1 и O — в точку a (фиг. 2). Для произвольной точки $L \in AB$ (аналогично $P_1 \in OA_1$) из (1.1) следует (фиг. 1)

$$\theta_L = 1/2 (f(M_A) - f(M_H))$$

Отсюда в силу монотонного роста числа M вдоль AO имеем $\theta_L > 0$ (аналогично $\theta_{P_1} > 0$).

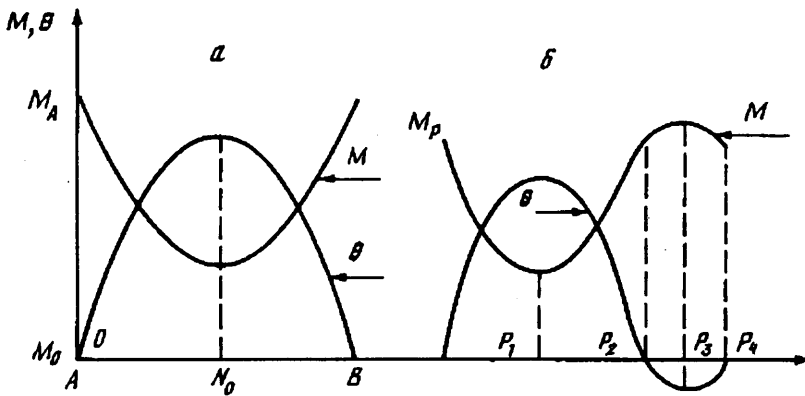
Таким образом, на характеристиках AB и OA_1 угол $\theta > 0$; при движении от точки A к точке B в физической плоскости в плоскости годографа происходит движение от точки c к точке b , а при движении от точки O к точке A_1 — от точки a к точке b . Характеристики AB и OA_1 пересекаются в точке N_0 , соответствующей точке b в плоскости годографа.

Аналогично можно показать монотонность измерения параметров на отрезках AN_0 и N_0B характеристики AB . Поскольку в точках A и B , а также O и A_1 θ и M равны, то точка N_0 является точкой экстремума для характеристик AB и OA_1 . Аналогичные рассуждения показывают, что все точки N_i (фиг. 1) являются точками экстремума. Из инвариантов (1.1) вдоль особых характеристик имеем в точках экстремума

$$\psi(N_i) = 1/2 (\psi(A) + \psi(O)), \quad |\theta(N_i)| = 1/2 (\psi(A) - \psi(O))$$

При этом для нечетных O_i угол $\theta < 0$.

Можно доказать, что изменения M и θ на всех характеристиках первого и



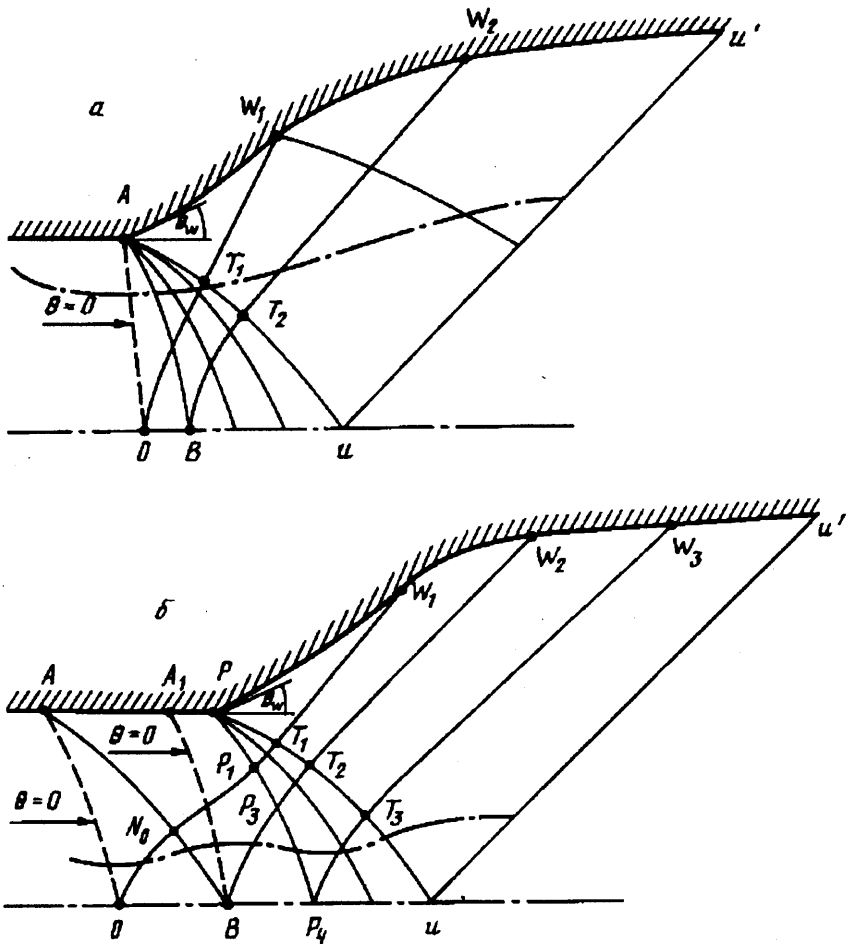
Фиг. 3

второго семейства таковы, что в точках пересечения их с особыми характеристиками достигаются экстремумы. Число экстремумов на характеристиках равно числу точек пересечений с особыми характеристиками, например (фиг. 1) на характеристике PH один экстремум, а на PP_4 два экстремума. Из приведенных выше рассуждений следует, что при движении от точки A до точки B в физической плоскости в плоскости годографа характеристика bc проходит дважды: $AN_0 (c - b)$, $N_0B (b - c)$. Аналогично дважды проходит характеристика OA_1 : $ON_0 (a - b)$, $N_0A_1 (b - a)$. Все особые характеристики в физической плоскости отображаются на характеристики $a - b$, $b - c$, $c - d$, $d - a$ в плоскости годографа и при движении вдоль них в физической плоскости в плоскости годографа они проходятся дважды.

Рассмотрим характеристики второго семейства A_1O_1 и первого семейства BB_1 . Не повторяя приведенного выше анализа, констатируем, что движение от точки A к точке N_1 и от N_1 к O_1 в физической плоскости соответствует в плоскости годографа движению точки $a - d - a$. Аналогично характеристика BB_1 соответствует в плоскости годографа характеристике $d - c$, которая проходится дважды. Точка N_1 является точкой экстремума на характеристиках A_1O_1 и BB_1 . Поскольку на характеристиках A_1O_1 и BB_1 угол $\theta < 0$, а на характеристиках OA_1 и AB угол $\theta > 0$, то в поле течения существует линия A_1B , на которой $\theta = 0$ (линия $\theta = 0$). В плоскости годографа линия A_1B есть отрезок оси абсцисс $a - c$. Положение линии $\theta = 0$ в физической плоскости можно определить только в результате численного решения. Из приведенного выше рассмотрения следует, что все поле течения в канале вниз по потоку от характеристики AB отображается в квадрат $a - b - c - d$ плоскости годографа. Максимальное и минимальное числа Маха в потоке равны M_A и M_O и достигаются они в дискретном числе точек на границах области. Слева от линии A_1B поток наклонен от оси ($\theta > 0$), а справа от нее до следующей линии $\theta = 0 - B_1O_1$ поток наклонен к оси ($\theta < 0$). В связи с этим волнообразный характер имеют линии тока в потоке между контуром и осью, при этом экстремумы на линиях достигаются на линиях $\theta = 0$ (фиг. 1).

3. Рассмотрим более детально качественное поведение параметров на характеристиках второго семейства в области ABB_2B_1 (фиг. 1).

В плоскости годографа характеристике AB соответствует характеристика $c - b$, приходимая дважды: $AN_0 (c - b)$, $N_0B (b - c)$, с экстремумом в точке N_0 . Качественное распределение числа M и угла θ на характеристике AB представлено на фиг. 3, а.



Фиг. 4

Рассмотрим теперь некоторую характеристику PP_4 , выходящую из точки P на контуре, которая находится на отрезке AA_1 . В плоскости годографа движение вдоль этой характеристики $P \rightarrow P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow P_3 \rightarrow P_4$ соответствует двукратному прохождению характеристики P_1P_3 , при этом точки P_1, P_2, P_4 соответствуют одной точке в плоскости годографа, в которой $\theta = 0$ (фиг. 1, 2). Качественное распределение параметров на этой характеристике представлено на фиг. 3, б. Имеют место два экстремума, соответствующие точкам пересечения характеристики PP_4 с особыми характеристиками OA_1 и BB_1 .

Аналогичный анализ позволяет получить распределение числа M и угла θ на характеристиках $OA_1, P^*P_4^*$ (фиг. 1).

Очевидно, что распределение параметров на характеристике B_1B_2 качественно повторяет распределение на характеристике AB .

Таким образом, выделено четыре различных типа поведения потока на характеристиках второго семейства в области ABB_2B_1 . Вдоль одной и той же характеристики могут существовать участки как торможения потока, так и ускорения и участки с положительными и отрицательными углами наклона скорости. Очевидно, что теми же свойствами будут обладать характеристики в областях $B_1B_2B_3B_4$ и т. д.

4. Рассмотрим течение в плоском сопле Лавала с угловой точкой (фиг. 4) в двух случаях, соответствующих различным типам распределения параметров на характеристиках второго семейства. На фиг. 4 сохранены обозначения характерных точек на оси и контуре, использованные на фиг. 1, угловые точки обозначены буквами A, P и соответственно замыкающие характеристики веера волны разрежения есть Au, Pu . Буквой T_i ($i = 1, 2$) обозначены точки пересечения замыкающей характеристики с характеристикой i -го семейства, выходящей из точки пересечения оси (точки O, O_1 или B) с линией $\theta = 0$. Точками T_3 обозначены точки пересечения замыкающей характеристики с характеристикой первого семейства, выходящей из точки пересечения оси со стартовой характеристикой второго семейства веера волн разрежения PP_4 . Для течения, изображенного на фиг. 4, a , точки T_2 и T_3 сливаются. При наличии угловой точки происходит разгон потока от опорной характеристики в веере волн разрежения; геометрия замыкающей характеристики веера волн разрежения и параметры на ней определяются заданием либо угла поворота вектора скорости в угловой точке θ_w , либо значением числа M на оси M° .

Примем, что поток в выходном сечении сопла параллелен оси с постоянным числом M° . Тогда на выходной характеристике uu' поток имеет угол $\theta = 0$ и $M = M^\circ$. Решая задачу Гурса между замыкающей характеристикой веера Au (Pu) и характеристикой uu' , можно определить линию тока, проходящую через угловую точку и точку u , и принять ее за контур сопла.

Течение между характеристикой uu' и замыкающей характеристикой веера волн разрежения есть простая волна, все характеристики T_i, W_i прямолинейны с постоянными параметрами на них.

Выпишем инварианты вдоль замыкающей характеристики веера волн разрежения, вдоль характеристики первого семейства, выходящей из точки O или B , или P_4 (фиг. 4), а также инвариант для первой характеристики в угловой точке

$$f(M) + \theta = f(M^\circ) \quad (4.1)$$

$$f(M_i) - \theta_i = f(M_X), \quad X = O, B, P_4 \quad (4.2)$$

$$f(M_w) - \theta_w = f(M_w) \quad (4.3)$$

Здесь M_w и θ_w — значения в угловой точке справа, M_w' — число Маха в угловой точке слева, M_i, θ_i ($i = 1, 2, 3, 4$) — значения в точках T_i, P_4 ; M_0 и M_B — числа Маха в точках O и B (фиг. 4, $a, б$).

Рассмотрим течение, изображенное на фиг. 4, a . В угловой точке A , учитывая, что $M_w' = M_A$, сложим (4.1) и (4.3)

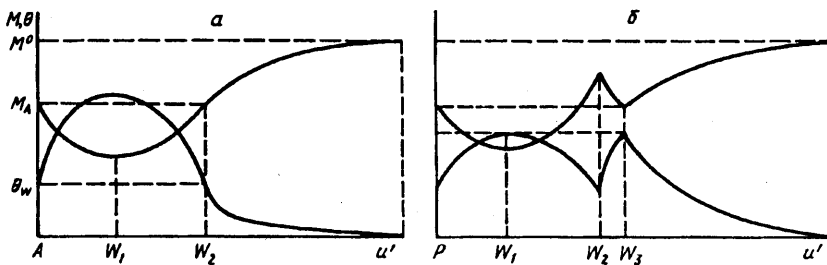
$$f(M_w) = \frac{1}{2} [f(M^\circ) + f(M_A)] \quad (4.7)$$

На характеристике W_1z имеет место соотношение (4.1), поскольку на характеристике uu' $\theta = 0$ и $M = M^\circ$. Применяя соотношения (4.1) и (4.2) при $X = O$ в точке T_1 , найдем

$$f(M_{w1}) = \frac{1}{2} [f(M^\circ) + f(M_O)] \quad (4.8)$$

Из сравнения (4.7) и (4.8) следует $M_w > M_{w1}$, т. е. при перемещении на контуре сопла от точки A до точки W_1 число Маха уменьшается. Если $M_w' = 1$, что имеет место в сопле с прямолинейной звуковой линией, то точка W_1 совпадает с точкой A и изменение газодинамических параметров на контуре сопла с угловой точкой происходит монотонно.

Сравним параметры в точках A_1, T_1 и T_2 . Поскольку течение вниз по потоку



Фиг. 5

от Au — простая волна, то $M_1 = M_{W_1} < M_w$. Сложив в точке T_2 соотношения (4.1) и (4.2) при $X = B$ с учетом, что $M_B = M_A$ (фиг. 4, а), получим

$$f(M_2) = \frac{1}{2} [f(M^*) + f(M_A)] \quad (4.9)$$

Поскольку $M_A < M^*$, то $M^* > M_2 > M_1$ и $M_{W_1} < M_{W_2} < M^*$. Напомним, что $M_2 = M_{W_2}$, $\theta_2 = \theta_{W_2}$.

Нетрудно показать, что на участке T_2u замыкающей характеристики от точки T_2 до точки u число Маха монотонно возрастает, а угол θ монотонно убывает. На характеристике BT_2 терпят разрывы нормальные производные к ней, т. к. она разделяет различные аналитические области течения: область веера волн разрежения ABT_2 и область течения BT_2u между характеристикой BT_2 и осью сопла. В связи с этим в точке W_2 на контуре будет иметь место разрыв производных параметров. Распределение чисел Маха и угла θ на контуре сопла, представленное на фиг. 5, а, имеет зону торможения AW_1 . Нетрудно показать, используя плоскость годографа, что немонотонность распределения параметров на контуре сопла есть следствие немонотонности распределения параметров на стартовой характеристике веера волн разрежения AB (фиг. 3, а), при этом характеристика ON_0T_1 по-прежнему является особой, на которой достигаются экстремум чисел M и θ , что и порождает наличие экстремума параметров на контуре сопла с угловой точкой.

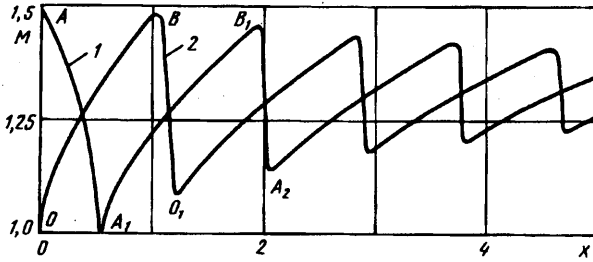
Таким образом, особенности распределения параметров на стартовых характеристиках определяют и аналогичные особенности в распределении параметров на контуре сопла. Из фиг. 4, а и 5, а очевидно, что если в качестве контура сопла выбрать линию тока, проходящую через точку экстремума T_1 , или линии тока, расположенные ниже этой точки, то распределение параметров на этих линиях тока будет монотонным.

Рассмотрим теперь течение, представленное на фиг. 4, б. Используя формулы (4.1)—(4.3) и имея в виду, что $M_p = M_A = M_w' < M_A$, нетрудно получить соотношение

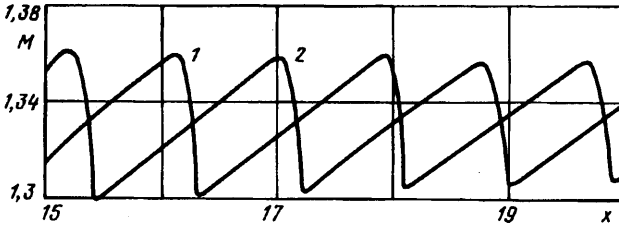
$$M_w > M_1, \theta_w < \theta_1, M_2 > M_w, \theta_2 < \theta_w, M_3 = M_w > M_1, \theta_3 = \theta_w < \theta_1$$

но $M_3 < M_2$, $\theta_3 > \theta_2$, так как $M_A < M_w'$ в силу расположения точки A (фиг. 1 и 2) и, наконец, $M_3 < M^*$.

Из представленных неравенств следует, что распределение параметров течения на замыкающей характеристике качественно повторяет распределение на характеристике PP_4^* до точки T_3 . Поскольку течение между характеристиками Pu и uu' — простая волна, то параметры в точках W_1 , W_2 , W_3 и u' равны соответственно параметрам в точках T_1 , T_2 , T_3 и u . Из сказанного следует, что распределение чисел Маха и угла наклона θ на контуре сопла для этого случая имеет вид, представленный на фиг. 5, б. Отметим нетривиальный характер течения с чередующимися зонами торможения и разгона потока с точками



Фиг. 6



Фиг. 7

разрыва производных в W_2 и W_3 . Монотонное возрастание чисел Маха вниз по потоку от замыкающей характеристики будет иметь место только на линиях тока, проходящих через точку T_3 и ниже ее.

Из представленного анализа следует сложный характер течения как в канале постоянного сечения, так и в примыкающем сопле Лавала. Основные результаты: колебательный характер распределения чисел M на контуре и оси, существование четырех типов характеристик с немонотонным распределением параметров на них. Распределение параметров на контуре сопла Лавала существенным образом зависит от положения угловой точки на стенке прямолинейного канала. Течение в канале постоянного сечения существенно отличается от одномерного, хотя геометрия канала полностью удовлетворяет определению, которое обычно используется для одномерных течений.

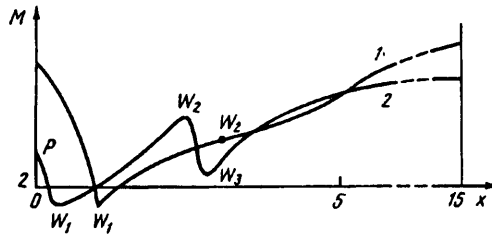
Выше при проведении аналитического исследования была использована, как и в [8], гипотеза об изоэнтропичности течения. Изоэнтропичность течения может быть нарушена из-за возникновения ударных волн. Прямые результаты расчетов поля течения показывают, что в рассмотренных ниже случаях ударная волна возникает в окрестности характеристики AB .

В связи с неизоэнтропичностью течения возникает естественный вопрос о правомерности анализа, проведенного в предположении изоэнтропичности. Полученное выше решение нужно рассматривать как нулевое нелинейное приближение с постоянной энтропией, имея в виду, что более точное решение можно получить либо численным методом, либо методом малых возмущений, при этом в качестве малого параметра можно использовать среднее отклонение энтропии от константы.

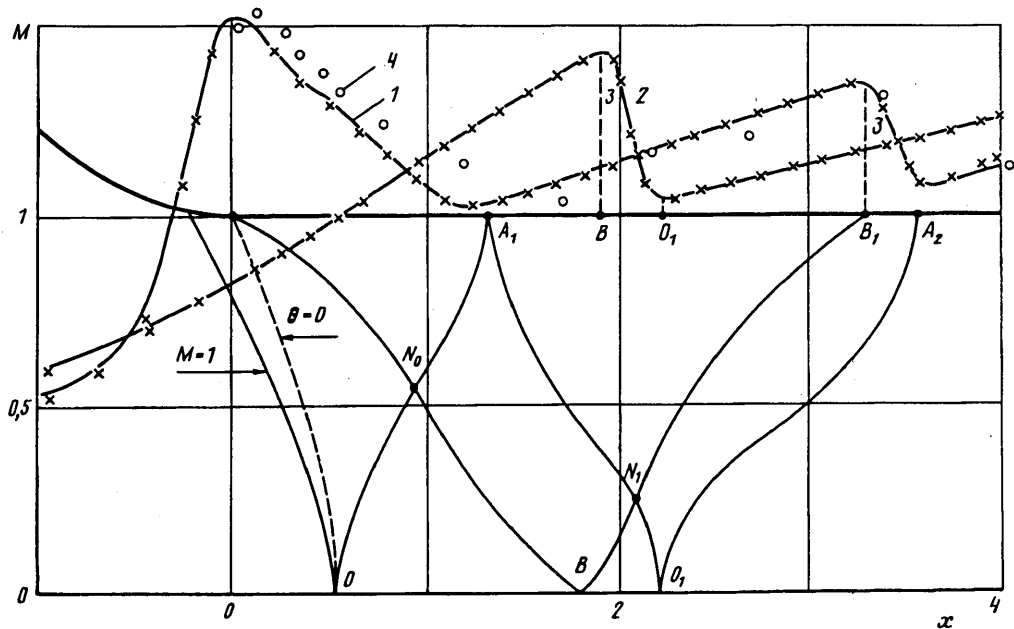
5. В этом разделе будет проведено сравнение аналитических и расчетных результатов.

И. Э. Ивановым послойным методом характеристик были проведены расчеты в канале постоянного сечения, на входе в который задан параллельный оси поток с линейным изменением числа M . На контуре сопла в начальном сечении $M_A = 1,5$ на оси $M = M_O = 1$. Распределение чисел M на контуре (кривая 1) и на оси (кривая 2) представлены на фиг. 6 (начальный участок) и 7. Здесь буквы A_i , B_i и O_i поставлены в соответствии с фиг. 1, а расстояние x отнесено к полуширине канала. Расчеты были проведены до $x \approx 40$.

На участке $15 \leq x \leq 20$ (фиг. 7) из расчетов следует, что течение близко к



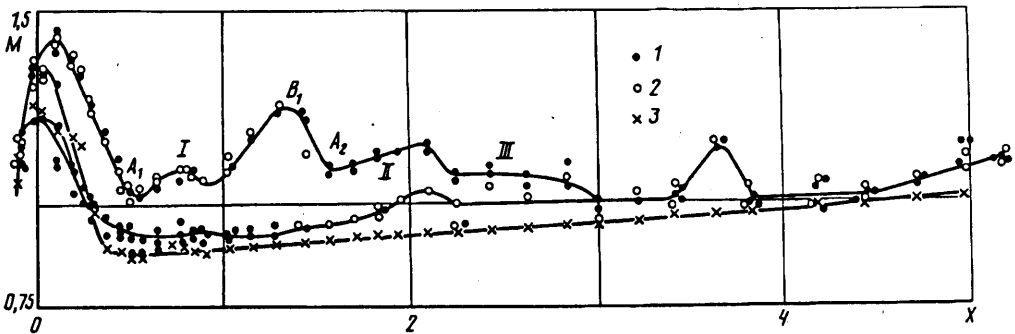
Фиг. 8



Фиг. 9

изоэнтропическому, в связи с чем полностью пригодно качественное аналитическое исследование, представленное выше. Здесь имеет место представленный в разд. 1 колебательный характер течения на контуре и оси, при этом амплитуды колебания чисел M на контуре и оси практически равны между собой. Некоторое уменьшение амплитуды колебаний вверх по потоку связано с неизоэнтропичностью течения и наличием в потоке слабых ударных волн. Расчеты показывают, что на интервале от $x = 20$ до $x = 40$ отмеченные качественные особенности проявляются с еще более высокой точностью.

На начальном участке распределение чисел M на контуре и оси имеет колебательный характер (фиг. 6). При этом в точках A_1, O_1 число M близко к $M_0 = 1$, а в точках B и B_1 — к $M_A = 1,5$, что находится в соответствии с качественным анализом. Однако амплитуда колебаний уменьшается вниз по потоку и не имеет места периодичность течения. Это связано с тем, что происходит пересечение характеристик первого (BB_1, O_1A_1) и второго семейств в окрестности точки B и возникают ударные волны, которые распространяются вниз по потоку, отражаясь от оси и стенок канала. В ударных волнах число Маха последовательно уменьшается и интенсивность ударной волны падает. В интервале от $15 \leq x \leq 20$ (фиг. 7) ударная волна почти изоэнтропическая и поэтому на этом интервале гипотеза об изоэнтропичности справедлива с высокой точностью.



Фиг. 10

Контур плоского сопла с угловой точкой был рассчитан методом характеристик при условии прямолинейности звуковой линии в минимальном сечении и равномерности и параллельности потока в выходном сечении с числом $M^* = 3$. Прямая задача расчета течения в этом контуре численно решалась послойным методом характеристик. На фиг. 8 представлено получение распределения чисел M на контуре для двух случаев расположения стартовых характеристик, соответствующих представленным на фиг. 5, а и б (кривые 1 и 2).

Сравнение с фиг. 5 полностью подтверждают аналитические результаты, представленные в разд. 4. Видно наличие зон разгона и торможения на контуре, точно предсказанных выше, а также существование особых точек W_1, W_2, W_3 .

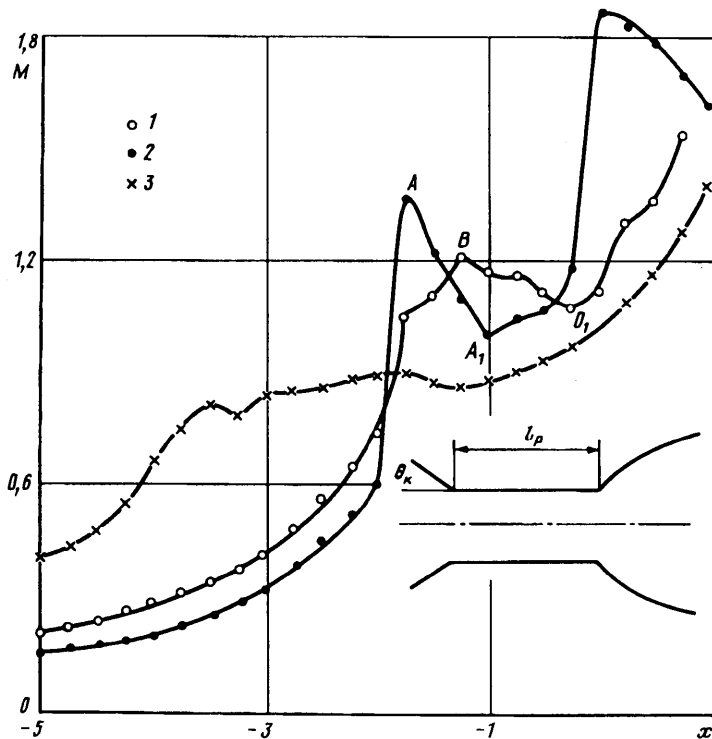
С использованием численного метода работы [11] был проведен расчет течения в канале, представленном на фиг. 9 с $R^* = 0,675$. Полученные распределения числа M на контуре (кривая 1) и оси (2) представлены на этой же фиг. 9. Качественные закономерности, отмеченные в аналитическом исследовании, имеют место. На оси и контуре распределение чисел M имеет колебательный характер, при этом в точках A_1, O_1, A_2 число Маха близко к единице ($M_0 = 1$).

Различие максимальных значений чисел M на оси и контуре от M_A объясняется возникновением висячих ударных волн, отражающихся от оси и стенки. Из результатов расчетов и анализа следует, что ударная волна зародилась вблизи оси в результате пересечения характеристик второго семейства. На фиг. 9 области ударной волны помечены цифрой 3. Экспериментальные результаты Г. З. Никулина (точки 4) удовлетворительно согласуются с расчетными кривыми (фиг. 9). Качественный анализ, изложенный в разд. 1—6, правильно отражает течение, при этом с точностью до 15—25% на расстоянии до $x = 4$ можно пользоваться изэнтропической теорией.

6. В этом разделе проведен анализ экспериментальных данных в свете представленного выше аналитического и расчетного исследования.

Г. З. Никулиным проведено экспериментальное исследование течения в плоском канале, слева к которому примыкает участок, выполненный в виде дуги окружности с радиусом R^* . Экспериментально изучены течения при трех значениях $R^* = 2; 0,67$ и $0,4$ при различных числах Рейнольдса, подсчитанных по параметрам в минимальном сечении, при этом в качестве линейного размера взята полная высота канала h_* . В процессе экспериментов проводились измерения распределения давления, которые затем пересчитывались в числа Маха.

Экспериментальное распределение чисел M для $R^* = 0,67$ представлены на фиг. 10. В указанном диапазоне чисел Re существенно влияние вязкости, точки 1—3 соответствуют $Re = (1,2 - 2) \cdot 10^7; 3,5 \cdot 10^6; 3 \cdot 10^5$. При трансзвуковом течении, которое имеет место при $R_0 = 2$ (согласно результатам расчетов для идеального газа [7] в точке А $M_A = 1,05$), вследствие нарастания пограничного слоя канал по существу является сужающимся, в связи с чем на всей длине течение дозвуковое, за исключением небольшого участка в конце канала, где число $M \geq 1$. Этот концевой эффект имеет место во всех экспериментах из-за передачи давления окружающей среды по дозвуковой части



Фиг. 11

пограничного слоя. При $R^\circ = 0,67$ и $0,4$ существует достаточно развитое сверхзвуковое течение, пограничный слой на начальном участке еще достаточно тонок и до $x \approx 2$ качественно распределение чисел M соответствует представленному выше аналитическому исследованию и удовлетворительно совпадает с результатами расчета (см. фиг. 10). На стенке канала, по-видимому, существуют отрывные зоны, помеченные цифрами I, II, III. При $x > 2$ на течение в канале заметное влияние оказывает вязкость. Важно отметить, что в этих экспериментах обнаружено существование при одних и тех же числах Re двух режимов течения, начиная с $x \approx 0,5$: сверхзвукового (верхние кривые) и дозвукового (нижние кривые), что в настоящее время не поддается разумному объяснению.

Детальное экспериментальное исследование течения в плоском канале с угловыми точками во входном и выходном сечении проведено в [5—7], при этом в выходном сечении к плоскому каналу примыкало сопло Лавала. Авторы этих работ, эксперименты в которых проведены в основном при $Re \approx 10^4 - 10^5$, исследовали поля течения путем измерения распределения давления на контуре, оси и в поле течения, при различных длинах участка постоянного сечения l_p и угле $\theta_k = 30^\circ$. Основным выводом работ является, очевидно, существенное влияние вязкости, которое проявляется, в частности, в существовании нескольких режимов течения в зависимости от l_p , Re и формы входного участка и сопла Лавала, при этом расположение сопла Лавала также оказывает влияние при некоторых значениях l_p на течение в канале постоянного сечения.

Авторами определено, что при различных Re и l_p можно выделить три режима течения: с образованием звуковых линий в области передних угловых точек; с образованием звуковой линии в области задних угловых точек и с локальными сверхзвуковыми зонами у передних угловых точек; с образованием звуковой линии в области задних угловых и полностью дозвуковым течением в канале постоянного сечения. Для настоящего исследования интересны первые два режима. На фиг. 11 представлено распределение чисел M по оси и контуру, в том числе на образующей с $\theta_k = 30^\circ$, сопла и показаны точки A, A_1, B, O в соответствии со схемой фиг. 1 (точки 1, 2 — $l_p = 2$; 3 — $l_p = 4$, 1 — ось, 2 — стенка). В полном соответствии с аналитическим исследованием имеет место немонотонное

тонный характер распределения чисел M на оси и контуре, хотя учет вязкости смазывает основные эффекты.

Распределение чисел M на контуре при $x > 0$ зависит от координаты угловой точки сопла Лавала на участке постоянного сечения. Непосредственно за угловой точкой существуют различные виды распределения чисел M с зонами торможения и ускорения (см. фиг. 3 и 8).

Таким образом, экспериментальные исследования качественно подтверждают результаты аналитического исследования и на участке постоянного сечения и в сопле Лавала.

В заключение автор выражает благодарность И. Э. Иванову, Г. С. Рослякову, А. В. Шиповских, Ю. Д. Шмыглевскому за полезные дискуссии и помощь в выполнении работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бирюков А. С., Сериков Р. И., Старик А. И., Шелепин Л. А. Влияние неоднородностей параметров потока на характеристики рабочих сред CO_2 - и N_2O -газодинамических лазеров//Квант. электроника. 1977. Т. 4. № 4. С. 787—792.
2. Сальников В. А. Об особенностях течения колебательно-релаксирующего газа в соплах с участком постоянного сечения в области горла//ПМТФ. 1984. № 4. С. 61—66.
3. Тагиров Р. К., Чефанов В. М. Расчетно-экспериментальное исследование газодинамики плоских симметричных сопел, имеющих участок постоянной высоты и две точки излома контура в области критического сечения//Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 4. С. 100—105.
4. Чефанов В. М. Течение газа в области горла сверхзвукового сопла//Газовая динамика двигателей летательных аппаратов. Вып. 1. Казань, 1978. С. 18—25.
5. Васильев О. А., Минин С. Н., Шиповский А. С. Расчетно-экспериментальное исследование до- и трансзвуковых течений в малогабаритных соплах. М.: ЦНИИАтоминформ, 1988. 12 с. (ИАЭ 4629/12).
6. Васильев О. А., Минин С. Н., Шиповских А. В. Структура трансзвукового течения в соплах с участком постоянной высоты в области минимального сечения. М., ЦНИИАтоминформ, 1989. 15 с. (ИАЭ—4821/12).
7. Васильев О. А., Минин С. Н., Шиповских А. В. Исследование структуры течения в соплах с участком постоянной высоты в области минимального сечения//Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 6. С. 160—166.
8. Никольский А. А. Об одном свойстве сверхзвуковых течений газа на цилиндрическом участке трубы//ПММ. 1946. Т. 10. № 5—6. С. 667—668.
9. Пирумов У. Г., Росляков Г. С. Течения газа в соплах. М.: Изд-во МГУ, 1978. 351 с.
10. Пирумов У. Г. К теории маловозмущенных пространственных течений в соплах//Изв. АН СССР. МЖГ. 1997. № 1. С. 146—154.
11. Супакова В. А. Неявный алгоритм течения газа в осесимметричном сопле на основе уравнения для потенциала//Вычислительные методы аэродинамики. М.: Изд-во МГУ, 1988. С. 61—70.

Москва

Поступила в редакцию
10.III.1992