

УДК 533.6.071.8:519.635

© 1994 г. Е. И. ВАСИЛЬЕВ, Е. В. ДАНИЛЬЧУК

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О РАЗВИТИИ ТЕЧЕНИЯ В УДАРНОЙ ТРУБЕ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ВЫДВИЖЕНИИ ДИАФРАГМЫ

Методом второго порядка точности проведено численное моделирование нестационарного двумерного течения совершенного газа, возникающего в канале постоянного сечения при поперечном выдвигании диафрагмы, обеспечивающей начальный перепад давлений. На основе полученных результатов проводится подробный анализ эволюции и взаимодействий основных волновых возмущений с течением времени.

Задача об образовании ударной волны в трубе в различных постановках рассматривалась рядом авторов. В [1—3] экспериментально были получены количественные характеристики картины течения для разной скорости раскрытия диафрагмы в ударной трубе, изучался вопрос о возникновении вторичного скачка уплотнения в начальный период течения. В [3—4] в рамках квазиодномерной модели численно изучалось влияние немгновенности раскрытия диафрагмы на отклонение течения в ударной трубе от идеального. Такой подход не учитывает двумерности течения вблизи диафрагмы, взаимодействий со стенками ударной трубы и не может прояснить многих существенных факторов картины течения. В двумерной постановке численное моделирование осуществлялось в [5] (FLIC-метод) и [6] (метод Лакса — Вендроффа), где представленные результаты не полностью проясняют характер волновых взаимодействий и особенностей эволюции вторичного, а также и первичного скачков по причине использования недостаточно совершенной численной методики. Авторами настоящей работы также проводилась попытка численного решения данной задачи [7] с помощью метода Годунова [8]. Выделение первичной волны позволило подробно проанализировать ее поведение, однако невысокая точность метода не дала возможности выяснить картину в целом, в частности характер эволюции вторичного скачка. В данной работе делается попытка устранить этот пробел с помощью более совершенного численного метода.

1. Постановка задачи. Рассматривается плоское нестационарное течение идеального совершенного газа с постоянными теплоемкостями, возникающее в канале с выдвигающейся диафрагмой. Диафрагма, обеспечивающая в начальный момент времени $t = 0$ заданный перепад давлений p_1/p_0 , выдвигается поперек канала с конечной скоростью V_D . Через образующееся отверстие газ начинает перетекать в камеру низкого давления. Возникающая при этом вблизи отверстия диафрагмы первичная ударная волна в результате дальнейшего сложного процесса взаимодействия со стенками канала из цилиндрической превращается в плоскую. Течение между диафрагмой и первичной волной носит сложный характер, возможно появление вторичных и отраженных ударных волн.

Дифференциальные уравнения газовой динамики, описывающие двумерное нестационарное течение невязкого и нетеплопроводного совершенного газа, имеют вид

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} F(a) + \frac{\partial}{\partial y} G(a) = 0 \quad (1.1)$$

$$a = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ t \end{bmatrix}; \quad F(a) = \begin{bmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho uv \\ (e + p)u \end{bmatrix}; \quad G(a) = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ p + \rho v^2 \\ (e + p)v \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{\rho(u^2 + v^2)}{2}$$

Здесь x — координата вдоль оси симметрии канала, y — расстояние до оси, ρ и p — плотность и давление, u и v — компоненты скорости вдоль осей x и y соответственно, e — полная энергия единицы объема, показатель адиабаты $\gamma = 1,4$.

С учетом того что в области течения имеются разрывы, под искомым решением подразумевается слабое решение, т. е. удовлетворяющее (1.1) в интегральном смысле.

Обезразмеривание проводилось по плотности ρ_0 , скорости звука c_0 в области с пониженным давлением и полувысоте канала h_0 .

Начальные условия задаются состоянием покоящегося газа внутри канала: (p_1, ρ_1) — слева от диафрагмы и (p_0, ρ_0) — справа. Наличие выдвигающейся диафрагмы требует выполнения условия непротекания на ней, так же как и на стенках канала. В силу симметрии течения рассматривалась только половина канала с условием непротекания на оси.

Численное решение задачи проводилось монотонным методом второго порядка точности по пространству и времени [8, 9]. Метод представляет собой модификацию известного явного метода Годунова [10] и его последующего развития [11].

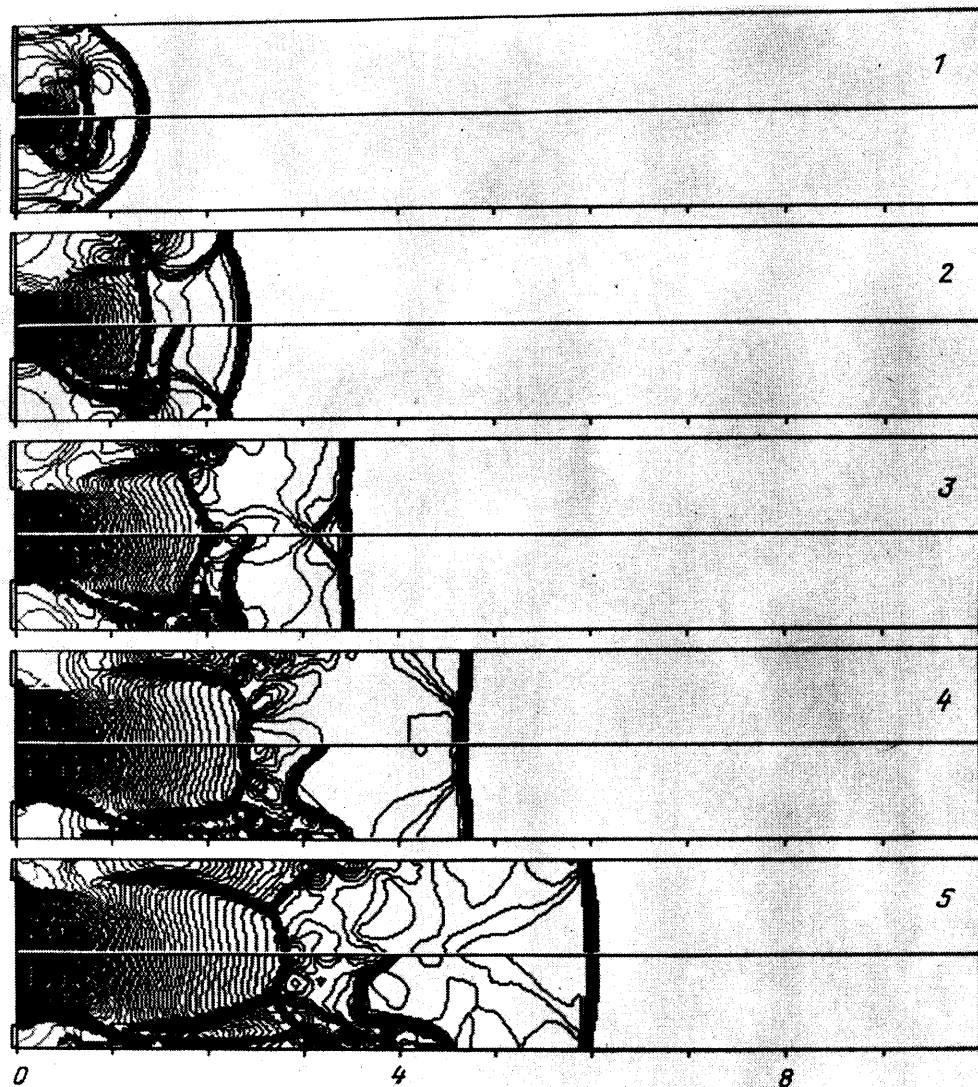
В работах [5—7] для простоты реализации граничных условий на диафрагме ее выдвигение моделировалось совокупностью скачкообразных перемещений на величину одной ячейки. В данной работе для адекватного описания непрерывного выдвигения диафрагмы реализация граничных условий на ней была усовершенствована: потоки через границы ячеек, прилегающих к диафрагме и частично ею закрытых, вычислялись как сумма потоков через закрытую и открытую часть границ ячеек.

Расчетная область содержала 240 ячеек по оси x и 20 ячеек по оси y , при этом 80% всех ячеек располагалось справа от диафрагмы в камере низкого давления.

Существенное повышение точности в предлагаемой модификации достигается за счет не очень большого увеличения машинного времени. Общее время расчета возрастает не более чем на 35—40% по сравнению с методом Годунова. Расчеты и обработка результатов проводились на IBM AT-386/387 SX-25 и потребовали около 10 ч машинного времени на один вариант (1000 шагов по времени).

2. Результаты численного решения. Детальное исследование картины течения проводилось для варианта с исходными данными: $V_D = 0,2$, $p_1/p_0 = \rho_1/\rho_0 = 40$. Для этого варианта на фиг. 1—3 изображены 14 расчетных кадров изолиний полей давления и плотности с интервалом по времени 0,75 (с $t_1 = 1$ по $t_{14} = 10,75$), полученных на неподвижной равномерной сетке. На каждом кадре выше плоскости симметрии представлено поле давления, а ниже — поле плотности. Расчетная область по оси x содержала 12 единиц длины (полувысот канала h_0), из которых на камеру низкого давления приходилось 10 и 2 на камеру высокого, которая на кадрах не изображена. Деления по оси x с шагом единица отмечены под каждым кадром. Положение диафрагмы соответствует координате $x = 0$.

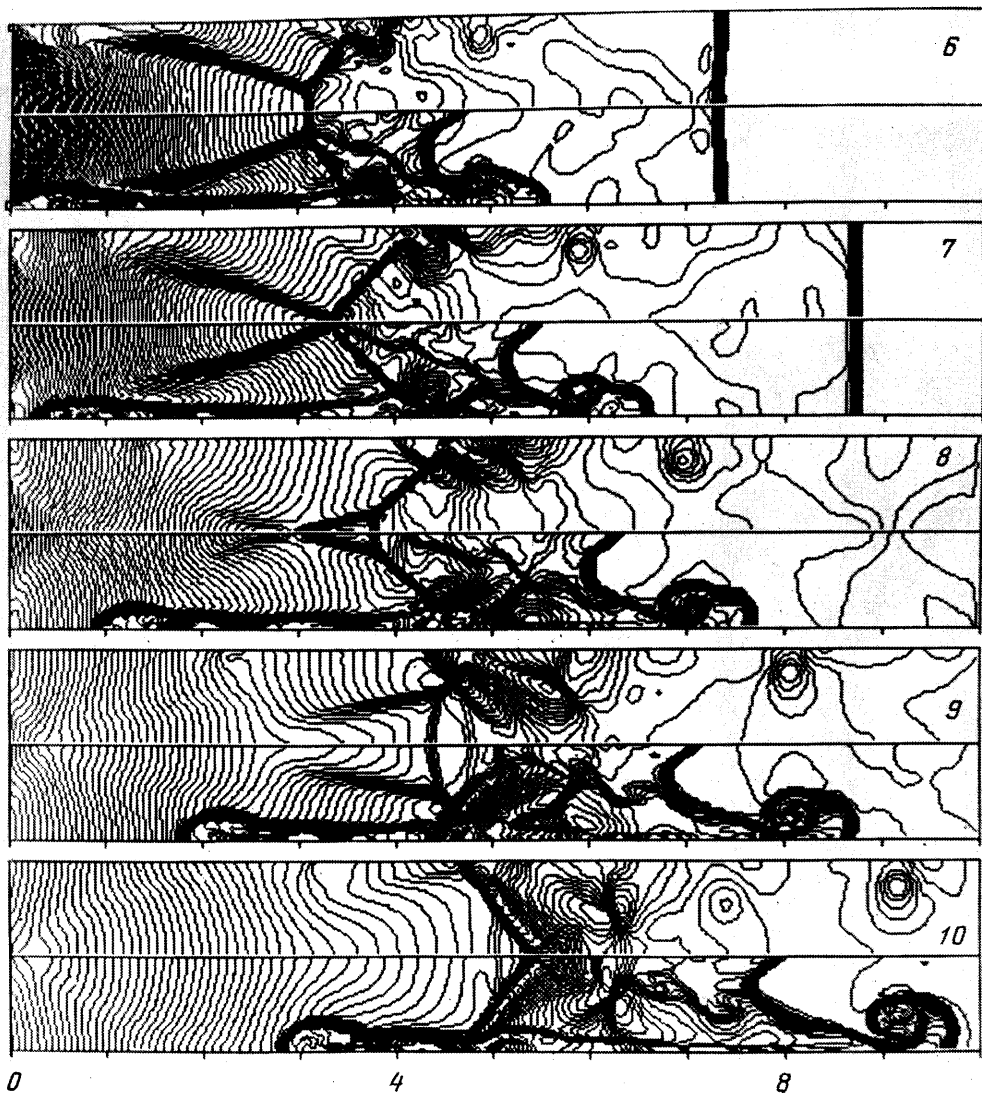
К моменту t_1 открыто 20% площади канала. Первичная ударная волна достигла стенок канала и около них хорошо видна сформировавшаяся отраженная ударная волна,двигающаяся поперек канала к плоскости симметрии. Отчетливо виден вторичный скачок, наличие которого связано с перерасширением вытекающей из отверстия сверхзвуковой струи. Между вторичным скачком и первичной волной видна контактная поверхность, отделяющая струю от газа, находившегося правее диафрагмы в начальный момент.



Фиг. 1

К моменту времени t_2 регулярное отражение первичной волны от стенки сменилось маховским. Отчетлива видна тройная конфигурация на пристеночной части первичной волны. Поперечная волна еще не достигла плоскости симметрии, но имеет достаточно большую интенсивность. За диафрагмой около стенок видны застойные зоны, которые обусловлены срывом потока с кромок диафрагмы. В момент t_2 на нижней части кадра хорошо виден тангенциальный разрыв, ограничивающий боковую часть истекающей струи. Вторичный скачок к этому моменту перекрыл более половины канала. Кроме того, хорошо видно, что он состоит из двух почти перпендикулярных частей, соединенных посредством маховской конфигурации.

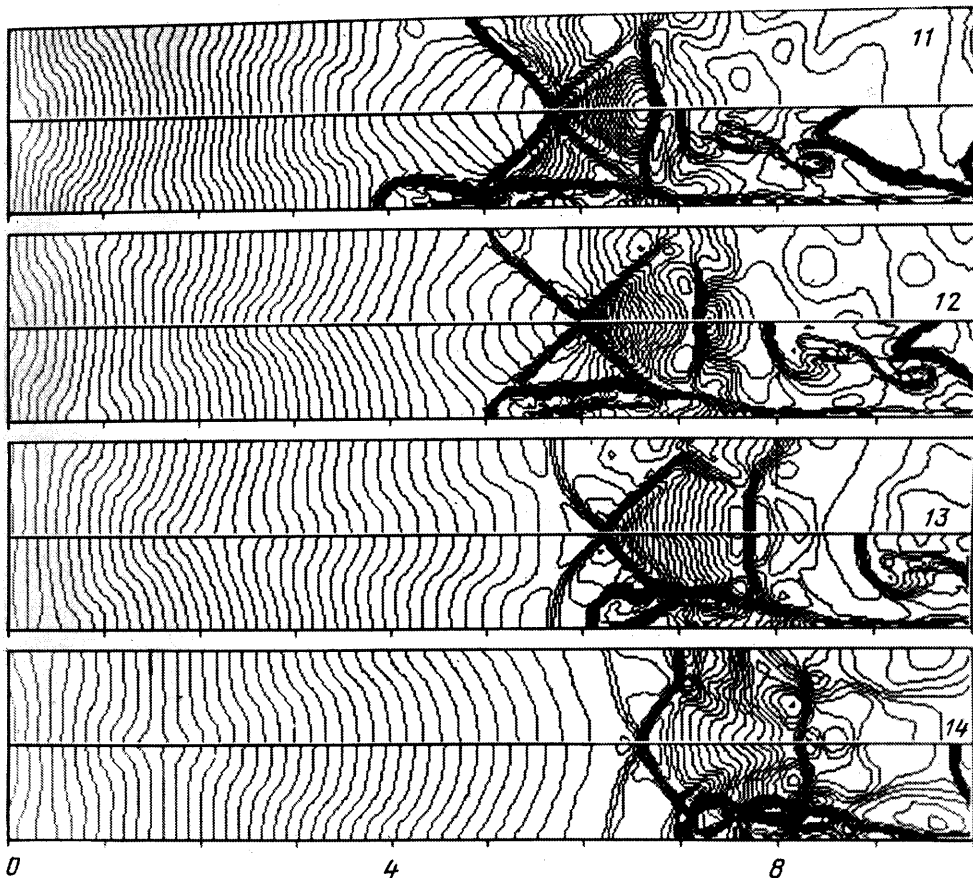
К моменту t_3 открыто 50% сечения канала. Поперечная волна достигла плоскости симметрии и отразилась от нее, при этом по сгущению изолиний видно, что направленная к стенке волна имеет меньшую интенсивность. В то же время тройная конфигурация на первичной волне еще не достигла оси x .



Фиг. 2

Это означает, что вплоть до $x = 4$ осевая часть первичной волны не испытывает влияния стенок. Вторичный скачок к моменту t_3 перекрыл почти весь канал, а его боковая часть, находящаяся вблизи стенки, трансформируется на следующих кадрах t_4 и t_5 в висячий косой скачок, который необходим для разворота боковой части истекающей струи параллельно стенке канала.

К моменту t_4 открыто 65% сечения. К этому моменту поперечная волна полностью отразилась от оси. Маховская конфигурация на фронте первичной волны движется по направлению к стенке. Аналогичное образование, порожденное поперечной волной, наблюдается и на фронте вторичного скачка, где помимо этого находится еще одна тройная точка — место сопряжения с боковым висячим скачком. К этому моменту резко меняются скорости первичного и вторичного скачков вдоль оси x . Это легко заметить визуально, если сравнить их перемещения за временные промежутки (t_2, t_3) и (t_3, t_4) . В результате отражения поперечной волны от плоскости симметрии вторичный скачок тормозится, а первичный



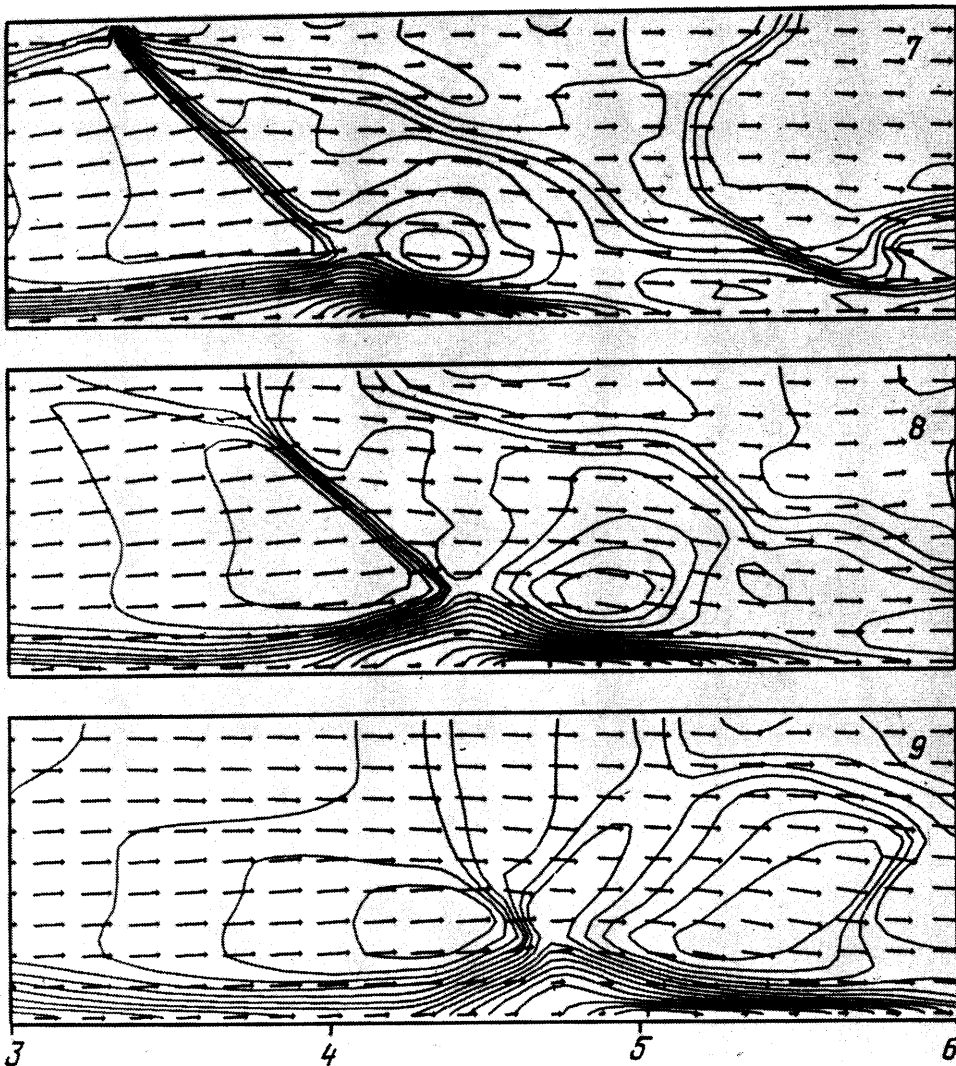
Фиг. 3

ускоряется. В обоих случаях это связано с увеличением их интенсивностей, а так как вторичный скачок движется навстречу потоку, но сносится им вниз по течению, его скорость в лабораторной системе уменьшается. К этому моменту начинает проявляться деформация контактной поверхности: ее пристеночная часть вытягивается вдоль по потоку. В следующие моменты t_5 и t_6 эта тенденция сохраняется и объясняется тем, что пристеночная часть струи слабее тормозится в системе косых скачков, чем поток на оси.

К моменту t_5 открыто 80% площади канала. Тройная точка на фронте первичной волны дошла до стенки, отразилась и повернула назад, при этом по сгущению изолиний видно, что интенсивность ножки Маха стала меньше, чем до отражения. На фронте вторичного скачка обе тройные конфигурации слились в одну и он представляет собой отчетливо выраженную систему из трех скачков. На нижней части кадра хорошо виден тангенциальный разрыв, исходящий из точки сопряжения скачков. На нем скорость газа со стороны стенки больше, что и является причиной деформации контактной поверхности.

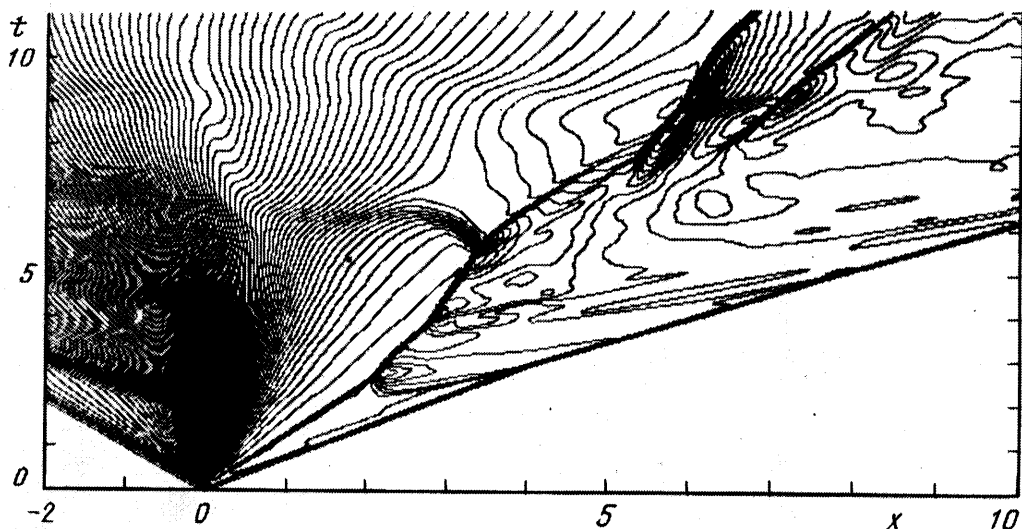
К моменту времени t_6 (фиг. 2, б, открыто 95% сечения) вытянутая по потоку часть контактной поверхности теряет устойчивость и сворачивается в вихрь. В этом месте образуется локальный минимум давления. Осевая часть вторичного скачка к этому моменту значительно уменьшается и становится практически перпендикулярной оси x .

К моменту времени t_7 диафрагма выдвинулась полностью (время полного выдвижения $t = 5$), однако у стенки осталась область более горячего и малоподвижного газа (последствие застойной зоны), которая начинает медленно ускоряться



Фиг. 4

и сносится вниз по потоку. Осевая часть вторичного скачка полностью исчезает, а косой скачок, направленный против потока, начинает ослабевать по причине выравнивания набегающего потока после полного выдвижения диафрагмы. Хотя косой скачок и ослабевает, но его движение под острым углом к оси x приводит к тому, что точка пересечения с осью резко тормозится и даже перемещается против потока (эффект ножниц, см. кадры t_7 и t_8). Два косых скачка не могут выполнять функцию согласования давления в набегающем потоке, тем более когда один из них резко ослабевает, по этой причине в месте исчезновения осевой части вторичного скачка вновь возникает прямой скачок, который слабее исчезнувшего и быстрее сносится вниз набегающим потоком (кадры t_8-t_9 на фиг. 2, б). Об этом можно судить визуально по перемещениям за временные промежутки (t_6, t_7) и (t_8, t_9) . Следует отметить, что в момент t_8 на оси x существуют две волны сжатия — пересечение еще не исчезнувших косых скачков и уже возникший за ними прямой. Это явление представляет собой не что иное, как взаимодействие двигающихся навстречу друг другу, но находящихся по



Фиг. 5

разные стороны от плоскости симметрии тройных конфигураций на фронте вторичного скачка.

К моменту t_8 первичная волна покинула расчетную область, после чего на правой границе поддерживаются мягкие граничные условия. На кадрах t_8 и t_9 отчетливо видно, что у стенки канала, в районе $x = 5$, формируются два скачка, разделенные волной разрежения.

Причину их возникновения можно объяснить следующим образом. В процессе выдвигания диафрагмы срывные зоны за нераскрытой частью сокращаются и более нагретый газ из них вытесняется вдоль стенок вниз по потоку. В результате чего у стенки образуется некое подобие пограничного слоя, имеющего повышенную температуру и скорость меньше скорости основного потока. Это хорошо видно на фиг. 4, где изображены фрагменты поля скоростей для $3 < x < 6$ на фоне изолиний числа Маха на моменты t_7 , t_8 и t_9 . Векторы скорости изображены для каждой третьей ячейки по оси x и для каждой второй по оси y . Дискретность значений изолиний числа Маха 0,1. Плоскость симметрии на каждом фрагменте находится сверху.

После того как направленный вниз по потоку висячий скачок достигает достаточной интенсивности, за ним начинается происходить явление, аналогичное отрыву пограничного слоя за ударной волной. Образуется вихрь, оттесняющий поток от стенки, и характерная конфигурация из двух скачков: переднего и замыкающего. Передний скачок разворачивает сверхзвуковой поток для обтекания вихря. Далее поток при обтекании вихря ускоряется в волне разрежения и разворачивается в замыкающем скачке параллельно стенке.

В связи с притоком газа из пристеночного слоя размер дозвукового вихревого образования и упомянутых скачков растет (кадры t_8 , t_9). Эффективное проходное сечение канала сужается и скачки достигают середины канала (кадры t_9 , t_{10}). Образуется характерная картина запирания при запуске сверхзвукового сопла (кадры t_{11} — t_{14} на фиг. 3). Скачок торможения на входе регулирует расход, а скачок на выходе компенсирует перерасширение потока (аналог вторичного скачка). По мере ускорения вихревых образований и выравнивания поля скоростей поперек потока «эффект сопла» пропадет и скачки прекратят свое существование. Ранее существовавший вторичный скачок взаимодействует с этой структурой, сливаясь с первым из них (кадры t_8 — t_{10}).

К моменту t_{14} неоднородность поля давления в основном сконцентрирована именно в области вихревых образований и перемещается вместе с ними, т. е.

со скоростью газа у стенки. Поле плотности имеет также сильную неоднородность правее этого образования по причине деформаций и сворачивания в вихри контактных и тангенциальных разрывов. Это приводит к сильным неоднородностям температуры, которые будут сохраняться в потоке длительное время, так как в данной модели нет механизма их выравнивания.

На фиг. 5 изображены изолинии давления $p(x, y, t)$ при $y=0$. Эта фигура, описывающая $x-t$ -диаграмму распространения возмущений вдоль плоскости симметрии канала, соответствует временным разверткам, полученным в экспериментах [1, 2]. Отчетливо видна сложная траектория вторичного скачка, вместо которого при $t > 8$ на оси появляются два новых скачка сжатия. Причина этого явления обсуждалась выше. Аналогичное наблюдалось в экспериментах [2] и было названо эффектом распада вторичного скачка. Однако представленные выше результаты позволяют заключить, что эти два скачка не имеют прямого отношения ко вторичному скачку, а являются результатом сложной эволюции срывных зон, газ из которых снижает эффективное проходное сечение канала, создавая «эффект сопла».

При расчетах методом Годунова упомянутый эффект выявить не удалось.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Штеменко Л. С. Течение газа вблизи диафрагмы в ударной трубе//Вестн. МГУ. Физика. Астрономия. 1967. № 1. С. 58—64.
2. Штеменко Л. С. Возникновение скачка уплотнения в начальный период течения газа вблизи диафрагмы в ударной трубе//Вестн. МГУ. Физика. Астрономия. 1968. № 3. С. 82—87.
3. Киреев В. Т. О движении ударной волны при мгновенном открытии диафрагмы в ударной трубе//Изв. АН СССР. ОТН. Мех. и маш. 1962. № 6. С. 144—146.
4. Дунцова Ж. С., Ершов И. В., Киреев В. Т., Рузавин Е. И. Расчет движения ударной волны и параметров потока при мгновенном открытии диафрагмы в ударной трубе//Изв. АН СССР. МЖГ. 1969. № 2. С. 120—128.
5. Satofuka N. A numerical study of shock formation in cylindrical and two-dimensional shock tubes//Inst. Space and Aeronaut Sci. Univ. Tokyo. Rep. 1970. № 451. P. 235—258.
6. Наумов А. М., Тугазаков Р. Я. Расчет течения в ударной трубе вблизи раскрывающейся диафрагмы//Уч. зап. ЦАГИ. 1976. Т. 7. № 2. С. 154—159.
7. Васильев Е. И., Данильчук Е. В. Численное моделирование стартового процесса в ударной трубе при мгновенном раскрытии диафрагмы//Вычислительная физика и математическое моделирование: Тез. докл. межвуз. конф. Волгоград, 1988. С. 17—18.
8. Белоцерковский О. М. Численное моделирование в механике сплошных сред. М.: Наука, 1984. 519 с.
9. Васильев Е. И. Монотонная схема повышенной точности для решения двумерных нестационарных уравнений Эйлера на подвижных сетках на основе схемы Годунова//Аннот. докл. 7-го Всесоюз. съезда по теор. и прикл. механике. Москва, 1991. М., 1991. С. 73.
10. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
11. Васильев Е. И. Монотонная модификация схемы Годунова второго порядка точности по пространству и времени для квазиодномерных нестационарных уравнений газовой динамики//Матем. моделирование в задачах механики и управления. Волгоград, 1990. С. 84—95.

Волгоград

Поступила в редакцию
18.XII.1992