

УДК 533.7

© 1994 г. М. Ю. ГЛАДКОВ, В. Я. РУДЯК

## КИНЕТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ МЕЛКОДИСПЕРСНОЙ РАЗРЕЖЕННОЙ ГАЗОВЗВЕСИ

Из уравнения Лиувилля выведены кинетические уравнения мелкодисперсной разреженной газозвеси. Предполагается, что размер частиц взвеси меньше длины свободного пробега молекул газа, а их плотность настолько мала, что взаимодействием частиц друг с другом можно пренебречь. Показано, что в общем случае динамика такой газозвеси описывается системой двух кинетических уравнений, радикально отличающихся от уравнений Больцмана.

Начиная с классической работы Эйнштейна, теория газозвесей и суспензий строилась преимущественно феноменологически. На этом пути получен ряд впечатляющих результатов. Однако подобный подход имеет и известные недостатки. Феноменологические соображения плохо работают в сильно неравновесных ситуациях, а получаемые модели всегда формулируются с точностью до некоторых постоянных или функций. Естественной поэтому представляется идея привлечь для изучения газозвесей и суспензий методы кинетической теории газов. Это, с одной стороны, позволило бы определить границы применимости тех или иных феноменологических моделей, а с другой — получить ранее неизвестные модели, выяснив структуру уравнений переноса, вычислить коэффициенты переноса.

В литературе известны попытки вывода кинетических уравнений газозвесей и суспензий. Здесь можно выделить три подхода. В первом газозвесь рассматривалась как смесь двух компонентов и предполагалось, что их эволюция описывается системой уравнений Больцмана — Энскога. Ясно, что если такая модель и применима, то лишь для описания сильно разреженной мелкодисперсной газозвеси, когда взвешенные частицы представляют собой крупные молекулы.

Во втором подходе, наоборот, рассматривалась крупнодисперсная разреженная газозвесь, причем взаимодействие несущего газа с твердыми частицами описывалось диффузной моделью отражения [1]. При этом предполагалось, что функция распределения несущего газа удовлетворяет уравнению Больцмана, а для взвешенных частиц справедливо гидродинамическое приближение.

В работах [2—4] авторы исходят из уравнений Ланжевена движения взвешенных частиц и Смолуховского для их функции распределения. Считается, что частицы суспензии взаимодействуют друг с другом как твердые шары, а со стороны несущей жидкости на них действуют сила Стокса и некоторая случайная сила. При таком выводе кинетических уравнений без ответа остаются принципиальные вопросы о связи силы Стокса и случайной силы с процессами взаимодействия частиц между собой и с молекулами несущего газа. Не выясненной остается и область применимости полученных кинетических уравнений и их полнота.

Целью настоящей работы является вывод кинетического уравнения для мелкодисперсной разреженной газозвеси. Взвешенные частицы предполагаются твердыми и сферическими, а молекулы несущего газа — бесструктурными. Исследуется монодисперсная суспензия без учета возможных процессов коагуляции и разрушения частиц. Молекулы газа и частицы считаются электронейтральными.

1. Цепочка кинетических уравнений для газозвеси. Обычно характерный размер частиц взвеси их радиус  $R_0$  существенно превышает молекулярный:

$R_0 \gg r_0$ , где  $r_0$  — эффективный радиус молекулы. Вместе с тем, чтобы газовзвесь могла считаться мелкодисперсной, должно выполняться соотношение  $r_0 \ll R_0 \ll \lambda_x$ , где  $\lambda_x$  — длина свободного пробега молекул газа. В дальнейшем будем изучать ситуацию, когда  $R_0 \propto r'$ , где  $r'$  — физически бесконечно малый для разреженного газа масштаб длины. Вспоминая определение физически бесконечно малого масштаба [5], что рассматриваемая газовзвесь характеризуется соотношениями

$$r_0 \ll R_0 \ll \lambda_x, \quad R_0 \propto r' \propto \lambda_x \sqrt{\varepsilon_x}, \quad \varepsilon_x = n_x^3 r_0^3 \ll 1, \quad \varepsilon_p = n_p R_0^3 \ll 1 \quad (1.1)$$

где  $n_x$  и  $n_p$  — соответственно плотность несущего газа и взвешенных частиц. Будем, кроме того, «газ» взвешенных частиц считать столь разреженным, чтобы взаимодействием частиц друг с другом можно было пренебречь.

Динамика рассматриваемой газовзвеси описывается функцией распределения  $F_N$ , которая нормирована на единицу и определена во всем фазовом пространстве, причем обращается в нуль на его границах и в нефизических областях конфигурационного пространства (для пересекающихся конфигураций сталкивающихся частиц). Функция распределения является решением уравнения Лиувилля

$$\frac{\partial F_N}{\partial t} + L F_N = 0 \quad (1.2)$$

$$L = L_{N-n,x} + L_{n,p} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=n+1}^N (\Pi_{ij} + \Pi'_{ij}), \quad L_{N-n,x} = \sum_{i=n+1}^N \left( \frac{p_i}{m} \frac{\partial}{\partial r_i} - \sum_{j>i}^N \Phi_{ij} \right)$$

$$\Phi_{ij} = \frac{\partial \Phi_{ij}}{\partial r_i} \left( \frac{\partial}{\partial p_i} - \frac{\partial}{\partial p_j} \right), \quad \Pi_{ij} = \frac{\partial U_{ij}}{\partial r_j} \frac{\partial}{\partial p_j}$$

$$L_{n,p} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{P_i}{M} \frac{\partial}{\partial R_i} \right), \quad \Pi'_{ij} = \frac{\partial U_{ij}}{\partial R_i} \frac{\partial}{\partial P_i}$$

где  $L_{N-n,x}$  — оператор Лиувилля системы  $(N-n)$  молекул несущего газа,  $L_{n,p}$  — оператор Лиувилля системы  $n$  взвешенных частиц,  $r_i, R_j$  — соответственно радиус-векторы  $i$ -й молекулы и  $j$ -й частицы,  $p_i, P_j$  — их импульсы, а  $m$  и  $M$  — массы,  $\Phi_{ij}, U_{ij}$  — соответственно потенциалы взаимодействия молекул между собой и молекул с частицами.

Характерный размер частиц газовзвеси  $R_0 \gg r_0$ . Поскольку они предполагаются твердыми, а значит, молекулы в них плотно упакованы, то масса такой частицы  $M \propto R_0^3$  и  $m/M \propto r_0^3/R_0^3 \ll 1$ . С учетом оценки (1.1) получаем  $m/M \propto \varepsilon_x^{3/2}$ . Используя это, нетрудно установить, что уравнение (1.2) содержит малый параметр  $\sqrt{m/M} \propto \varepsilon_x^{3/4}$ ,  $\Pi'_{ij} \propto L_{ip} \propto \varepsilon_x^{3/4}$ .

Введем обычным образом частичные функции распределения

$$F_{s,x} = V^s \int dX_1 \dots dX_n dx_{n+s+1} \dots dx_N F_N \quad (1.3)$$

$$F_{k,p} = V^k \int dX_1 \dots dX_{n-k} dx_{n+1} \dots dx_N F_N \quad (1.4)$$

$$F_{s,k} = V^{s+k} \int dX_1 \dots dX_{n-k} dx_{n+s+1} \dots dx_N F_N \quad (1.5)$$

$$dX_i = dR_i dP_i, \quad dx_j = dr_j dp_j$$

Здесь  $F_{s,x}$  —  $s$ -частичная функция распределения молекул несущего газа,  $F_{k,p}$  —  $k$ -частичная функция распределения взвешенных частиц, а  $F_{s,k}$  —  $(s+k)$ -частичная функция распределения газовзвеси,  $s$  — частичная по молекулам и  $k$  — частичная по взвешенным частицам,  $V$  — объем системы.

Интегрируя уравнение (1.2) по фазовым переменным молекул и частиц, получим цепочку кинетических уравнений для функций (1.3)—(1.5)

$$\frac{\partial F_{1g}}{\partial t} + L_{1g}F_{1g} = \frac{(N-n-s)}{V} \sum_{l=n+1}^{n+s} \int dx_{n+s+1} \vartheta_{l,n+s+1} F_{s+1,g} + \frac{n}{V} \sum_{l=n+1}^{n+s} \int dX_n \Pi_{n,l} F_{s,l} \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial F_{kp}}{\partial t} + L_{kp}F_{kp} = \frac{(N-n)}{V} \sum_{l=n-k+1}^n \int dx_{n+1} \Pi'_{l,n+1} F_{lk} \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{sk}}{\partial t} + (L_{1g} + L_{kp}) F_{sk} + \sum_{l=n-k+1}^n \sum_{j=n+1}^{n+s} (\Pi_{lj} + \Pi'_{lj}) = \\ = \frac{(N-n-s)}{V} \sum_{l=n+1}^{n+s} \int dx_{n+s+1} \vartheta_{l,n+s+1} F_{s+1,k} + \\ + \frac{(N-n-s)}{V} \sum_{l=n-k+1}^n \int dx_{n+s+1} \Pi'_{l,n+s+1} F_{s+1,k} + \frac{(n-k)}{V} \sum_{l=n+1}^{n+s} \int dX_{n-k} \Pi_{n-k,l} F_{s,k+1} \end{aligned} \quad (1.8)$$

Кинетические уравнения для одночастичных функций распределения молекул  $F_{1g}$  и частиц  $F_{1p}$ , которые получаются из формул (1.6) и (1.8) соответственно при  $s=1$  и  $k=1$ , имеют вид

$$\frac{\partial F_{1g}}{\partial t} + L_{1g}F_{1g} = n_g \int dx_{n+2} \vartheta_{n+1,n+2} F_{2g} + n_p \int dX_n \Pi_{n,n+1} F_{11} \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial F_{1p}}{\partial t} + L_{1p}F_{1p} = n_g \int dx_{n+1} \Pi'_{n,n+1} F_{11} \quad (1.10)$$

Эти уравнения не замкнуты относительно функций  $F_{1g}$  и  $F_{1p}$ . Для вывода одночастичных кинетических уравнений надо определить функции  $F_{2g}$  и  $F_{11}$ . Функцию  $F_{2g}$  необходимо вычислить для конфигурации  $|\mathbf{r}_{n+1} - \mathbf{r}_{n+2}| \leq r_0$ . В приближении разреженного газа при выводе уравнений для функций  $F_{2g}$  и  $F_{11}$  следует пренебречь членами порядка  $\varepsilon_g$  и  $\varepsilon_p$  и меньше, но сохранить члены, большие  $\varepsilon_g$  и  $\varepsilon_p$ . Ограничимся вычислением функций  $F_{11}$  и  $F_{2g}$  с точностью  $O(\varepsilon_g^{1/2})$ , пренебрегая членами  $O(\varepsilon_g^{3/4})$ .

Уравнение для функции  $F_{2g}$  получается из цепочки (1.6) и имеет обычный для разреженного газа вид [6]

$$\frac{\partial F_{2g}}{\partial t} + L_{2g}F_{2g} = 0 \quad (1.11)$$

Уравнение для функции  $F_{11}$  выводится из цепочки (1.8) и в рассматриваемом приближении записывается так

$$\frac{\partial F_{11}}{\partial t} + L_{1g}F_{11} - \Pi_{n+1,n} F_{11} = n_g \int dx_{n+2} (\vartheta_{n+1,n+2} F_{21} + \Pi'_{n,n+2} F_{21}) \quad (1.12)$$

Функцию распределения  $F_{11}$  необходимо вычислить для конфигурации  $|\mathbf{r}_{n+1} - \mathbf{r}_n| \leq R_0$ . На этих масштабах первый член в правой части уравнения (1.12) имеет порядок  $\varepsilon_g^{1/2}$ , а второй —  $\varepsilon_g^{1/4}$ . Функцию  $F_{21}$ , определяющую интеграл столкновений уравнения (1.12), следует поэтому вычислять с разной точностью. Функцию  $F_{21}$ , входящую в первый член правой части уравнения (1.12), т. е. для конфигурации  $|\mathbf{r}_{n+1} - \mathbf{r}_{n+2}| \leq r_0$ ,  $|\mathbf{r}_{n+1} - \mathbf{r}_n| \leq R_0$ , мы должны вычислить с точностью до членов порядка единицы. Нетрудно установить (см. уравнения (1.8)), что в этом случае она удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial F_{21}}{\partial t} + L_{2g} F_{21} - \sum_{i=n+1}^{n+2} \Pi_{ni} F_{21} = 0 \quad (1.13)$$

С другой стороны, функцию  $F_{21}$  для конфигурации  $|R_n - r_{n+i}| \leq R_0, i=1, 2$  (второй член в правой части (1.12)), надо вычислить с точностью до членов  $O(e^{1/2})$ . Из цепочки (1.8) тогда находим уравнение для этой функции

$$\frac{\partial F_{21}}{\partial t} + L_{2g} F_{21} - \sum_{i=n+1}^{n+2} \Pi_{ni} F_{21} = n_g \int dx_{n+3} \Pi'_{n, n+3} F_{31} \quad (1.14)$$

причем функция  $F_{31}$  является решением уравнения

$$\frac{\partial F_{31}}{\partial t} + L_{3g} F_{31} - \sum_{i=n+1}^{n+3} \Pi_{ni} F_{31} = 0 \quad (1.15)$$

Уравнения (1.14) и (1.15) определяют эволюцию функций  $F_{21}$  и  $F_{31}$  на масштабах порядка  $R_0 \gg r_0$ . Чтобы учесть явно это обстоятельство, необходимо ввести огрубленные соответствующим образом функции распределения. Огрубление производится усреднением функций распределения по физически бесконечно малым объемам и времени [7]. Усредненные таким образом функции  $F_{sk}$  будем обозначать в дальнейшем  $f_{sk}$ . Применяя затем операцию усреднения (см. [7]) к уравнениям (1.14) и (1.15), находим уравнения для функций  $f_{21}$  (для конфигурации  $|r_{n+i} - R_n| \leq R_0, i=1, 2$ ) и  $f_{31}$  (для конфигурации  $|r_{n+i} - R_n| \leq R_0, i=1, 2, 3$ )

$$\frac{\partial f_{21}}{\partial t} + \sum_{i=n+1}^{n+2} \left( \frac{p_i}{m} \frac{\partial}{\partial r_i} - \Pi_{ni} \right) f_{21} = n_g \int dx_{n+3} \Pi'_{n, n+3} f_{31} \quad (1.16)$$

$$\frac{\partial f_{31}}{\partial t} + \sum_{i=n+1}^{n+3} \left( \frac{p_i}{m} \frac{\partial}{\partial r_i} - \Pi_{ni} \right) f_{31} = 0 \quad (1.17)$$

При выводе данных уравнений мы опустили  $\delta$ -образные флуктуационные члены, пропорциональные  $V^{-1}$  и исчезающие в термодинамическом пределе.

Таким образом, динамика рассматриваемой разреженной газозвеси описывается системой кинетических уравнений (1.9)—(1.13), (1.16) и (1.17). Последовательно разрешая эти уравнения, начиная с (1.17), мы выведем замкнутые одночастичные кинетические уравнения для газозвеси.

2. Решение цепочки уравнений (1.11)—(1.17). Поскольку газозвесь предполагается разреженной, в качестве начального условия будем использовать условия полного ослабления начальных корреляций [6]. Решение уравнений (1.11) и (1.17) можно тогда записать так

$$F_{2g}(t) = S_{-t}^{(2)}(t-t_0) F_{1g}(t) F_{1g}(t) \quad (2.1)$$

$$f_{31}(t) = \prod_{i=n+1}^{n+3} \Omega_{-(t-t_0)}^{(ni)} F_{1p}(t) F_{1g}(t) \quad (2.2)$$

$$S_{-t}^{(2)} \equiv S_{-t}^{(n+1, n+2)} = \exp \{t \hat{\Omega}_{n+1, n+2}\}, \quad \Omega_{-t}^{(ni)} = \exp \{t \Pi_{ni}\}$$

Подставляя решение (2.2) в уравнение (1.16) и интегрируя его, находим функцию

$$f_{21}(t) = \prod_{i=n+1}^{n+2} \Omega_{-(t-t_0)}^{(ni)} F_{1p}(t) F_{1g}(r_i, t) +$$

$$+ n_g \int_0^t dt_1 \int dx_{n+3} \prod_{j=n+1}^{n+2} \Omega_{-(t-t_0)}^{(n)} \Pi_{n,n+3}' \prod_{l=n+1}^{n+3} \Omega_{-(t_1-t_0)}^{(n)} F_{1\rho} F_{1g}(r_l) \quad (2.3)$$

Функция же распределения  $F_{21}$  для конфигурации  $|\mathbf{r}_{n+1} - \mathbf{r}_{n+2}| \leq r_0$ ,  $|\mathbf{r}_{n+1} - \mathbf{R}_n| \leq R_0$  (см. уравнение (1.13)) описывается формулой

$$F_{21}(t) = S_{-(t-t_0)}^{(2)} \prod_{l=n+1}^{n+2} \Omega_{-(t_1-t_2)}^{(n)} F_{1\rho}(t) F_{1g}(t) F_{1g}(t) \quad (2.4)$$

Теперь остается подставить выражения (2.3) и (2.4) в уравнение (1.12) и вычислить функцию  $F_{11}$ . Она равна

$$\begin{aligned} F_{11}(t) = & \Omega_{-(t-t_0)}^{(n,n+1)} S_{-(t-t_0)}^{(1)} F_{1\rho}(t) F_{1g}(\mathbf{r}_{n+1}, \mathbf{p}_{n+1}, t_0) + \\ & + n_g \int_0^t dt_1 \int dx_{n+2} \Omega_{-(t-t_1)}^{(n,n+1)} \Pi_{n,n+2}' \prod_{l=n+1}^{n+2} \Omega_{-(t_1-t_0)}^{(n)} F_{1\rho} F_{1g} F_{1g} + \\ & + n_g \int_0^t dt_1 \int dx_{n+2} \Omega_{-(t-t_1)}^{(n,n+1)} \vartheta_{n+1,n+2} S_{-(t_1-t_0)}^{(2)} \prod_{l=n+1}^{n+2} \Omega_{-(t_1-t_0)}^{(n)} F_{1\rho} F_{1g} F_{1g} + \\ & + n_g^2 \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 \int dx_{n+2} \int dx_{n+3} \Omega_{-(t-t_1)}^{(n,n+1)} \Pi_{n,n+2}' \prod_{j=n+1}^{n+2} \Omega_{-(t_1-t_2)}^{(n)} \times \\ & \times \Pi_{n,n+3}' \prod_{l=n+1}^{n+3} \Omega_{-(t_2-t_0)}^{(n)} F_{1\rho} F_{1g}(r_l) \quad (2.5) \end{aligned}$$

$$S_{-t}^{(1)} = \exp \left\{ -t \frac{\mathbf{p}_{n+1}}{m} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_{n+1}} \right\}$$

причем в первом члене соотношения (2.5) необходимо учитывать также эффекты запаздывания и пространственной нелокальности, которые дают вклад в функцию  $F_{11}$  порядка  $\varepsilon_g^{1/2}$ .

3. Кинетические уравнения мелкодисперсной газовой смеси. Кинетические уравнения мелкодисперсной газовой смеси получаются после подстановки функций (2.1), (2.5) в уравнения (1.9) и (1.10). Интегралы столкновений выведенных таким образом кинетических уравнений будут содержать члены порядка 1,  $\varepsilon_g^{1/4}$  и  $\varepsilon_g^{1/2}$ . Рассмотрим типичные ситуации, которые здесь реализуются.

Пусть несущий газ является сильно разреженным, т. е.  $\varepsilon_g < 10^{-8}$ . В этом случае поправками порядка  $\varepsilon_g^{1/4}$  и  $\varepsilon_g^{1/2}$  можно пренебречь и система кинетических уравнений (1.9), (1.10) сводится обычным образом [6] к системе уравнений Больцмана

$$\frac{\partial f_{1g}}{\partial t} + L_{1g} F_{1g} = J_0^{gg} + J_0^{gp}, \quad \frac{\partial f_{1\rho}}{\partial t} + L_{1\rho} F_{1\rho} = J_0^{p\rho}$$

где  $J^{gg}$  — интеграл столкновений молекул с молекулами,  $J^{gp}$  и  $J^{p\rho}$  — интегралы столкновений молекул с частицами. Все интегралы столкновений, обозначенные индексом ноль, имеют вид парных больцмановских интегралов столкновений.

Если несущий газ разреженный, т. е.  $10^{-8} \leq \varepsilon_g \leq 10^{-6}$ , в решении (2.5) следует сохранить члены порядка  $\varepsilon_g^{1/4}$  и система кинетических уравнений примет вид

$$\frac{\partial f_{1g}}{\partial t} + L_{1g} F_{1g} = J_0^{gg} + J_0^{gp} + J_1^{gp}, \quad \frac{\partial f_{1\rho}}{\partial t} + L_{1\rho} F_{1\rho} = J_0^{p\rho} + J_1^{p\rho}$$

где появляются дополнительные интегралы столкновений  $J_1^{sp}$  и  $J_1^{ps}$ , определяемые так

$$J_1^{sp} = n_p n_g \int_{t_0}^t dt_1 \int dX_n \int dx_{n+2} \Pi_{n,n+1} \Omega_{-(t-t_1)}^{(n,n+1)} \Pi'_{n,n+2} \prod_{l=n+1}^{n+2} \Omega_{-(t_1-t_0)}^{(nl)} F_{1p} F_{1g} F_{1g}$$

$$J_1^{ps} = n_g^2 \int_{t_0}^t dt_1 \int dx_{n+1} \int dx_{n+2} \Pi'_{n,n+1} \Omega_{-(t-t_1)}^{(n,n+1)} \Pi'_{n,n+2} \prod_{l=n+1}^{n+2} \Omega_{-(t_1-t_0)}^{(nl)} F_{1p} F_{1g} F_{1g}$$

Наконец, в умеренно разреженном газе, когда  $10^{-6} \leq \varepsilon_g \leq 10^{-4}$  (в воздухе, например, при нормальных условиях  $\varepsilon_g \sim 10^{-4}$ ), при выводе кинетических уравнений необходимо уже учитывать и поправки порядка  $\varepsilon_g^{1/2}$ . Такие же поправки будут содержать и кинетические уравнения

$$\frac{\partial f_{1g}}{\partial t} + L_{1g} F_{1g} = J_0^{gs} + J_0^{sp} + J_1^{sp} + J_2^{sp}, \quad \frac{\partial f_{1p}}{\partial t} + L_{1p} F_{1p} = J_0^{ps} + J_1^{ps} + J_2^{ps}$$

Здесь  $J_2^{sp}$  получается подстановкой во второй интеграл столкновений уравнения (1.9) трех последних членов формулы (2.5) и членов, ответственных за эффекты памяти и нелокальности

$$\begin{aligned} J_2^{sp} = & n_p n_g \int_{t_0}^t dt_1 \int dX_n \int dx_{n+2} \Pi_{n,n+1} \Omega_{-(t-t_1)}^{(n,n+1)} \left[ \vartheta_{n+1,n+2} S_{-(t_1-t_0)}^{(2)} \times \right. \\ & \times \prod_{k=n+1}^{n+2} \Omega_{-(t_1-t_0)}^{(nk)} + n_g \int_{t_0}^t dt_2 \int dx_{n+3} \Pi'_{n,n+2} \prod_{j=n+1}^{n+2} \Omega_{-(t_1-t_2)}^{(nj)} \Pi'_{n,n+3} \times \\ & \times \prod_{l=n+1}^{n+3} \Omega_{-(t_2-t_1)}^{(nl)} F_{1g} \left. \right] F_{1g} F_{1g} F_{1p} + n_p \int dX_n \Pi_{n,n+1} \Omega_{-(t-t_0)}^{(n,n+1)} \times \\ & \times S_{-(t-t_0)}^{(1)} \left[ - \{t-t_0\} \frac{\partial F_{1g}}{\partial t} + \{R_n - r_{n+1}\} \frac{\partial F_{1g}}{\partial r_{n+1}} \right] F_{1p} \end{aligned}$$

Аналогично записывается интеграл столкновений  $J_2^{ps}$ .

Проведенный вывод кинетических уравнений показывает, что эволюция мелкодисперсной газозвеси описывается системой уравнений Больцмана только в том случае, когда несущий газ является ультраразреженным. Во всех остальных случаях кинетические уравнения будут содержать дополнительные многочастичные интегралы столкновений. Физически это связано с учетом одновременного взаимодействия нескольких молекул с частицей или корреляций, возникающих между молекулами из-за их последовательного взаимодействия с частицей. Наиболее важен вклад трехчастичных взаимодействий. В разреженной газозвеси он будет определять поправки к диссипативным характеристикам газозвеси в десятки процентов. С другой стороны, вклад столкновений в недиссипативные характеристики газозвеси порядка  $\varepsilon_g^{1/2}$  и ими почти всегда можно пренебречь.

Эта работа осуществлена при частичной финансовой поддержке фонда Сороса, которому авторы выражают свою признательность.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лунькин Ю. П., Мырлин В. Ф. Кинетическая модель газозвеси // Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 1. С. 134—139.
2. Мясников В. Л. О динамических уравнениях движения двухкомпонентных систем // ПМТФ. 1967. № 2. С. 58—67.

3. Мясников В. П. Статистическая модель механического поведения дисперсных сред // Механика многокомпонентных сред в технологических процессах. М.: Наука, 1977. С. 70—101.
4. Янков Я. Д. Кинетическая теория дисперсных систем // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 1. С. 128—132.
5. Климонтович Ю. Л. Кинетическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы. М.: Наука, 1975. 352 с.
6. Боголюбов Н. Н. Проблемы динамической теории в статистической физике. М.; Л.: Гостехиздат, 1946. 119 с.
7. Рудяк В. Я. Основное кинетическое уравнение разреженного газа // Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 6. С. 154—160.

Новосибирск

Поступила в редакцию  
2.III.1993