

УДК 532.529.5:532.546.6

© 1994 г. Ю. А. БУЕВИЧ, Ш. К. КАПБАСОВ

СВОЙСТВА ПСЕВДОГАЗА ЧАСТИЦ В ВЕРТИКАЛЬНОМ ДИСПЕРСНОМ ПОТОКЕ

Для одномерных потоков монодисперсных систем, в которых ускорение поля внешних массовых сил и средняя скорость межфазового скольжения коллинеарны, на основе анализа свойств псевдотурбулентности получены реологические уравнения состояния дисперсной среды.

Если среднее время между последовательными столкновениями частицы со своими соседями намного меньше характерного времени, необходимого для заметного изменения ее скорости в результате взаимодействия с окружающей жидкостью, то систему взвешенных частиц можно рассматривать как псевдогаз с определенной температурой. Такая ситуация должна практически реализоваться даже в потоках, содержащих мелкие частицы в сравнительно малой концентрации [1]. Распределение частиц по скоростям в этом случае весьма слабо отличается от распределения Максвелла, как это имеет место и в течениях обычных газов. Поэтому уравнения движения системы частиц могут быть получены аналогично таким уравнениям для газа, если наряду с внешними массовыми силами принимать во внимание и силы взаимодействия частиц с жидкостью.

Уравнения сохранения массы, импульса и пульсационной энергии («температуры») диспергированной фазы, а также дополняющие их уравнения сохранения массы и импульса непрерывной фазы были сформулированы на этой основе в [2]. Однако они содержат величины, зависящие от усредненных характеристик случайных псевдотурбулентных пульсаций как частиц, так и жидкости, в том числе эффективные напряжения и поток пульсационной энергии, аналогичный потоку тепла, в псевдогазе. Определение этих величин как функций неизвестных переменных дисперсного потока и физических параметров эквивалентно выводу реологических уравнений состояния дисперсной среды и требует независимого анализа свойств псевдотурбулентности.

1. Основные уравнения. Учитывая только составляющие межфазного взаимодействия, обусловленные гидродинамическим сопротивлением частиц относительно потока жидкости и эффектом плавучести, для флуктуации силы, действующей на отдельную частицу со стороны взвешивающей жидкости, можно записать выражение [2]

$$f' = m \left\{ F_1 u' + F_2 [u u' + (u_0 u') u] + \left[\left(\frac{dF_1}{d\varphi} + \frac{dF_2}{d\varphi} u \right) u - \right. \right. \quad (1.1)$$
$$\left. \left. - (1 - \kappa^{-1}) g \right] \varphi' \right\} \quad u' = v' - w', \quad u_0 = u/u, \quad \kappa = \rho_1/\rho_0$$

Здесь m — масса частицы, φ и u — средняя объемная концентрация частиц и скорость скольжения жидкости, φ' и u' — их пульсации с нулевыми средними,

ρ_0 и ρ_1 — плотности жидкости и материала частиц, g — ускорение внешнего массового поля (силы тяжести).

Величины F_1 и F_2 представляют собой функции φ и физических параметров фаз. Имеется большое число эмпирических и полуэмпирических представлений для этих функций, отражающих влияние стесненности обтекания частиц в концентрированной дисперсной системе на силу гидродинамического сопротивления. Здесь для определенности используем для F_1 выражение, следующее из анализа поведения системы мелких частиц в [3], а для F_2 — результат, вытекающий из модели струйного обтекания крупных частиц зернистого слоя [4]. Тогда

$$F_1 = \frac{K_1}{\kappa\tau}, \quad K_1 = \frac{1}{(1-\varphi)^{3/2}}, \quad \tau = \frac{2a^2}{9\nu_0} \quad (1.2)$$

$$F_2 = \frac{3\zeta}{8} \frac{K_2}{\kappa a}, \quad K_2 = \left(\frac{1-\varphi}{1-1,17\varphi^{2/3}} \right)^2, \quad \zeta \approx \frac{1}{2}$$

где a — радиус частиц, ν_0 — кинематическая вязкость жидкости. Выражение для K_1 используется вместо формулы $K_1 = (1 - 5\varphi/2)^{-1}$, полученной в рамках модели умеренно концентрированных суспензий [3], поскольку оно правильно ведет себя при малых концентрациях и не имеет особенностей во всем диапазоне концентраций. Известны и иные представления силы гидродинамического сопротивления в форме двухчленного закона, следующие обычно из обобщения опытных данных. Последнее по времени представление такого типа было предложено в [5].

Дополнительно на каждую частицу действует сила, обусловленная столкновениями с другими частицами. В потоке с коллинеарными u и g (т. е. в вертикальном потоке в поле силы тяжести) суммарный эффект от столкновений может быть описан в среднем при помощи силы [2]

$$f_c' = -m [Aw' + B(u_0w') u_0] \quad (1.3)$$

где w' — пульсация скорости частицы, а A и B — некие неизвестные коэффициенты.

Роль межчастичных столкновений состоит в перераспределении энергии пульсаций частиц по поступательным степеням свободы вплоть до установления распределения, близкого к изотропному. Поэтому одно из уравнений для определения коэффициентов в (1.3) вытекает из требования равенства среднеквадратичных продольной (вдоль u) и одной из поперечных компонент w' . Второе уравнение должно быть сформулировано из требования равенства работы силы (1.3) на случайных перемещениях частицы, взятой с обратным знаком, соответствующей диссипации энергии при столкновениях, которая определяется независимым путем [2].

Система линейных стохастических уравнений для пульсаций φ' , w' , а также пульсаций v' и p' скорости и давления жидкости, следует из уравнения Ланжевена для частицы и уравнений сохранения массы и импульса жидкости

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u\nabla \right) \varphi' - \varepsilon \nabla v' = 0, \quad \varepsilon = 1 - \varphi \quad (1.4)$$

$$\varepsilon \rho_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} + u\nabla \right) v' = -\nabla p' - nf, \quad \varphi \rho_1 \frac{\partial w'}{\partial t} = nf' + nf_c'$$

где n — числовая концентрация частиц, а f' и f_c' определены соответственно в (1.1) и (1.3). Уравнения (1.4) записаны в конвективной системе координат, связанной со средним движением диспергированной фазы, в предположении об относительной малости пульсаций скорости и в пренебрежении возможной временной и координатной зависимостью средних характеристик потока. Они

принципиально отличаются от аналогичных уравнений, полученных в [6] для пульсаций в дисперсной системе с частицами, обменивающимися импульсом и энергией лишь через посредство случайных полей скорости и давления жидкости, наличием силы, вызываемой столкновениями. Пульсационные величины, представляющие собой неизвестные переменные системы (1.4), можно считать относящимися к удельному объему одной частицы [6]. Например, φ' представляет собой в этом случае отношение собственного объема частицы к ее мгновенному удельному объему.

Если использовать при решении стохастических уравнений аппарат корреляционной теории стационарных случайных процессов, как это было сделано и в [6], то из (1.4) получается система линейных алгебраических уравнений относительно случайных мер неизвестных переменных [7]. Последние позволяют выразить случайные меры всех переменных как величины, пропорциональные случайной мере флуктуаций концентрации. Это означает, что для замыкания соответствующих представлений для различных произведений случайных переменных и их корреляционных функций требуется независимое выражение для спектральной плотности концентрационных флуктуаций. Это выражение может быть записано так [6]

$$\Psi_{\varphi, \varphi}(\omega, k) = \frac{Dk^2 \Phi H(k_0 - k)}{\pi (\omega^2 + (Dk^2)^2)} \quad (1.5)$$

$$\Phi = (3/4\pi k_0^3) \langle \varphi'^2 \rangle, \quad k_0 = (9/2\pi\varphi)^{1/3} a^{-1}$$

Здесь ω и k — частота и волновой вектор пульсаций, D — вычисленный в [2] коэффициент самодиффузии частиц, зависящий от φ и от интенсивности пульсаций, $H(x)$ — функция Хэвисайда.

Дисперсия флуктуаций концентрации была вычислена в [6] для системы жестких сфер, взаимодействующих только через посредство взвешивающей жидкости, на основе модели Карнахэна — Старлинга [8]. В этом случае аналогом частиц служат молекулы растворенного вещества. В рассматриваемом здесь случае частицы взаимодействуют путем столкновений и их аналогом являются молекулы или атомы обычного газа. Поэтому при вычислении $\langle \varphi'^2 \rangle$ нужно использовать для химического потенциала частиц не выражение, полученное в [6], а представление, непосредственно следующее из [8]. В остальном вычисление такое же, что и в [6]. В результате получаем формулу

$$\langle \varphi'^2 \rangle = \varphi^2 \left[1 + 2\varphi \frac{4 - \varphi}{(1 - \varphi)^4} \right]^{-1} \quad (1.6)$$

отличающуюся от аналогичной формулы из [6] отсутствием множителя $\varepsilon^{-1} = (1 - \varphi)^{-1}$ в правой части.

Применимость модели [8] и соответственно формулы (1.6) для систем очень высокой концентрации не очевидна по многим причинам. Поэтому наряду с этой моделью целесообразно использовать и классическую полуэмпирическую модель Энскога плотных газов одинаковых сферических частиц [9], как это рекомендовано в [2]. Альтернативное выражение для дисперсии флуктуаций концентрации, следующее из последней модели, можно получить стандартным путем из уравнения состояния или химического потенциала частиц псевдогаза, следующего из этой модели:

$$\langle \varphi'^2 \rangle = \varphi^2 \left[1 - \left(\frac{\varphi}{\varphi_*} \right)^{1/3} \right] \left[1 + \frac{1}{3} \frac{(\varphi/\varphi_*)^{1/3}}{1 - (\varphi/\varphi_*)^{1/3}} \right]^{-1} \quad (1.7)$$

где φ_* — эмпирическое выражение для максимальной концентрации, соответствующей состоянию плотной упаковки одинаковых сфер, в котором

флуктуации концентрации автоматически считаются исчезающими. Для определенности в расчетах ниже принято $\varphi_* = 0,60$.

Уравнение состояния псевдогаза частиц и выражение для фактора Энскога, необходимые для вычисления давления и коэффициентов переноса в псевдогазе, приведены в [2] для обеих моделей [8] и [9].

2. Интенсивность пульсаций. В дальнейшем ограничимся для простоты решением алгебраических уравнений для случайных мер, следующих из (1.4), в квазистационарном приближении и при пренебрежении влиянием инерции жидкости. Пренебрежение членами, содержащими производные по времени (или частоту ω), оправдано тем, что характерные частоты пульсаций определяются величинами $\langle w'^2 \rangle^{1/2} / l \sim T^{1/2} / l$ и D / l^2 , где $l \sim a\varphi^{-1/3}$. Апостериорные оценки показывают, что обе эти характерные частоты обычно значительно меньше величины $F_1 + F_2 u$ и потому могут быть на самом деле опущены. В определенном смысле эта ситуация аналогична таковой в [6], где тоже анализ характерных времён (или частот) позволил сделать решительные упрощения вычислений. Возможность пренебречь инерцией жидкости очевидна, если последняя представляет собой газ. В случае капельной взвешивающей жидкости инерционная сила равна по порядку величины составляющей межфазного взаимодействия, обусловленной эффектом присоединенной массы, которой пренебрегли в (1.1) по сравнению с составляющими, связанными с плавучестью и гидродинамическим сопротивлением. Поэтому ясно, что учет инерции жидкости в (1.4) в таких условиях равнозначен превышению точности теории.

В указанных приближениях из (1.4) с учетом (1.1) и (1.3) получаем следующие уравнения для случайных мер:

$$ukdZ_\varphi = \varepsilon kdZ_\varphi - ikdZ_\pi = AdZ_w + B(u_0 dZ_w) u_0 = \quad (2.1)$$

$$= (F_1 + F_2 u) dZ_u + F_2 (u_0 dZ_u) u + \left[\left(\frac{dF_1}{d\varphi} + \frac{dF_2}{d\varphi} u \right) u - (1 - \kappa^{-1}) g \right] dZ_\varphi$$

$$dZ_u = dZ_w - dZ_w, \quad dZ_\pi = dZ_p / (\varphi \rho_1)$$

Решение этих уравнений имеет вид

$$dZ_{w1} = -\frac{ik_1 dZ_\pi}{A + B}, \quad dZ_{w2, w3} = -\frac{ik_{2,3} dZ_\pi}{A}$$

$$dZ_u = dZ_{w1} - \frac{ik_1 dZ_\pi}{F_1 + 2F_2 u} - \left(M - \frac{1}{1 - \varphi} \right) u dZ_\varphi$$

$$dZ_{i2, i3} = dZ_{w2, w3} - \frac{ik_{2,3} dZ_\pi}{F_1 + F_2 u} \quad (2.2)$$

$$dZ_\pi = iA(A + B)(F_1 + 2F_2 u) \left\{ k^2 (A + B)(F_1 + 2F_2 u) \left(1 + \frac{A}{F_1 + F_2 u} \right) - k_1^2 \left[B(F_1 + 2F_2 u) + A(A + B) \frac{F_2 u}{F_1 + F_2 u} \right] \right\}^{-1} Muk_1 dZ_\varphi$$

$$M = \frac{1}{1 - \varphi} + \frac{1}{(F_1 + 2F_2 u) u} \left[\frac{dF_1}{d\varphi} u + \frac{dF_2}{d\varphi} u^2 + \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right) g \right]$$

$$g = -u_0 g$$

Здесь первая координатная ось выбрана вдоль вектора u_0 . Видно, что псевдотурбулентное движение обладает аксиальной симметрией относительно этой оси.

Из (2.2) следуют выражения для диагональных компонент тензора спектральной плотности пульсационной скорости частиц

$$\Psi_{w_1, w_1}(\omega, k) = \left(\frac{\alpha}{H}\right)^2 \left[\frac{(k_1/k)^2}{b - (k_1/k)^2} \right]^2 M^2 u^2 \Psi_{\varphi, \varphi}(\omega, k) \quad (2.3)$$

$$\Psi_{w_2, w_2}(\omega, k) = \left(\frac{\alpha + \beta}{H}\right)^2 \left[\frac{k_1 k_2 / k^2}{b - (k_1/k)^2} \right]^2 M^2 u^2 \Psi_{\varphi, \varphi}(\omega, k)$$

$$\alpha = \frac{A}{F_1}, \quad \beta = \frac{B}{F_1}, \quad F = \frac{2F_2 u}{F_1} = \frac{(1 - \varphi)^{3/2}}{12(1 - 1,17\varphi^{2/3})^2} \frac{au}{v_0} \quad (2.4)$$

$$H = \alpha(\alpha + \beta) \frac{F}{(1 + F)(2 + F)} + \beta, \quad b = \frac{\alpha + \beta}{H} \left(1 + \frac{2\alpha}{2 + F}\right)$$

Третья диагональная компонента отличается от второй в (2.3) только заменой k_2 на k_3 . При записи F в (2.4) были использованы формулы в (1.3). Выражения для $\langle w_1'^2 \rangle$ и $\langle w_2'^2 \rangle$ получаются из (2.3) после интегрирования по всей оси частот и по всему волновому пространству с учетом (1.5). Они определены с точностью до коэффициентов α и β .

Если частицы гладкие и обладают хорошими упругими свойствами (коэффициент восстановления скорости после столкновений очень близок к единице), то диссипацией энергии при столкновениях можно пренебречь. Это означает, что работа силы (1.3) на случайных перемещениях частицы должна обращаться в нуль, т. е.

$$\langle f_c' w' \rangle = m F_1 [\alpha \langle w'^2 \rangle + \beta \langle w_1'^2 \rangle] = T^* F_1 (3\alpha + \beta) = 0 \quad (2.5)$$

где $T^* = m \langle w_1'^2 \rangle$ — пульсационная температура псевдогаза (звездочка сверху подчеркивает, в согласии с обозначениями в [2], что эта температура вычисляется в пренебрежении зависимостью усредненных характеристик дисперсного потока от координат и времени). Из (2.5) имеем $\beta = -3\alpha$.

Использованное приближение нулевой столкновительной диссипации, приводящее к (2.5) и $\beta = -3\alpha$, должно нарушаться при приближении к плотноупакованному состоянию даже в случае идеально гладких и упругих частиц из-за резкого возрастания частоты столкновений и наличия диссипации, связанной с работой вязких сил в жидкости при скачкообразных изменениях скоростей сталкивающихся частиц [2].

Требование изотропии пульсаций приводит с учетом $\beta = -3\alpha$ к уравнению

$$\int_0^1 \frac{t^2 dt}{(b - t^2)^2} = \frac{3}{2} \int_0^1 \frac{t^4 dt}{(b - t^2)^2}$$

Единственный корень этого уравнения $b = 2,55$. Отсюда и из (2.4) получаем

$$\alpha = \frac{2 + F}{2} \frac{3b - 2}{2 - F(1 + F)^{-1}b} = 1,42 \frac{(1 + F)(2 + F)}{1 - 0,275F} \quad (2.6)$$

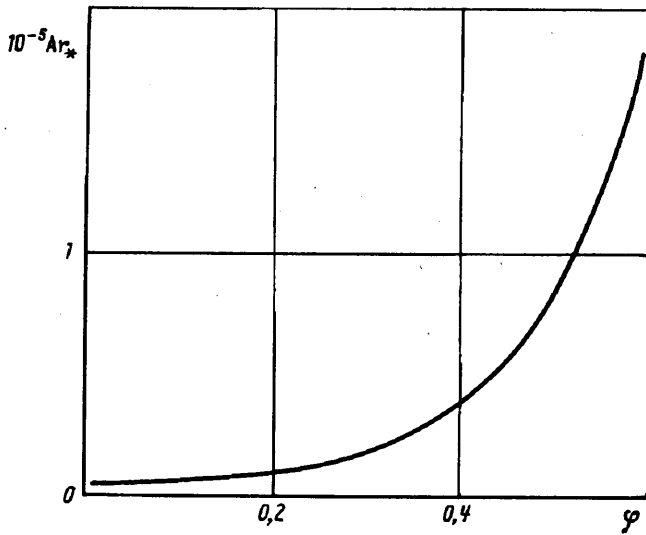
Эффективная температура псевдогаза представляется в форме

$$T^* = m \langle w_1'^2 \rangle = 6,145 \cdot 10^{-2} \left[3 + \frac{2\alpha F}{(1 + F)(2 + F)} \right]^{-2} M^2 \langle \varphi'^2 \rangle m u^2 \quad (2.7)$$

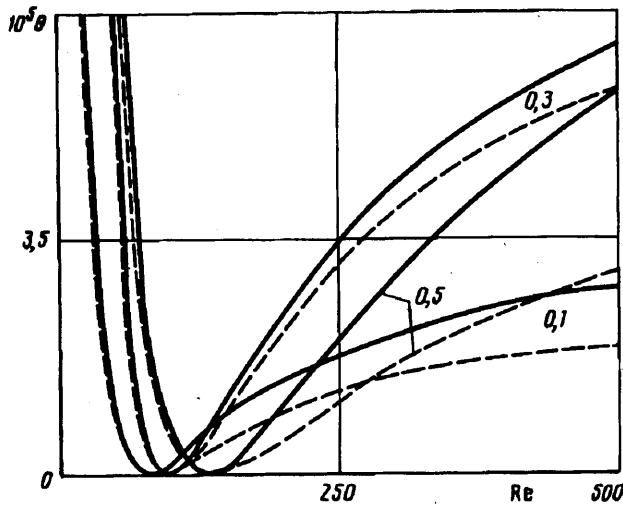
Из (2.6) и (2.7) видно, что T^* обращается в нуль, т. е. пульсации частиц вырождаются, при $F \rightarrow F_* = 3,57$. Если ввести число Рейнольдса для отдельной частицы, то это происходит при

$$\text{Re} = \frac{2au}{v_0} \rightarrow \text{Re}_* = 85,7 \frac{(1 - 1,17\varphi^{2/3})^2}{(1 - \varphi)^{3/2}} \quad (2.8)$$

Причина указанного вырождения связана с тем, что линейная и квадратичная по относительной скорости жидкости составляющие силы в (1.1)



Фиг. 1

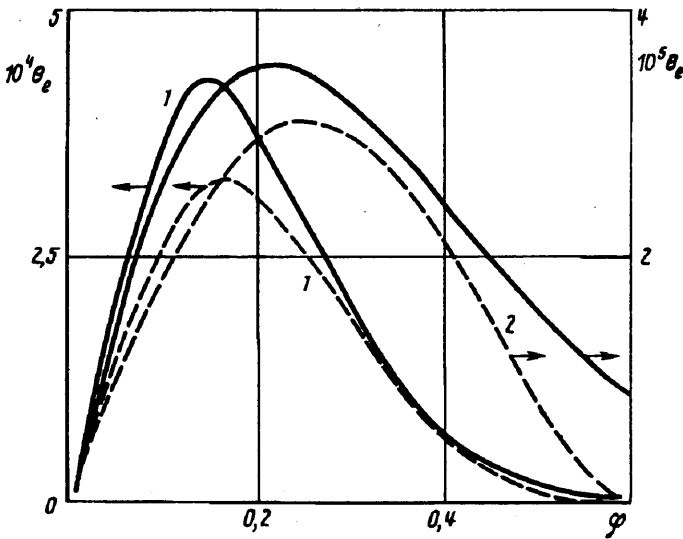


Фиг. 2

приводят при появлении флуктуации концентрации к ускорению частицы в разных направлениях — либо вдоль u_0 , либо обратно ему. При определенном соотношении между указанными составляющими, зависящем также от вклада силы плавучести, эти разнонаправленные ускорения взаимно компенсируются, что и вызывает вырождение пульсаций частиц (но не пульсаций окружающей жидкости). Это указывает на естественную возможность экспериментальной проверки теории.

Для иллюстрации ниже будем рассматривать макроскопически однородные потоки в поле силы тяжести. Простейшим примером такого потока может служить однородный псевдооживленный слой. Относительная скорость жидкости определяется из уравнения баланса сил, действующих на частицы, которое имеет вид

$$\lambda_1 F_1 u_c + \lambda_2 F_2 u_c^2 = (1 - \varphi) (1 - \kappa^{-1}) g \quad (2.9)$$



Фиг. 3

Здесь введены коэффициенты λ_1 и λ_2 , учитывающие возможное влияние псевдотурбулентности на гидродинамическое сопротивление частиц [2, 6]. Эти коэффициенты вычисляются ниже. Поскольку они довольно слабо отличаются от единицы, в приближенных расчетах этим отличием можно пренебрегать.

Полагая для простоты $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$, решая (2.9) относительно u_c и подставляя результат в (2.8), получаем связь между критическим значением числа Архимеда для частиц, соответствующим вырождению их пульсаций, и концентрацией дисперсной системы в форме

$$Ar = \frac{8\alpha^3 g}{\nu_0^2} (\kappa - 1) \rightarrow Ar_* = 4,5 \cdot 10^3 \frac{(1 - 1,17\varphi^{2/3})^2}{(1 - \varphi)^8}$$

Зависимость Ar_* от φ показана на фиг. 1.

Используя это же значение $u = u_c$ в определении M в (2.4), нетрудно построить зависимости величины (2.7) от разных параметров. На фиг. 2 представлены зависимости безразмерной температуры $\theta = T^*/tu^2$ от Re для разных φ (цифры у кривых) при $\kappa \gg 1$. Сплошные и штриховые кривые относятся к определениям (1.6) и (1.7) дисперсии концентрационных флуктуаций соответственно.

Отдельно рассмотрим предельные случаи мелких ($\lambda_1 = 1$) и крупных ($\lambda_2 = 1$) частиц, когда соответственно второй или первый член в левой части (2.9) несуществен

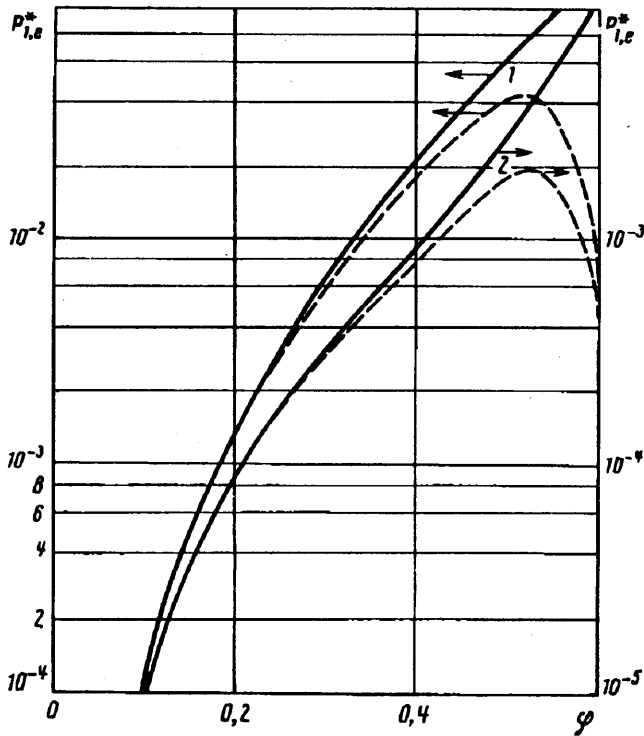
$$\lambda_1 = 1:$$

$$u_c = (1 - \varphi)^{1/2} u_0, \quad u_0 = \frac{2}{9} \frac{(\kappa - 1) g \alpha^2}{\nu_0}, \quad M = \frac{1}{1 - \varphi} \left(\frac{7}{2} + \frac{\kappa}{\kappa - 1} \right) \quad (2.10)$$

$$\lambda_2 = 1:$$

$$u_c = \frac{1 - 1,17\varphi^{2/3}}{(1 - \varphi)^{1/2}} u_0, \quad u_0 = 4 \left[\frac{(\kappa - 1) g \alpha}{3} \right]^{1/2} \quad (2.11)$$

$$M = \frac{1}{1 - \varphi} \left(1 + \frac{\kappa}{2(\kappa - 1)} \right) + \frac{1}{2} \frac{d \ln K_2}{d\varphi}$$



Фиг. 4

Зависимости безразмерной температуры $\theta_e = T_e^*/mu_0^2$ от φ при $\kappa \gg 1$ согласно (2.7) с $u = u_e$ из (2.10) и (2.11) (1 и 2 соответственно), отвечающие моделям (1.6) и (1.7) (сплошные и штриховые кривые), приведены на фиг. 3.

3. Реологические свойства. Замыкание динамических уравнений работы [2] может быть приближенно осуществлено при помощи найденной выше температуры T^* . В частности, давление псевдогаза в однородном состоянии дисперсной системы может быть выражено при помощи соответствующего уравнения состояния в виде

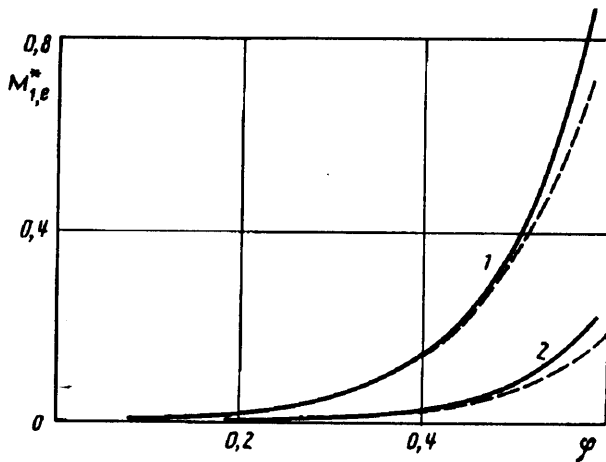
$$p_{1,e}^* = nG(\varphi) T_e^* \quad (3.1)$$

где $G(\varphi)$ — поправочная функция к давлению в разреженном газе, выражения для которой, соответствующие моделям Карнахэна — Старлинга и Энскога, выписаны в [2].

На фиг. 4 представлены зависимости безразмерного давления от концентрации при использовании в качестве масштабного параметра величины $\rho_1 u_f^2$, где $u_f = (1 - \varphi) u_e$ — постоянная скорость фильтрации в однородном псевдооживленном слое. В соответствии с (2.7), (3.1) и определением числовой концентрации частиц через объемную получаем

$$p_{1,e}^* = \frac{p_{1,e}^*}{\rho_1 u_f^2} = \frac{nGT_e^*}{\rho_1 u_f^2} = 6,145 \cdot 10^{-2} \frac{\varphi G}{(1 - \varphi)^2} \left[3 + \frac{2\alpha F}{(1 + F)(2 + F)} \right]^{-2} M^2 \langle \varphi'^2 \rangle \quad (3.2)$$

На фиг. 4 эта функция проиллюстрирована при $\kappa \gg 1$ для слоев мелких и крупных частиц (1 и 2 отвечают формулам (2.10) и (2.11)) для моделей из [8] и [9] (сплошные и штриховые кривые соответственно).



Фиг. 5

Согласно модели Карнахэна и Старлинга [8], давление псевдогаза представляет собой (при постоянном u) монотонно возрастающую функцию концентрации. Соответственно эффективный модуль упругости диспергированной фазы, описывающий ее сопротивление сжатию и пропорциональный $dp_1/d\varphi$, положителен при всех φ . Это обеспечивает термодинамическую устойчивость однородного псевдооживленного слоя и предотвращает его распад на случайно перемежающиеся области разной концентрации, аналогичный процессу спонтанного спиноподобного распада молекулярных систем [6]. Напротив, согласно модели Энскога [9], появляется область высоких концентраций, в которой это не так. Данный факт можно использовать для выбора модели, что обсуждается ниже. Условие гидродинамической устойчивости слоя по отношению к малым возмущениям более ограничительно, ибо требует, чтобы указанный модуль превышал некоторое положительное значение [10], как это имеет место и для мелкодисперсных суспензий [11].

Полученное выше представление для температуры псевдогаза дает возможность найти эффективные коэффициенты его вязкости, переноса пульсационной энергии и самодиффузии частиц. Так, для вязкости [2]

$$M_{1,e}^* = \frac{\mu_{1,e}^*}{\rho_1 a u_1} = \frac{5\sqrt{\pi}}{12} \frac{\varphi}{1-\varphi} \left(\frac{1}{Y} + 0,8 + 0,76Y \right) \left(\frac{T_e^*}{\mu u^2} \right)^{1/2}, \quad Y = G - 1 \quad (3.3)$$

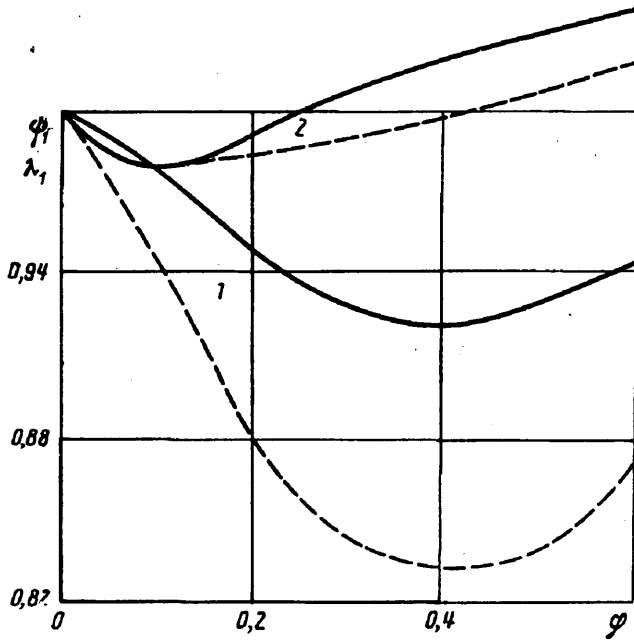
причем T_e^* определена в (2.7). Зависимости величины (3.3) от φ при тех же условиях, что и для кривых фиг. 4, и с сохранением прежних обозначений показаны на фиг. 5. Соответствующие зависимости для безразмерного коэффициента переноса пульсационной энергии частиц, аналогичного коэффициенту теплопроводности в молекулярных системах, весьма близки к приведенным на фиг. 5. Коэффициент диффузии частиц в однородном псевдооживленном слое, который легко найти на основании формулы, приведенной в [2], и полученного представления для температуры псевдогаза, имеет максимум при определенном, зависящем от физических параметров значении объемной концентрации частиц в слое.

Полные объемные потоки непрерывной и диспергированной фаз выражаются в форме

$$\varepsilon c_0 = \langle (\varepsilon + \varepsilon') (v + v') \rangle = \varepsilon v - \langle \varphi' v' \rangle, \quad (3.4)$$

$$\varphi c_1 = \langle (\varphi + \varphi') (w + w') \rangle = \varphi w + \langle \varphi' w' \rangle$$

Если представить составляющие этих потоков, обусловленные пульсациями, как $\varepsilon_1 u$ и $\varphi_1 u$, то на основании приведенных выше результатов для однородного псевдооживленного слоя мелких и крупных частиц получается



Фиг. 6

$$\varepsilon\gamma_0 = (1,093M - \varepsilon^{-1}) \langle \varphi'^2 \rangle, \quad \varphi\gamma_1 = -2,0 \cdot 10^{-2}M \langle \varphi'^2 \rangle \quad (3.5)$$

$$\varepsilon\gamma_0 = (0,730M - \varepsilon^{-1}) \langle \varphi'^2 \rangle, \quad \varphi\gamma_1 = 2,4 \cdot 10^{-2}M \langle \varphi'^2 \rangle \quad (3.6)$$

Анализ показывает, что пульсации всегда приводят к некоторому увеличению потока жидкости. Однако поток частиц увеличивается по этой причине лишь в смесях с крупными частицами; в слоях мелких частиц он несколько уменьшается по сравнению с потоком в таком же слое без пульсаций.

Возникновение составляющих потоков, обусловленных пульсациями, а также влияние пульсаций на среднюю силу гидродинамического сопротивления приводят к изменению сопротивления системы пульсирующих частиц по сравнению с таковым для слоя неподвижных частиц при прочих равных условиях. Рассмотрим вкратце этот эффект отдельно для слоев мелких и крупных частиц. Если частицы малы и их сопротивление линейно по относительной скорости жидкости, то из выражения для средней силы [2] и определения λ_1 в (2.9) следует

$$\langle f_d \rangle = \lambda_1 m F_1 u, \quad \lambda_1 = 1 + \frac{d \ln K_1}{d\varphi} \frac{\langle \dot{u}'\varphi' \rangle}{u} + \frac{1}{2K_1} \frac{d^2 K_1}{d\varphi^2} \langle \varphi'^2 \rangle \quad (3.7)$$

$$\langle u'\varphi' \rangle = \langle v'\varphi' \rangle - \langle w'\varphi' \rangle = -(\varepsilon\gamma_0 + \varphi\gamma_1) u$$

причем коэффициенты γ_0 и γ_1 определены в (3.5). Формулу (3.7) можно переписать в виде

$$\langle f_d \rangle = \psi_1 m F_1 (c_0 - c_1), \quad \psi_2 = \lambda_1 (1 + \gamma_0 - \gamma_1)^{-1} \quad (3.8)$$

где фигурируют обычно рассматриваемые в эксперименте среднеобъемные скорости фаз, определяемые соотношениями (3.4). При учете отличия λ_1 от единицы выражение для M в однородном псевдооживленном слое слегка изменяется по сравнению с приведенными в (2.10) (во втором члене в скобках появляется множитель λ_1). Используя формулы (3.5), из (3.7) получаем

квадратное уравнение для λ_1 , которое легко может быть решено. Соответствующие зависимости λ_1 и ψ_1 из (3.8) от φ при $\kappa \gg 1$ и $\langle \varphi'^2 \rangle$ из (1.6) иллюстрируются на фиг. 6 штриховой и сплошной кривыми 1 соответственно. Отсюда видно, что наличие псевдотурбулентности приводит к снижению эффективного гидравлического сопротивления псевдооживленного слоя мелких частиц по сравнению с неподвижным слоем той же концентрации. Ранее такой вывод был сделан в [12].

Для слоя крупных частиц вместо (3.7) имеем

$$\langle f_d \rangle = \lambda_2 m F_2 u^2, \quad \lambda_2 = 1 + \frac{\langle u'^2 \rangle}{u^2} + 2 \frac{d \ln K_2}{d\varphi} \frac{\langle u' \varphi' \rangle}{u} + \frac{1}{2K_2} \frac{d^2 K_2}{d\varphi^2} \langle \varphi'^2 \rangle \quad (3.9)$$

причем второе соотношение (3.7) сохраняет свой вид, но γ_0 и γ_1 определяются сейчас из (3.6). Учитывая влияние λ_2 на форму функции M из (2.11), вместо (3.8) получаем новое уравнение для вычисления λ_2

$$\langle f_d \rangle = \psi_2 m F_2 (c_0 - c_1)^2, \quad \psi_2 = \lambda_2 (1 + \gamma_0 - \gamma_1)^{-2} \quad (3.10)$$

Зависимости λ_2 и ψ_2 от φ при $\kappa \gg 1$ показаны на фиг. 6 штриховой и сплошной кривыми 2; снова использована формула (1.6). В отличие от ситуации с мелкими частицами псевдотурбулентность в реальных слоях крупных частиц приводит к снижению гидравлического сопротивления только при малых и умеренных концентрациях; в слоях высокой концентрации наблюдается, напротив, увеличение сопротивления.

Эти выводы в целом соответствуют наблюдениям (см., в частности, [12]). Кроме того, они косвенно подтверждаются результатами сопоставления теории и опыта по седиментации мелкодисперсных суспензий, которое подробно обсуждается в [6].

Используя совершенно аналогичные приемы и методы, можно найти и другие средние величины, характеризующие псевдотурбулентное движение, а также вычислить различные корреляционные функции. Кроме того, все результаты могут быть обобщены на потоки, в которых направление средней скорости скольжения жидкости произвольно. Как видно из (1.4), это приводит к существенному усложнению вычислений, но не представляет трудностей принципиального характера. В частности, наличие псевдотурбулентности позволяет дать естественное объяснение самому факту взвешивания относительно тяжелых частиц в горизонтальных потоках [13].

Как следует из изложенного выше, результаты, получаемые при использовании моделей Карнахэна — Старлинга и Энскога для плотного газа одинаковых сфер, различаются не только количественно, но и качественно (фиг. 4). Поэтому принципиальное значение приобретает проблема выбора одной из этих приближенных моделей, которую можно решить из рассмотрения поведения псевдооживленных слоев при концентрациях, мало отличающихся от концентрации состояния плотной упаковки. Многочисленные эксперименты показывают, что вблизи начала псевдооживления обычно имеется узкая концентрационная область, в которой слой устойчив не только термодинамически, но и гидродинамически, во всяком случае не наблюдается никаких явлений спонтанного расслоения, напоминающих спинодальный распад молекулярных систем.

Это немедленно приводит к заключению о неадекватности модели Энскога в рассматриваемом контексте. Последнее вряд ли удивительно ввиду чисто эмпирического характера модели. Хотя она приводит к неплохой оценке для давления (или фактора Энскога), от нее трудно ожидать хороших результатов при суждениях о более тонких свойствах псевдогаза, таких, как химический потенциал частиц и связанная с ним дисперсия концентрационных флуктуаций. Представляется несомненным, что формула (1.7) дает заниженные значения дисперсии в области высоких концентраций, что приводит, в частности, к

неверному выводу о нарушении термодинамической устойчивости псевдооживленных слоев в этой области.

В заключение обсудим вкратце ожидаемое влияние столкновительной диссипации. Ясно, что потеря кинетической энергии при столкновениях должна приводить к ослаблению псевдотурбулентности, тем более заметному, чем выше частота столкновений. Последняя величина довольно быстро возрастает с увеличением концентрации дисперсной системы. Поэтому наличие существенной диссипации при столкновениях должно способствовать прогрессирующему с ростом концентрации уменьшению как давления, так и квазивязких напряжений. В частности, если эта диссипация выше некоторого предельного значения, модуль упругости диспергированной фазы при ее высокой концентрации может быть отрицательным, что повлечет за собой потерю термодинамической устойчивости и неизбежное расслоение первоначально однородной дисперсной системы. В любом случае с ростом диссипации облегчаются условия нарушения гидродинамической устойчивости дисперсных потоков.

Последнее было замечено в опытах и стимулировало появление моделей, согласно которым переход от однородного к неоднородному состоянию псевдооживления объясняется наличием когезионных сил, действующих между частицами (см., например, [14]). С феноменологической точки зрения затрудненное расхождение столкнувшихся частиц в результате потери части их энергии вполне может восприниматься как некая эффективная когезия. Свидетельством в пользу представления о нарушении термодинамической устойчивости при усилении столкновительной диссипации или оцепления между частицами могут служить также известные и весьма многочисленные данные о тенденции к образованию каналов и макроскопических агрегатов частиц с уменьшением их размеров. Действительно, увеличение числа частиц за счет уменьшения их размера при постоянной объемной концентрации приводит к росту частоты столкновений и облегчению расслоения.

Основной результат этой работы следует, конечно, усматривать в конструктивном замыкании системы динамических уравнений для дисперсного потока не слишком мелких частиц, которая может быть применена к решению многих конкретных задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Koch D. L. Kinetic theory for a monodisperse gas-solid suspension//Phys. Fluids. 1990. V. A2. № 10. P. 1711—1723.
2. Буевич Ю. А. Гидродинамическая модель дисперсного потока//Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 1. С. 79—87.
3. Буевич Ю. А., Марков В. Г. Реологические свойства однородных мелкодисперсных суспензий. Нестационарные течения//Инж.-физ. журн. 1978. Т. 34. № 6. С. 1007—1013.
4. Гольдштик М. А. Элементарная теория кипящего слоя//ПМТФ. 1972. № 6. С. 106—112.
5. Gibilaro L. G., di Felice R., Waldram S. P., Foscolo P. U. Generalized friction factor and drag coefficient correlations for fluid-particle interactions//Chem. Engng Sci. 1985. V. 40. № 10. P. 1817—1823.
6. Буевич Ю. А. Внутренние пульсации в потоках мелкодисперсных суспензий//Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 3. С. 91—100.
7. Яглом А. М. Введение в теорию стационарных случайных функций//Успехи мат. наук. 1952. Т. 7. № 5. С. 3—168.

8. *Carnahan N. F., Starling K. E.* Equation of state for non-attracting rigid spheres//*J. Chem. Phys.* 1969. V. 51. № 2. P. 635—636.
9. *Резибуа П., Де Ленер М.* Классическая кинетическая теория жидкостей и газов. М.: Мир, 1980. 423 с.
10. *Jackson R.* Hydrodynamic stability of fluid-particle systems//*Fluidization*. N. Y.: Acad. Press, 1985.
11. *Бувевич Ю. А., Канбасов Ш. К.* Устойчивость мелкодисперсных вертикальных потоков//*Изв. РАН. МЖГ.* 1993. № 6. С. 57—66.
12. *Buyevich Yu. A.* Statistical hydrodynamic of disperse systems. Pt. 3. Pseudo-turbulent structure of homogeneous suspensions//*J. Fluid Mech.* 1972. V. 56. № 2. P. 313—336.
13. *Leighton D., Acrivos A.* Viscous resuspension//*Chem. Engng Sci.* 1986. V. 41. № 6. P. 1377—1384.
14. *Rietema K.* The effect of interparticle forces on the expansion of a homogeneous gas-fluidized bed//*Chem. Engng Sci.* 1973. V. 28. № 7. P. 1493—1497.

Екатеринбург

Поступила в редакцию
8.И.1993