

УДК 533.6.011.55

© 1994 г. Н. Н. ПИЛЮГИН, Р. Ф. ТАЛИПОВ, С. В. УТЮЖНИКОВ

О ПРИМЕНИМОСТИ НЕКОТОРЫХ ПРИБЛИЖЕННЫХ ЗАКОНОВ ПОДОБИЯ В ГИПЕРЗВУКОВОЙ АЭРОДИНАМИКЕ

На основе численного решения уравнений полного вязкого ударного слоя для гиперзвукового обтекания затупленных конусов обсуждается диапазон применимости некоторых соотношений подобия для коэффициентов теплообмена, трения и сопротивления.

В теории гиперзвукового обтекания тел широко используются методы сращиваемых асимптотических разложений [1], с помощью которых удается получить решение упрощенных уравнений газодинамики для первых членов разложения искомых функций в асимптотические ряды по малым параметрам [2—4]. На основе таких решений в последние годы был получен ряд практически важных соотношений подобия для отхода ударной волны, для коэффициентов волнового сопротивления и трения, конвективного и лучистого теплообмена для непроницаемых тел [2—5]. В случае сильного дозвукового вдува инородного газа с поверхности имеется еще один малый параметр — отношение импульсов вдуваемого и набегающего потоков газа [6, 7]. В этом случае удается также построить соответствующее асимптотическое решение и найти, например, форму разделяющей контактной поверхности [7].

В [8] приведен обзор результатов асимптотических и численных исследований вязкого обтекания затупленных тел неравномерным сверхзвуковым потоком типа следа в рамках теории гиперзвукового вязкого ударного слоя как при наличии, так и при отсутствии вдува газа с поверхности.

Поскольку сходимость полученных асимптотических решений для нелинейных уравнений газодинамики в общем случае (особенно при наличии нескольких малых параметров) математически строго не доказана, то возникает вопрос о точности и диапазоне применимости полученных приближенных соотношений подобия. Ответ на эти вопросы может быть получен либо из проведения систематических сравнений с результатами специально поставленных аэродинамических экспериментов, либо из сопоставления с численными решениями более точных (не упрощенных) уравнений газодинамики.

В последнее время был развит численный метод решения уравнений полного вязкого ударного слоя [9], на основе которого рассчитываются все газодинамические параметры в ударном слое около затупленных конусов как при наличии, так и при отсутствии вдува газа с поверхности для равномерного и неравномерного гиперзвукового обтекания [10—12]. Результаты сравнений численного решения этим методом задач обтекания сферы и затупленного конуса с экспериментальными данными и с другими численными и асимптотическими решениями [10—12] показали его высокую точность и быстроедействие по сравнению с решением методом установления по времени уравнений Навье — Стокса. В [13] на основе приближенных асимптотических решений получен общий закон подобия для конвективного теплового потока к боковой поверхности тонких затупленных тел и для других газодинамических параметров при ламинарном гиперзвуковом обтекании. Из этого закона как частные случаи следуют законы подобия при обтекании затупленных тонких тел невязким газом и заостренных тонких тел вязким газом.

1. Постановка задачи и численный метод решения. Рассматривается стационарное сверхзвуковое течение вязкого совершенного газа около гладкого осесимметричного тела под нулевым углом атаки. Безразмерные параметры набегающего потока имеют вид [8]

$$V_1(r) = 1 - a \exp(-br^2), \quad p_1(r) = 1/(\gamma M_\infty^2) \quad (1.1)$$

$$\rho_1(r) = \frac{1 + C [1 - (1 - a)^{-2}]}{1 + C [1 - V_1^2 (1 - a)^{-2}]}$$

Здесь rR_0 — расстояние до оси симметрии, R_0 — характерный линейный размер; $V_1 V_0$, $\rho_1 \rho_\infty$, $p_1 \rho_\infty V_\infty^2$ — размерные скорость, плотность и давление в набегающем потоке, γ — отношение удельных теплоемкостей, a, b, C — параметры неравномерности. Индекс ∞ относится к параметрам при $r \rightarrow \infty$.

Уравнения вязкого ударного слоя в ортогональной системе координат, связанной с поверхностью тела, имеют вид [11]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(r\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(H_1 \rho v r) &= 0 \\ \rho \left(\frac{u}{H_1} \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{uv}{H_1} \right) &= -\frac{1}{H_1} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}_\infty H_1^2 r} \frac{\partial}{\partial y} \left(H_1^2 r \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{u}{H_1 R} \right) \right) \\ \rho \left(\frac{u}{H_1} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{u^2}{RH_1} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} \\ \rho \left(\frac{u}{H_1} \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial y} \right) &= \frac{1}{\text{Re}_\infty H_1 r} \frac{\partial}{\partial y} \times \\ &\times \left(H_1 r \frac{\mu}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\text{Pr} - 1}{2H_\infty} \frac{\partial u^2}{\partial y} V_\infty^2 - \frac{\text{Pr} u^2 V_\infty^2}{RH_1 H_\infty} \right) \right) \quad (1.2) \\ H_1 &= 1 + \frac{y}{R_0}, \quad \text{Pr} = \frac{C_p \mu_\infty}{\lambda}, \quad \text{Re}_\infty = \frac{\rho_\infty V_\infty R_0}{\mu_\infty} \end{aligned}$$

Здесь xR_0, yR_0 — координаты вдоль и по нормали к поверхности тела, uV_∞, vV_∞ — проекции скорости на оси x и y , $\rho \rho_\infty, p p_\infty V_\infty^2, H H_\infty, \mu \mu_\infty$ — размерные плотность, давление, полная энтальпия и коэффициент вязкости, Pr — число Прандтля, Re_∞ — число Рейнольдса, H_1 — коэффициент Ламе, RR_0 — радиус кривизны поверхности. К уравнениям (1.2) необходимо добавить уравнение состояния и закон вязкости.

Уравнения (1.2) описывают внешнее невязкое течение в ударном слое и течение в пограничном слое до второго порядка по обратной величине квадратного корня из характерного числа Рейнольдса. Система уравнений (1.2) имеет не вполне параболический тип, что позволяет использовать для ее решения хорошо изученные маршевые методы. Однако задача Коши для нее в дозвуковой области некорректна [9—11], что приводит к значительным трудностям при прямом приложении маршевых методов. В связи с этим в ряде работ использовались различные методы регуляризации [9, 10]. В [9—12] предложен численный метод решения полных стационарных уравнений вязкого ударного слоя с применением многократной маршевой процедуры и с уточнением формы ударной волны и поля давления на каждой глобальной итерации. Метод высокоэкономичен по времени счета и оперативной памяти ЭВМ.

Перейдем в уравнениях (1.1), (1.2) к новым независимым переменным ξ, η и функции тока f

$$\xi = x, \quad \eta = \frac{1}{\Delta} \int_0^y \rho r' dy, \quad r' = 1 + \frac{y \cos \alpha}{r_w} \quad (1.3)$$

$$\Delta = \int_0^{y_s} \rho r' dy, \quad f = \frac{\Psi}{2\pi \rho_\infty V_\infty r_w \Delta \cos \alpha}$$

Здесь $r_w R_0$ — расстояние до оси симметрии от контура тела, $y_s R_0$ — отход ударной волны, α — угол между касательной к образующей поверхности тела и осью симметрии. Система уравнений (1.2) в переменных ξ, η приведена в [11, 12].

На поверхности тела ставятся условия скольжения и скачка температуры [11], которые в переменных ξ, η имеют вид (при $\eta = 0$)

$$v = 0$$

$$u = \frac{a_1 \mu}{\text{Re}_\infty \Delta} \sqrt{\frac{\rho}{p}} \left(\frac{\partial u}{\partial \eta} - \frac{\Delta}{\rho} \frac{u}{R} \right)$$

$$H = h_w + \frac{b_1}{\Delta} \frac{\mu}{\text{Re}_\infty} \sqrt{\frac{\rho}{p}} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(H - \frac{u^2 V_\infty^2 \cos^2 \alpha}{2H_\infty} \right) + \frac{u^2 V_\infty^2 \cos^2 \alpha}{2H_\infty} \quad (1.4)$$

$$a_1 = 1,2304, \quad b_1 = 2,3071$$

Здесь $u V_\infty \cos \alpha, V_\infty v$ — проекции вектора скорости на оси x и y . На ударной волне ставятся обобщенные соотношения Ренкина — Гюгонио, учитывающие скольжение. В неравномерном случае эти условия выводятся аналогично [11]. Опуская вывод, приведем окончательные формулы в переменных ξ, η (при $\eta = 1$)

$$C_1 \frac{\partial u}{\partial \eta} + u + (1 - k_s) C_2 \cos \alpha - V_1 \cos \alpha - \frac{\cos^2 \beta \cos \beta_s}{\text{Re}_\infty \rho_1 V_1 \sin \beta} \frac{dV_1}{dr} = 0$$

$$\frac{C_1}{\cos^2 \beta} \frac{\partial H}{\partial \eta} + H - 1 + \frac{V_\infty^2}{H_\infty} \left(1 - \frac{1}{\text{Pr}} \right) \left\{ C_1 u \frac{\partial u}{\partial \eta} - \frac{V_1 \cos^3 \beta}{\text{Re}_\infty} \frac{dV_1}{dr} \right\} = 0$$

$$\rho_s = (\gamma M_\infty^2)^{-1} + (1 - k_s) \rho_1 V_1^2 \sin^2 \beta \quad (1.5)$$

$$C_1 = \frac{\mu \rho r' \cos^3 \beta_s}{\Delta \text{Re}_\infty \rho_1 V_1 \sin \beta}, \quad C_2 = \frac{\sin \beta \sin \beta_s}{\cos \alpha}$$

$$k_s = \frac{\rho_1}{\rho_s} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} + \frac{2}{(\gamma + 1) \rho_1 V_1^2 M_\infty^2 \sin^2 \beta}, \quad \beta_s = \beta - \alpha$$

Здесь β — угол между касательной к поверхности ударной волны и осью симметрии. Индекс s отмечает параметры на скачке.

Отход скачка в новых переменных Δ определяется из баланса массы и имеет вид

$$\Delta = \frac{(1 + F) r_w}{(f_s - 1) 2 \cos \alpha} \quad (1.6)$$

$$I = \int_0^1 \frac{d\eta}{\rho}, \quad F(r_s) = \frac{B(1-a)^2}{2bCr_w^2} \ln \left\{ \left| \frac{\alpha_0 - W_1}{\alpha_0 - W_0} \right|^{\alpha_0 - 1} \left| \frac{\alpha_0 + W_0}{\alpha_0 + W_1} \right|^{\alpha_0 + 1} \right\},$$

$$W_1 = V_1(r_s), \quad W_0 = 1 - a, \quad \alpha_0 = (1 - a) \sqrt{\frac{1 + C}{C}}$$

$$r_s = r_w + y_s \cos \alpha$$

Используем также геометрическое соотношение

$$\operatorname{tg} \beta_s = \frac{1}{H_{1s}} \frac{dy_s}{dx}, \quad H_{1s} = 1 + \frac{y_s}{R} \quad (1.7)$$

В качестве начального приближения для формы ударной волны использовались формулы из [12]

$$\operatorname{tg} \beta_s = D \left(\sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{2D-1}{D^2}} - \operatorname{tg} \alpha \right)$$

$$D = \frac{R_{s0}}{2R_0 H_{1s0}}, \quad H_{1s0} = 1 + \frac{y_s(0)}{R_0} \quad (1.8)$$

$$D = \frac{1,05 + 1,65k_{s0}}{2(1 + 0,78k_{s0})}, \quad k_{s0} = \frac{\rho_\infty}{\rho_{s0}}$$

Расчеты проводились в следующем диапазоне параметров набегающего потока: $\gamma = 1,4$; $\omega = 0,5 - 1$; $M_\infty \geq 6$, $10^2 \leq \operatorname{Re}_\infty \leq 10^6$, $0,01 \leq T_w \leq 1$, $f_w = 0$ (ω — показатель степени в законе вязкости $\mu \sim T^\omega$). Параметры неравномерности b и C в большинстве случаев имели значения $b = 7,2$; $C = 3,0$. Параметр a рассматривался в диапазоне $0 \leq a \leq a_*$, где a_* (b , C , M_∞ , Re_∞ , T_w) — критическое значение, при котором происходит переход к отрывному режиму течения на лобовой части тела.

Расчеты выполнены на неравномерных сетках. Поперек ударного слоя задавалось 30 расчетных узлов. Приблизительно половина точек попадала в пограничный слой. Расчет вдоль тела велся блочно-маршевым методом. Блоки рассчитывались последовательно до сходимости и содержали 20—25 узлов по продольной координате. При численном решении использована схема повышенного порядка точности, аналогичная [11].

После решения разностных уравнений вычислялись распределения теплового потока q_w и коэффициента трения C_f (тепловой поток отнесен к $\rho_\infty V_\infty H_0$, сила трения — к $\rho_\infty V_\infty^2/2$) по формулам

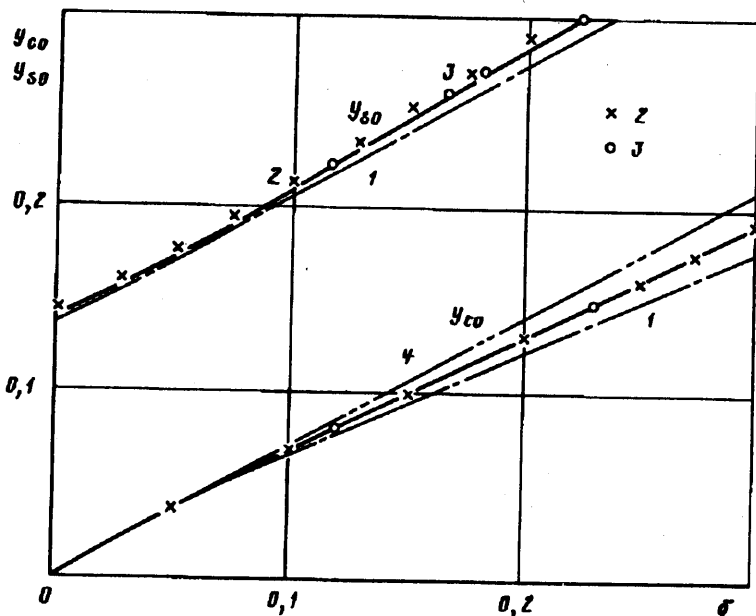
$$q_w = \frac{\rho \mu}{\operatorname{Pr} \operatorname{Re}_\infty} \frac{\partial H}{\partial \eta}, \quad C_f = \frac{2\rho \mu \cos \alpha}{\operatorname{Re}_\infty} \frac{\partial u}{\partial \eta} \quad (\eta = 0)$$

Основными параметрами [6, 7], характеризующими течение в слое ддува, являются относительный массовый расход G_w (ρ_w^* , v_w^*) и отношение плотностей импульсов ддуваемого и набегающего потоков δ , где ρ_w^* , v_w^* — характерные плотность и скорость ддуваемого газа

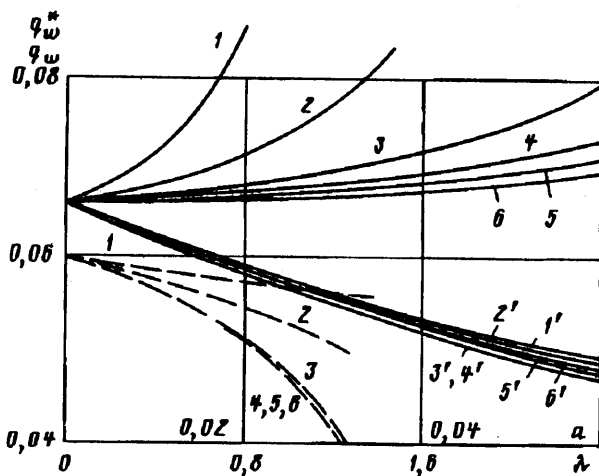
$$G_w = \frac{\rho_w^* v_w^*}{\rho_\infty V_\infty}, \quad \delta = \left(\frac{\rho_w^* v_w^{*2}}{\rho_\infty V_\infty^2} \right)^{1/2}$$

Величины этих параметров приведены ниже.

2. Результаты расчетов около критической линии. Рассмотрим некоторые результаты сравнения данного численного решения с другими асимптотическими решениями при равномерном обтекании сферического затупления сверхзвуковым потоком со следующими параметрами: $M_\infty = 10$, $\operatorname{Re}_\infty = 10^4$, $\gamma = 1,4$. Температурный фактор равен $T_w/T_0 = 0,571$, число Прандтля $\operatorname{Pr} = 0,72$. Коэффициент вязкости определялся по степенному закону с показателем $\omega = 0,75$.



Фиг. 1



Фиг. 2

На фиг. 1 приведены зависимости отхода ударной волны y_{s0} на критической линии и толщины слоя вдува y_{c0} от параметра δ .

Сплошные линии соответствуют расчетам данной работы. Линиями 1 и символами 2 нанесены результаты расчетов методом установления уравнений Эйлера [15] и полных уравнений Навье — Стокса [14], соответственно. Экспериментальные точки, полученные в [16], указаны на фиг. 1 под номером 3. Отход скачка y_{s0} и положение разделяющей линии тока y_{c0} , определяемые с использованием уравнений Эйлера, расположены ниже экспериментальных точек [16] и расчетов, полученных с учетом эффектов вязкости. Результаты решения уравнений Навье — Стокса и полного вязкого ударного слоя практически совпадают с экспериментальными данными. Линия 4 показывает толщину слоя вдува, построенную в соответствии с формулами работы [7]. Аналитическое решение [7] имеет хорошую точность при $0 \leq \delta \leq 0,1$, а с увеличением интен-

сивности вдува при $\delta > 0,1$ приводит к завышенным значениям u_{c0} по сравнению с экспериментом и расчетами с учетом вязкости приблизительно на 6%, по сравнению с решением уравнений Эйлера — на 15—18%.

3. Проверка соотношений подобия при неравномерном обтекании. Как показано в [8, 17, 18], при использовании модели тонкого (гиперзвукового) вязкого ударного слоя влияние неравномерности набегающего потока типа следа проявляется в окрестности критической линии через параметр $\lambda = 2ab(1+C)/(1-a)$, входящий в разложение градиента давления $\partial p/\partial x$ в ряды по степеням x . Вместе с тем расчеты по уравнениям (1.2) показывают, что параметр λ не может быть использован в качестве критерия подобия при обтекании затупленных тел неравномерным потоком типа дальнего следа. В качестве примера на фиг. 2 представлена зависимость теплового потока q_w^* , обезразмеренного с использованием значений плотности и скорости на оси симметрии в неравномерном набегающем потоке [18]

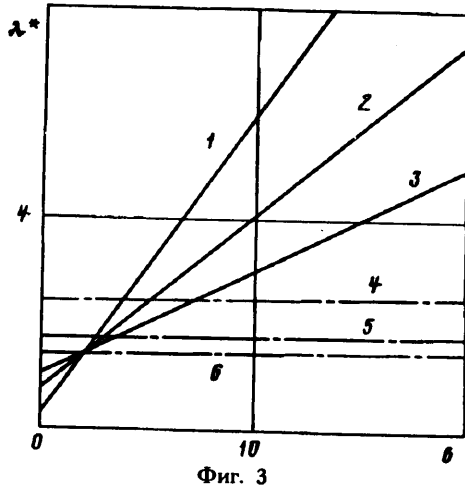
$$q_w^* = \frac{q_w}{(1-a)\{1+C[1-(1-a)^{-2}]\}} \quad (3.1)$$

от параметра λ при $M_\infty = 20$, $Re_\infty = 10^4$, $T_w/T_0 = 0,1$. Кривые 1—6 соответствуют значениям параметров $C = 3,0$; $b = 1,7$; 3,05; 5,4; 7,2; 9,6 и 12,8. Сплошные линии — решение уравнений (1.2), пунктир — решение уравнений тонкого вязкого ударного слоя. С уменьшением параметра b ($b < 3,0$) кривые теплового потока расслаиваются. Вместе с тем зависимости $q_w(a)$, соответствующие решению уравнений (1.2) для тех же значений параметра b , расходятся слабо, что показано кривыми 1'—6' на фиг. 2. Зависимости $q_w(a)$ в обоих случаях носят монотонно убывающий характер. Отличие же зависимости $q_w^*(\lambda)$ обусловлено, во-первых, более резким убыванием q_w^* с ростом неравномерности (параметра a) в случае тонкого вязкого ударного слоя, что связано с предположением об эквидистантности формы ударной волны и тела; во-вторых, нормировкой на переменный от a комплекс $B(1-a)$ по формуле (3.1).

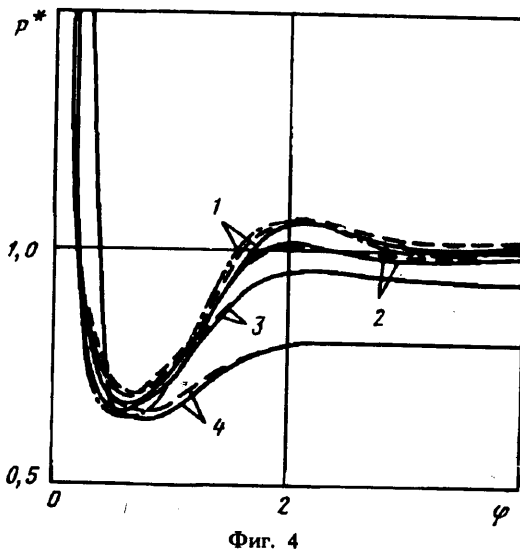
Таким образом, использование параметра неравномерности a дает определенные преимущества в сравнении с параметром λ . В связи с этим далее в качестве основного параметра неравномерности рассматривается параметр a .

В [18] предлагается использовать критерий перехода к отрывному режиму течения в виде $\lambda_* = \lambda_*(Re_\infty, M_\infty, T_w)$ вместо критерия $a_* = a_*(b, C, Re_\infty, M_\infty, T_w)$, рассмотренного в [17]. На фиг. 3 представлены усредненные по ряду значений параметра C (из интервала $C = 3-5$) зависимости λ_* от параметра b при различных значениях числа Рейнольдса. Кривые 1, 4 соответствуют расчетам при $Re_\infty = 10^2$, 2, 5 — $Re_\infty = 10^3$, 3, 6 — $Re_\infty = 10^5$. Сплошными и штрихпунктирными линиями отмечены расчеты уравнений полного вязкого ударного слоя и тонкого вязкого ударного слоя соответственно [8]. Из фиг. 3 видно слабое влияние параметра C на λ_* . Значения λ_* , полученные по модели тонкого вязкого ударного слоя (штрихпунктирные линии), практически не зависят от b и C при фиксированном числе Рейнольдса. При $Re_\infty \rightarrow \infty$ хорошую точность имеет асимптотическое значение $\lambda_* = 4/3$, полученное в [18]. Расчет по модели полного вязкого ударного слоя приводит к линейной зависимости λ_* от параметра b при фиксированном числе Рейнольдса Re_∞ . Точная модель, учитывающая передачу возмущений вверх по потоку, показывает, что критерий $\lambda_* = \text{const}$ [18] дает ошибочные результаты для отрыва при неравномерном обтекании.

4. О соотношениях подобия для тонких затупленных конусов. В теории гиперзвуковых течений невязкого газа для тонких затупленных тел (клиньев и



Фиг. 3



Фиг. 4

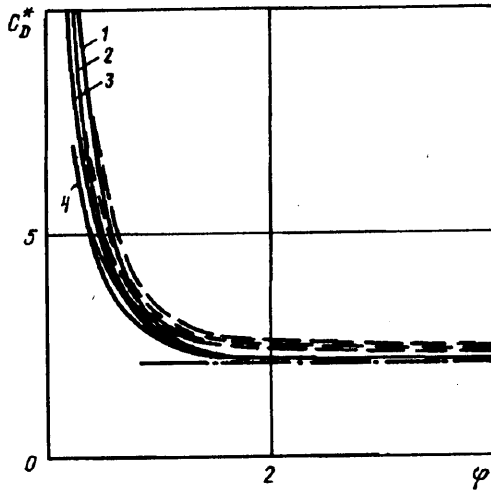
конусов) получены асимптотические законы подобия [2, 3], которые заключаются в том, что для аффинноподобных тел (независимо от формы затупления) величины относительного давления на поверхности p^* , наклона ударной волны χ и коэффициента сопротивления C_D^* зависят от трех безразмерных переменных: γ , $k = M_\infty \operatorname{tg} \alpha_c$, φ

$$p^* = \frac{p_w - p_0}{\operatorname{tg}^2 \alpha_c}, \quad \chi = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha_c}, \quad C_D^* = \frac{C_D}{\sin^2 \alpha_c}, \quad \varphi = \sqrt{\frac{2}{C_{D0}}} \operatorname{tg}^2 \alpha_c x$$

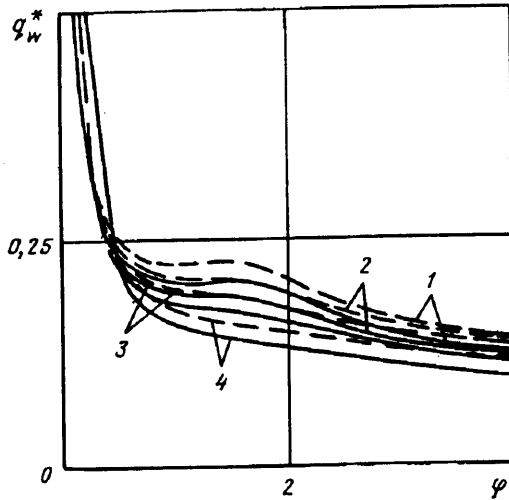
Здесь C_{D0} — коэффициент сопротивления затупления тела.

В соответствии с [13] при ламинарном гиперзвуковом обтекании тонких затупленных тел в случае равенства параметров подобия

$$\gamma, k, \varphi, \frac{h_w H_0}{V_\infty^2}, \quad \Omega = \frac{M_\infty^2 \mu_0}{\operatorname{Re}_\infty} \sqrt{\frac{2}{C_{D0}}}$$



Фиг. 5



Фиг. 6

где H_0 , V_∞ — размерные полная энтальпия и скорость, μ_0 — коэффициент вязкости в точке торможения, функции p^* , χ , C_D^* и q_w^* , где

$$q_w^* = \frac{q_w}{\sqrt{\Omega} \operatorname{tg}^3 \alpha_c} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{(\gamma - 1) M_\infty^2} \right)$$

постоянны. При этом равенство γ , k и φ обеспечивает подобие невязких потоков, в равенство $h_w H_0 / V_\infty^2$ и Ω — подобие пограничных слоев.

На фиг. 4—6 приведены распределения p^* , C_D^* и q_w^* в зависимости от параметра подобия φ при фиксированных значениях $\gamma = 1,4$, $k = 3,5$, $h_w H_0 / V_\infty^2 = 0,0525$. Сплошные кривые соответствуют значению параметра $\Omega = 6,51 \cdot 10^{-4}$, штриховая — $\Omega = 5,9 \cdot 10^{-2}$. Вязкость определяется по степенному закону $\mu \sim T^\omega$ с показателем степени $\omega = 0,5$. Кривым 1—4 отвечают значения полуугла раствора конуса $\alpha_c = 10, 15, 20$ и 30° . Штрихпунктирная кривая на фиг. 4, заимствованная из [19], соответствует обтеканию невязким газом затупленного по сфере конуса с

полууглом $\alpha_c = 10^\circ$ при $M_\infty \rightarrow \infty$, $\gamma = 1,4$. Кривые $p = p(\varphi)$ в случае $\alpha_c \leq 20^\circ$ близки независимо от значений параметра подобия Ω . Значения p^* в случае $\alpha_c = 30^\circ$ расположены существенно ниже, так как предположение о тонкости тела в этом случае является слишком грубым. Относительные значения C_D^* в зависимости от φ близки даже при $\alpha_c = 30^\circ$ (фиг. 5). В случае малых значений параметра Ω кривые C_D^* с ростом φ выходят на предельное значение, полученное численно с использованием закона плоских сечений [2] (это значение отмечено на фиг. 5 штрихпунктирной линией). Обработанные с использованием параметра Ω кривые относительного теплового потока q_w при $\alpha_c \leq 20^\circ$ располагаются близко друг к другу (фиг. 6), хотя исходные значения q_w при различных Ω различаются более чем на два порядка. В случае малых углов конусности ($\alpha_c \leq 10^\circ$) кривые q_w^* имеют максимум при $\varphi \approx 1,5$, что связано с эффектом поглощения энтропийного слоя. В распределении давления p_w^* для тонких тел также наблюдается хорошо выраженный максимум при $\varphi = 2,0$ (фиг. 4).

Таким образом, сравнение приближенных соотношений подобия с численными решениями позволяет внести необходимую ясность в диапазон их применимости, а предложенные в [2, 6, 13] параметры подобия оказываются полезными при обработке результатов численного решения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ван Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1967. 310 с.
2. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматгиз, 1959. 220 с.
3. Лунев В. В. Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975. 327 с.
4. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. 607 с.
5. Пилогин Н. Н., Тирский Г. А. Динамика ионизованного излучающего газа. М.: Изд-во МГУ, 1989. 309 с.
6. Гершбейн Э. А. Теория гиперзвукового вязкого ударного слоя при больших числах Рейнольдса и при сильном вдуве инородных газов//ПММ. 1974. Т. 38. Вып. 6. С. 1015—1024.
7. Пилогин Н. Н., Талипов Р. Ф. Асимптотическое решение уравнений Эйлера в ударном слое при неравномерном обтекании затупленного тела и подаче газа с его поверхности//Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 6. С. 126—134.
8. Еремейцев И. Г., Пилогин Н. Н., Хлебников В. С., Юницкий С. А. Исследование аэродинамических характеристик и теплообмена тел в неравномерных сверхзвуковых потоках газа. М.: Изд-во МГУ, 1988. 105 с.
9. Васильевский С. А., Тирский Г. А., Утюжников С. В. Численный метод решения уравнений вязкого ударного слоя//Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1987. Т. 27. № 5. С. 741—750.
10. Тирский Г. А., Утюжников С. В. Сравнение моделей тонкого и полного вязкого ударного слоя в задаче сверхзвукового обтекания притупленных конусов вязким газом//ПММ. 1989. Т. 53. № 6. С. 963—969.
11. Пилогин Н. Н., Талипов Р. Ф. Численное исследование неравномерного обтекания сферы в рамках модели вязкого ударного слоя//ПМТФ. 1991. № 5. С. 62—67.
12. Васильевский С. А., Тирский Г. А. Численный метод решения уравнений вязкого ударного слоя//Исследования по гиперзвуковой аэродинамике и теплообмену с учетом неравновесных химических реакций. М.: Изд-во МГУ, 1987. С. 5—24.
13. Лунев В. В. Закон подобия для гиперзвуковых обтеканий тонких притупленных тел вязким газом//ПММ. 1961. Т. 25. № 6. С. 1050—1059.
14. Емельянова З. М., Павлов Б. М. Применение полных уравнений Навье — Стокса к расчету вдува с поверхности затупленного тела при сверхзвуковом обтекании//Численные методы в аэродинамике. Вып. 2. М.: Изд-во МГУ, 1977. С. 69—84.
15. Гилинский М. М., Лебедев М. Г. К расчету сильного вдува на затупленном теле и профиле//Изв. АН СССР. МЖГ. 1977. № 1. С. 117—124.

16. *Кацен, Кааттари.* Обтекание затупленных тел невязким гиперзвуковым потоком//Ракетная техника и космонавтика. 1965. Т. 3. № 7. С. 19—28.
17. *Еремейцев И. Г., Пилюгин Н. Н.* Теплообмен и сопротивление тела, расположенного в дальнем сверхзвуковом следе//Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 2. С. 60—67.
18. *Лейгин С. В., Тимченко С. В.* Гиперзвуковой пространственный вязкий ударный слой в неравномерном потоке газа в окрестности критической точки//Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 6. С. 136—145.
19. *Гилинский М. М., Лебедев М. Г., Якубов И. Р.* Моделирование течения газа с ударными волнами. М.: Машиностроение, 1984. 192 с.

Москва

Поступила в редакцию
21.IX.1992