МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 1 • 1994

УДК 532.546

© 1994 г. П. Г. БЕДРИКОВЕЦКИЙ, Д. Г. ПОЛОНСКИЙ, А. А. ШАПИРО

КОНВЕКТИВНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОВЕСИЯ БИНАРНОЙ СМЕСИ В ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Проводится анализ воздействия поля силы тяжести, концентрационного и термического градиентов на конвективную устойчивость смеси в неоднородной пористой среде, содержащей систему тонких высокопроницаемых трещин, разделяющих низкопроницаемые блоки.

Представленный анализ конвективной устойчивости важен для определения состояния многокомпонентных углеводородных смесей в месторождениях большой толщины, приуроченных к трещиновато-пористым коллекторам [1, 2].

Ранее исследовалась устойчивость механического равновесия бинарной смеси в однородной пористой среде [3—5]. Обобщение этих исследований с учетом перекрестных кинетических эффектов дано в [6].

Анализ устойчивости равновесия смеси в трещиновато-пористой среде, проведенный в данной работе, основан на модели осредненного описания конвективно-диффузионного переноса с учетом массообмена между трещинами и блоками [7, 8]. Получены критерии монотонной и колебательной неустойчивости. Показано, что монотонная неустойчивость может наблюдаться в более широком диапазоне определяющих параметров, чем колебательная. Проанализировано влияние термодиффузии в трещинах на устойчивость равновесия относительно монотонных возмущений. Показано, что этот фактор является определяющим в реальных пластовых условиях.

1. Уравнения фильтрации в трещиновато-пористой среде. Для описания конвективно-диффузионного течения бинарной смеси в трещиновато-пористой среде принимается геометрическая модель изолированных блоков, разделенных трещинами (модель Уоррена — Рута) [1]. В рамках этой модели процесс неизотермической фильтрации смеси в приближении Буссинеска [9] описывается следующей системой уравнений:

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_1 m_1 c_1 + \alpha_2 m_2 c_2) + \mathbf{u}\nabla\,[Fc_1 + (1-F)\,c_2] = \operatorname{div}\,[D_1(\nabla c_1 + \varkappa_T \nabla T)] \tag{1.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_2 m_2 c_2) + (1-F)\,\mathbf{u}\nabla c_2 = \Big(\frac{D_0}{l_D^2} + \frac{|\,(1-F)\,\mathbf{u}\,|}{l_u} + \frac{K_1 F_2}{\eta(c_1)}\Big(\frac{\partial p}{\partial z} + |\,c_1 - c_2\,|\,\rho_0\beta g\Big)\Big)\,(c_1 - c_2) \tag{1.3}$$

$$-\nabla p - \frac{\eta(c_1)\,\mathbf{u}}{K_1(F_1+F_2)} + \rho_0 g\,\{\beta\,[Fc_1 + (1-F)\,c_2] + \alpha T\}\mathbf{k} = 0 \tag{1.4}$$

$$C_m\frac{\partial T}{\partial t} + C_p\rho_0\mathbf{u}\Big(\nabla T + \frac{g}{C_p}\Big) = \operatorname{div}\,[ND_1\rho_0(\nabla c_1 + \varkappa_T\nabla T) + \lambda\nabla T] \tag{1.5}$$

В системе (1.1)—(1.5) индекс $i = 1$ относится к трещинам, индекс $i = 2$ — к блокам.

Уравнение (1.1) представляет собой уравнение неразрывности для суммарного потока через блоки и трещины, $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)$ — вектор суммарной скорости фильтрации в трещинах и блоках.

Уравнение (1.2) описывает суммарный перенос легкого компонента в системе трещин и блоков с учетом термодиффузии в трещинах [6—9]. Здесь α_i — объемные доли систем трещин и блоков, m_1 и m_2 — осредненные трещинная пустотность и пористость соответственно, c_i — объемные концентрации легкого компонента в примеси; $F = F_1(F_1 + F_2)^{-1}$ — функция распределения потоков, равная доле фильтрационного потока через трещины в суммарном потоке, где $F_i = F_i\,[K_2\eta\,(c_1)/K_1\eta\,(c_2)]$ — тензор фазовых проницаемостей, K_i — проницаемости трещин и блоков, η — динамическая вязкость, D_1 — коэффициент конвективной диффузии в трещинах [10], T — температура; $\varkappa_T = k_T/T$, где k_T — термодиффузионное отношение.

Уравнение (1.3) описывает перенос легкого компонента в блоках с учетом диффузионного, конвективного и гравитационного механизмов обмена между блоками и трещинами [7—8]. В нем D_0 — среднее значение коэффициента диффузии ($D_0 < D_1$), l_D, l_u — диффузионная и конвективная длины блоков, β — константа концентрационного расширения, p — давление, z — вертикальная координата, отсчитываемая от подошвы пласта, ρ_0 — среднее равновесное значение плотности, g — величина ускорения свободного падения.

Уравнение движения (1.4) есть обобщенный закон Дарси для суммарного потока, в котором α — константа термического расширения, $\mathbf{k}$ — единичный вектор, направленный вертикально вверх.

В уравнении притока тепла для системы трещин и блоков (1.5) учтены работа сил тяжести и диффузионная теплопроводность [6]. В нем C_m — теплоемкость насыщенной трещиновато-пористой среды, C_p — изобарная теплоемкость жидкости; $N = \varkappa_T T\,(\partial\mu/\partial c_1)_{p,T}$, где μ — эффективный химический потенциал; λ — коэффициент теплопроводности системы жидкость — среда.

При выводе системы (1.1)—(1.5) [6—8] предполагалось, что бинарная смесь в блоках и трещинах движется под действием общего градиента давления, а также что интенсивность теплообмена между блоками и трещинами пренебрежимо мала по сравнению с массообменом. Основанием для такого предположения служат оценки характерных времен распространения в блоке диффузионной (l_D^2/D), упругой ($l^2/\varkappa$) и тепловой (l^2/χ) волн: $l_D^2/D \gg l^2/\chi \gg l^2/\varkappa$. Здесь l — характерный порядок длины блока, $\varkappa$ и χ — коэффициенты пьезо- и температуропроводности соответственно.

Пусть параметры p, T, c_1, c_2 мало отклоняются от определенных постоянных значений p°, T°, c_1°, c_2°, отвечающих постоянной величине плотности ρ_0. Последующая линеаризация системы уравнений (1.1)—(1.5) проводится в предположении о постоянстве коэффициентов α_i, m_i, K_i ($i = 1,2$), D_1, D_0, N, C_m, C_p, λ, отвечающих значениям p°, T°, c_1°, c_2°. Таким образом, в соответствии с требованиями приближения Буссинеска температурная и концентрационная сжимаемости учитываются только в уравнении движения (1.4) [9]. Это означает, что линейный анализ устойчивости позволяет учесть только механизм диффузионного обмена между блоками и трещинами в уравнении (1.3).

2. Линеаризация в окрестности равновесия. Исследование условий механического равновесия для системы (1.1)—(1.5) проводится обычным образом [9]. Устанавливается существование решений с постоянными вертикальными градиентами температуры и концентрации: $T = T_s = T^\circ - Az$, $c_1 = c_2 = c_s = c^\circ - Bz$. При этом равновесное распределение давления задается квадратичной зависимостью

$$p = p_s = -0{,}5\rho_0 g\,\{\beta B + \alpha A\}z^2 + p_1 z + p_2$$

Константы A, B, p_1, p_2 определяются граничными условиями. Описанное равновесное состояние реализуется в горизонтальном слое трещиновато-пористой среды, ограниченном плоскостями $z = 0$ и $z = L$, если на этих плоскостях заданы постоянные значения температуры и концентрации. В этом случае $A = \Delta T/L$, $B = \Delta c_1/L = \Delta c_2/L$, где ΔT, Δc_i — перепады температуры и концентраций между граничными плоскостями. При этом функции F_i, $F(i = 1,2)$ будут зависеть лишь от отношения проницаемостей блоков и трещин K_2/K_1, поскольку $\eta(c_{1s})/\eta(c_{2s}) = 1$.

Исследуем устойчивость равновесного состояния. Представим динамические переменные в виде

$$p = p_s + p', \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}', \quad T = T_s + T' \tag{2.1}$$

$$c_1 = c_s + c_1', \quad c_2 = c_s + c_2'$$

Величины p', $\mathbf{u}'$, T', c_i' считаем малыми по сравнению с равновесными. Вычитание из (1.2) уравнения (1.3), подстановка соотношений (2.1) в полученную таким образом систему и пренебрежение квадратичными по возмущениям членами приводят к следующим уравнениям:

$$\operatorname{div} \mathbf{u}' = 0$$

$$\alpha_1 m_1 \frac{\partial}{\partial t} c_1' - FB(\mathbf{u}'\mathbf{k}) = D_1(\Delta c_1' + \varkappa_T \Delta T') + \frac{D_0}{l_D^2}(c_2' - c_1')$$

$$\alpha_2 m_2 \frac{\partial}{\partial t} c_2' - (1 - F) B(\mathbf{u}'\mathbf{k}) = \frac{D_0}{l_D^2}(c_1' - c_2') \tag{2.2}$$

$$-\nabla p' - \frac{\eta \mathbf{u}'}{K_1(F_1 + F_2)} + \rho_0 g \{\beta [F c_1' + (1 - F) c_2'] + \alpha T'\}\mathbf{k} = 0$$

$$C_m \frac{\partial T'}{\partial t} - \left(A + \frac{g}{C_p}\right) C_p \rho_0 (\mathbf{u}'\mathbf{k}) = N D_1 \rho_0 (\Delta c_1' + \varkappa_T \Delta T') + \lambda \Delta T'$$

Здесь динамическая вязкость η постоянна, функции «фазовых» проницаемостей F_i и распределения потоков F зависят лишь от отношения проницаемостей K_2/K_1 вследствие линеаризации.

Перейдем в системе (2.2) к безразмерным переменным. Удобно ввести следующие единицы: расстояния — мощность пласта L, времени — $K_1(F_1 + F_2)\rho_0/\eta$, давления — $\eta\lambda/\rho_0 C_p K_1(F_1 + F_2)$, скорости — $\lambda/\rho_0 C_p L$, концентрации в трещинах — $BL\lambda/\rho_0 C_p D_1$, концентрации в блоках — $BL\lambda/\rho_0 C_p D_0$, температуры — AL.

Переходя при помощи указанных единиц к безразмерным переменным и опуская штрихи в обозначениях, получим уравнения

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \tag{2.3}$$

$$P_d \frac{\partial}{\partial t} c_1 - u_z = \Delta c_1 + \mathrm{Td}\, \Delta T + \frac{b}{F}(c_2 - a c_1) \tag{2.4}$$

$$P_D \frac{\partial}{\partial t} c_2 - u_z = -\frac{b}{1 - F}(c_2 - a c_1) \tag{2.5}$$

$$-\nabla p - \mathbf{u} + (R_d c_1 + R_D c_2 + RT)\mathbf{k} = 0 \tag{2.6}$$

$$P \frac{\partial T}{\partial t} - (1 + G) u_z = (1 + \mathrm{Dt})\Delta T + \frac{\mathrm{Dt}}{\mathrm{Td}} \Delta c_1 \tag{2.7}$$

Определяющие безразмерные параметры в системе (2.3)—(2.7) имеют следующий вид:

$$P_d = \frac{\alpha_1 m_1 \eta L^2}{K_1 F_1 D_1 \rho_0}, \qquad P_D = \frac{\alpha_2 m_2 \eta L^2}{K_1 F_2 D_0 \rho_0}$$

$$R_d = \frac{\rho_0 g \beta B L^2 K_1 F_1}{\eta D_1}, \qquad R_D = \frac{\rho_0 g \beta B L^2 K_1 F_2}{\eta D_0}$$

$$R = \frac{\rho_0^2 g \alpha A L^2 K_1 (F_1 + F_2) C_p}{\eta \lambda}, \qquad P = \frac{C_m L^2 \eta}{\lambda \rho_0 K_1 (F_1 + F_2)}$$

$$\mathrm{Td} = \frac{A D_1 C_p \varkappa_T \rho_0}{B \lambda F}, \qquad \mathrm{Dt} = \frac{N D_1 \varkappa_T \rho_0}{\lambda}$$

$$G = \frac{g}{A C_p}, \qquad a = \frac{D_0}{D_1}, \qquad b = \left(\frac{L}{l_D}\right)^2$$

Фильтрационное и фильтрационно-диффузионные числа Рэлея R, R_d и R_D определяют соотношения между составляющими выталкивающей силы, связанной с наличием градиентов температуры и концентраций, и отвечающими им диссипативными механизмами — теплопроводностью и диффузией. Соотношения между фильтрационными проводимостями $K_1 (F_1 + F_2)/\eta$, $K_1 F_i/\eta$ и величинами, определяющими скорость диссипативных процессов, выражаются фильтрационным и фильтрационно-диффузионными числами Прандтля P, P_d, P_D. Параметры Td и Dt, отвечающие за эффекты Соре и Дюфура [11] в трещинах, характеризуют величину термодиффузии по сравнению с диффузией и диффузионную теплопроводность по сравнению с эффективной теплопроводностью соответственно. Вклад работы сил тяжести по сравнению с градиентом температуры определяется параметром G.

В частном случае, когда границы плоского слоя непроницаемы для вещества, приведенные параметры не являются независимыми. В этом случае равновесный диффузионный поток отсутствует

$$\nabla c_s + \varkappa_T \nabla T_s = 0 \tag{2.8}$$

Условие (2.8) дает дополнительную связь между градиентами концентрации и температуры, а значит, и между соответствующими числами Рэлея

$$R_d = F \psi \tau_1 R, \qquad R_D = (1 - F)\, \psi \tau_2 R \tag{2.9}$$

$$\psi = -\frac{\varkappa_T \beta}{\alpha}, \qquad \tau_1 = \frac{\lambda}{\rho_0 C_p D_1}, \qquad \tau_2 = \frac{\lambda}{\rho_0 C_p D_0}$$

Здесь параметры τ_1 и τ_2 — отношения скоростей выравнивания температуры и концентраций. Из (2.8) находим, что $\mathrm{Td} = (F\tau_1)^{-1}$.

Аналогично [9] из системы (2.3)—(2.7) исключаются давление и компоненты суммарной скорости u_x и u_y. Для этого к уравнению (2.6) применяется оператор rot rot, затем полученное векторное уравнение проецируется на ось z. Тогда уравнение (2.3) исключается, а уравнение (2.6) заменяется на следующее:

$$\Delta u_z + \Delta_1 (R_d c_1 + R_D c_2 + RT) = 0 \tag{2.10}$$

$$\Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

Таким образом, в результате получаем систему уравнений (2.4), (2.5), (2.7), (2.10) относительно u_z, T, c_1, c_2. Эта система исследуется для плоского горизонтального слоя. Для системы уравнений на возмущения на плоскостях $z = 0$ и $z = 1$ задаются однородные граничные условия

$$u_z = T = c_1 = c_2 = 0 \tag{2.11}$$

3. Критерии устойчивости относительно нормальных возмущений. Исследование полученных уравнений сводится к исследованию спектра нормальных возмущений [9]

$$\begin{Bmatrix} u_z \\ T \\ c_1 \\ c_2 \end{Bmatrix} (x, y, z, t) = \begin{Bmatrix} v \\ \theta \\ q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} (z) \exp \{\sigma t + i (k_1 x + k_2 y)\} \tag{3.1}$$

Здесь σ — декремент возмущений; k_1, k_2 — волновые числа; v, θ, q_1, q_2 — амплитуды возмущений величин u_z, T, c_1, c_2 соответственно.

Критерий устойчивости относительно нормальных возмущений имеет вид $\operatorname{Re} \sigma < 0$. При этом действительным значениям σ отвечают монотонные возмущения, а комплексными — колебательные.

Подстановка волновых возмущений (3.1) в уравнения (2.4), (2.5), (2.7), (2.10) приводит к системе линейных дифференциальных уравнений для амплитуд возмущений

$$\sigma P_d q_1 - v = \ddot{q}_1 - k^2 q_1 + \mathrm{Td} (\ddot{\theta} - k^2 \theta) + \frac{b}{F} (q_2 - a q_1) \tag{3.2}$$

$$\sigma P_D q_2 - v = -\frac{b}{1 - F} (q_2 - a q_1) \tag{3.3}$$

$$\ddot{v} - k^2 v + k^2 (R_d q_1 + R_D q_2 + R\theta) = 0 \tag{3.4}$$

$$\sigma P \theta - (1 + G) v = (1 + \mathrm{Dt}) (\ddot{\theta} - k^2 \theta) + \frac{\mathrm{Dt}}{\mathrm{Td}} (\ddot{q}_1 - k^2 q_1) \tag{3.5}$$

$$k^2 = k_1^2 + k_2^2$$

Система (3.2)—(3.5) имеет однопараметрическое семейство решений, удовлетворяющее граничным условиям (2.11)

$$v = v_0 \sin \pi n z, \qquad \theta = \theta_0 \sin \pi n z$$

$$q_i = q_{0i} \sin \pi n z, \quad (i = 1, 2, ; \ n = 1, 2, \ldots)$$

Подстановка этих решений в (3.2)—(3.5) приводит к системе линейных уравнений относительно v_0, θ_0, q_{01}, q_{02}. Эта система имеет нетривиальное решение, если ее определитель равен нулю

$$a_0 \sigma^3 + a_1 \sigma^2 + a_2 \sigma + a_3 = 0, \qquad a_0 = \omega P P_d P_D, \qquad \omega = \pi^2 n^2 + k^2 \tag{3.6}$$

$$a_1 = \omega \left(P P_D \left(\frac{ab}{F} + \omega \right) + \frac{P P_d b}{1 - F} + P_D P_d (1 + \mathrm{Dt}) \omega \right) -$$

$$- k^2 (R P_D P_d (1 + G) + R_D P P_d + R_d P P_D)$$

$$a_2 = k^2 \left(R \left\{ P_D \left[\frac{\mathrm{Dt}}{\mathrm{Td}} \omega - (1 + G) \left(\omega + \frac{ab}{F} \right) \right] - \frac{P_d (1 + G) b}{1 - F} \right\} - \right.$$

$$- R_D \left\{ P \left[\frac{ab}{F (1 - F)} + \omega \right] + P_d (1 + \mathrm{Dt}) \omega \right\} -$$

$$\left. - R_d \left\{ P_d [\mathrm{Td} (1 + G) - (1 + \mathrm{Dt})] \omega - \frac{Pb}{F (1 - F)} \right\} \right)$$

$$a_3 = \omega k^2 \left(R\frac{b}{1-F}\left\{\frac{\mathrm{Dt}}{\mathrm{Td\,F}} - 1 - G\right\} - \right.$$

$$- R_D\left\{\omega + \frac{ab}{1-F}\left[\frac{1+\mathrm{Dt}}{F} - \mathrm{Td}\,(1+G)\right]\right\} -$$

$$\left. - R_d\left\{\frac{b}{1-F}\left[\frac{1+\mathrm{Dt}}{F} - \mathrm{Td}\,(1+G)\right]\right\}\right) + \frac{b\omega^3}{1-F}$$

Согласно критерию Вышнеградского [12], уравнение (3.6) имеет корни с отрицательной действительной частью, если и только если выполнены условия

$$a_j > 0 \quad (j = 0, 3) \tag{3.7}$$

$$a_1 a_2 > a_0 a_3 \tag{3.8}$$

Следует различать устойчивость относительно монотонных и колебательных возмущений. Область в пространстве параметров задачи, где реализуются монотонные возмущения, определяется условием неотрицательности дискриминанта Δ_d дисперсионного уравнения (3.6)

$$\Delta_d = 27a_0^2a_3^2 - 18a_0a_1a_2a_3 + 4a_1^3a_3 + 4a_0a_2^3 - a_1^2a_2^2 \geq 0$$

Колебательные возмущения существуют в области, где $\Delta_d < 0$.

Если $\sigma = \delta + i\nu$, то, подставляя в (3.6) и отделяя действительные и мнимые части, получим

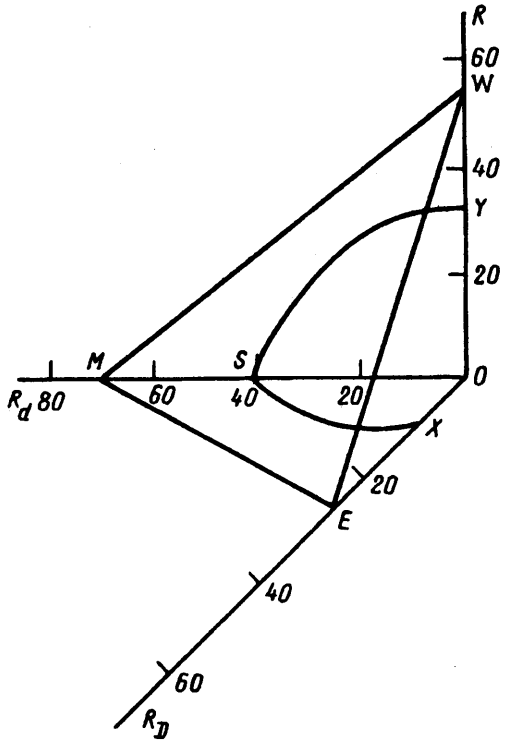
$$a_0(\delta^3 - 3\delta\nu^2) + a_1(\delta^2 - \nu^2) + a_2\delta + a_3 = 0 \tag{3.9}$$

$$\nu\,[a_0(3\delta^2 - \nu^2) + 2\delta a_1 + a_2] = 0$$

Определим границы устойчивости для монотонных и колебательных возмущений [9]. На границе устойчивости $\delta = 0$, и в случае монотонного возмущения $\nu = 0$. Поэтому условие на границе имеет вид $a_3 = 0$. Колебательное возмущение на границе устойчивости осциллирует с частотой $\nu \neq 0$. Условие (3.8) обращается в равенство $a_1a_2 - a_0a_3 = 0$. Квадрат частоты нейтральных колебаний находится из (3.9)

$$\nu^2 = \frac{a_2}{a_0} = \frac{a_3}{a_1} > 0$$

Отметим, что в отличие от критерия колебательной неустойчивости в однородной пористой среде, когда соответствующие числа Рэлея связаны линейной зависимостью [3, 6], в данном случае такая зависимость квадратична по R_d, R_D, R. Это обусловлено тем, что связанная с колебательным поведением конкуренция процессов диффузии и теплопроводности развивается как в трещинах, так и в пористых блоках. Действительно, пусть в результате случайной флуктуации плотности элемент жидкого объема в блоке сместился вверх. Он оказался в области, в которой больше легкого компонента, а температура ниже. Поэтому элемент будет охлаждаться путем теплопроводности, зато за счет диффузии приобретать добавочную концентрацию легкого компонента. В результате действия обоих механизмов обмена могут возникать осцилляции, сопровождающие дальнейшее движение элемента. Однако развитие или затухание осцилляций обусловлено также диффузионным обменом с окружающими блок трещинами. Значит, граница колебательной неустойчивости должна зависеть от безразмерных комплексов, выражающих сочетание роли соответствующих компонентов выталкивающих сил и параметров диссипации для обоих континуумов. Взаимодействие трещин и блоков и определяется произведениями соответствующих чисел Рэлея и Прандтля в выражении (3.8) для границы колебательной неустойчивости.



Таким образом, неравенство $a_3 > 0$ определяет область устойчивости относительно монотонных возмущений в пространстве параметров задачи, остальные неравенства (3.7)—(3.8) определяют область устойчивости относительно осцилляционных возмущений. Это означает, что область устойчивости относительно колебательных возмущений реализуется в более узком диапазоне параметров, чем область устойчивости относительно монотонных возмущений, т. е. заведомо является подмножеством последней. Из расположения этих областей в пространстве чисел Рэлея (R_d, R_D, R) при различных величинах остальных параметров, показанных на фигуре, видно, что граница области устойчивости для возмущений монотонного типа ($a_3 = 0$), определяемая плоскостью MEW, отсекает на прямых чисел Рэлея бо́льшие по абсолютной величине значения, чем поверхность второго порядка SXY ($a_1a_2 - a_0a_3 = 0$), определяющая границу области устойчивости для возмущений колебательного типа (фигура соответствует наиболее естественному для пластовых условий случаю $R_d < 0$, $R_D < 0$, $R > 0$ — приток сверху и нагрев снизу).

Следовательно, для практического исследования устойчивости равновесия допустимо ограничиться необходимым критерием устойчивости относительно монотонных возмущений.

Условие монотонной устойчивости $a_3 > 0$ может быть записано в виде квадратичного неравенства относительно параметра $\zeta = k^2 > 0$

$$f(\zeta) = r_0\zeta^2 + r_1\zeta + r_2 < 0 \tag{3.10}$$

Коэффициенты r_i ($i = 0, 1, 2$) зависят от безразмерных параметров задачи и целочисленной моды n

$$r_0 = R_D(1 - F) - b, \quad r_1 = (R_D^2\pi^2n^2 - \Lambda)(1 - F) - 2\pi^2n^2b, \quad r_2 = -b\pi^4n^4$$

$$\Lambda = \frac{b}{1-F}\left(R\left\{\frac{\mathrm{Dt}\,b}{\mathrm{Td}\,F(1-F)} - 1 - G\right\} + \right.$$

$$\left. + (R_d + aR_D)\left\{\mathrm{Td}\,(1+G) - \frac{1+\mathrm{Dt}}{F}\right\}\right)$$

Плоскопараллельные возмущения ($k=0$) дают $r_2 < 0$, откуда $b > 0$, т. е. механическое равновесие для таких возмущений всегда устойчиво.

Очевидно, что для того, чтобы условие (3.10) удовлетворялось при всех волновых числах k, необходимо, чтобы параметр r_0 был отрицателен и уравнение $f(\zeta)=0$ не имело бы положительных корней. Это справедливо, если верны неравенства $r_i < 0$ ($i=0,\ 1,\ 2$). Если хотя бы одно из этих неравенств не выполняется, то состояние механического равновесия неустойчиво. Неравенство $r_2 < 0$ выполняется автоматически. Поскольку r_1 линейно зависит от параметра n^2, то условие отрицательности r_1 выполнено для всех n, если справедливы неравенства $R_D\,(1-F) < 2b$ и $\Lambda > 0$. Для выполнения первого из этих условий необходимо, чтобы параметр r_0 был отрицательным. Таким образом, выполнение неравенства (3.10), представляющего собой условие монотонной устойчивости, обеспечено при любых k и n, если

$$r_0 < 0, \qquad \Lambda > 0 \tag{3.11}$$

В пренебрежении перекрестными кинетическими эффектами и работой силы тяжести ($\mathrm{Td} = \mathrm{Dt} = G = 0$) первое из неравенств (3.11) в размерных параметрах принимает вид

$$\rho_0 g\beta B l_d^2 K_1 F_2 < \frac{\eta D_0}{1-F}$$

Это неравенство означает, что для устойчивости равновесия необходимо, чтобы концентрационная составляющая выталкивающей силы, действующей на элемент жидкости в пористом блоке, не превосходила вклада диссипативных факторов, отнесенных к соответствующей доле фильтрационного потока.

С учетом того, что в реальных пластовых условиях $B < 0$, второе из неравенств (3.11) может быть записано в виде

$$-\frac{F\rho_0 g\Delta^2\alpha A K_1}{\rho_0 g\Delta^2\beta B K_1} < \frac{t_d}{t_T}$$

$$t_d = \frac{\Delta^2}{D_1}, \qquad t_T = \frac{\Delta^2\rho_0 C_p}{\lambda}$$

Здесь Δ — средняя раскрытость трещин.

Таким образом, для стабилизации равновесия в трещинах необходимо, чтобы отношение термической и концентрационной составляющих выталкивающей силы не превосходило отношения характерных времен распространения диффузионной и температурной волн.

4. Оценка устойчивости. Поскольку границы реальных пластов непроницаемы для потоков углеводородов, градиенты температуры и концентрации связаны условием (2.8). Поэтому условия устойчивости (3.11) в пренебрежении малым вкладом диффузионной теплопроводности [4, 9] с учетом соотношений (2.9) приобретают вид

$$(1-F)^2\,\psi\tau_2 R - b < 0 \tag{4.1}$$

$$\frac{bR}{1-F}\left\{\psi\left[\tau_1 + a\left(\frac{1}{F}-1\right)\tau_2\right]\left(\frac{1+G}{\tau_1}-1\right) - 1 - G\right\} > 0$$

Для нарушения этих условий необходимо, чтобы параметр ψ был положи-

тельным. В силу (2.9) это отвечает случаю $k_T < 0$ (нормальная термодиффузия) [9]. Напротив, аномальная термодиффузия в трещинах приводит к стабилизации механического равновесия пластовой смеси.

Неустойчивость при отрицательных значениях k_T объясняется тем, что нормальная термодиффузия в трещинах вызывает увеличение концентрации легкого компонента вблизи прогретой подошвы пласта и тем самым создается дополнительная неустойчивая стратификация по плотности. Из (4.1) определяется критическое значение параметра ψ, при превышении которого равновесие перестает быть устойчивым.

Решающее влияние термодиффузии на установление равновесия определяется линейной связью между градиентами температуры и концентрации (2.8). Из условия (2.8) следует, что в случае, когда температуры на кровле и подошве пласта равны, равновесное распределение концентрации также постоянно по высоте. Такая модельная аппроксимация связана с пренебрежением бародиффузионным эффектом [9], который не может быть учтен в рамках приближения Буссинеска. Для практического определения величины и знака k_T (или $\varkappa_T$) по данным отбора проб следует использовать линейные аппроксимации распределений компонентов по (c, T)-диаграммам.

Были произведены расчеты устойчивости по данным Карачаганакского газоконденсатного месторождения (Казахстан) [2]. Для расчетов брались значения материальных функций, полученных в [13] для периодически неоднородной пористой среды

$$F_1 = \frac{\varepsilon\{2 + \varepsilon + \xi(1+\varepsilon)\}}{(1+\varepsilon)(1+\xi\varepsilon)}, \quad F_2 = \frac{\xi\{1 - \varepsilon - \varepsilon^2\}}{(1+\varepsilon)(1+\xi\varepsilon)}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{l}, \quad \xi = \frac{K_2}{K_1}, \quad \alpha_2 = \frac{l^3}{(l+\Delta)^3}, \quad \alpha_1 = 1 - \alpha_2, \quad l = l_D$$

Пластовая смесь разбивалась на два псевдокомпонента, из которых легкий отвечал метану. Выбирались следующие значения определяющих параметров [2]:

$c^\circ = 0{,}4$, $T = 360$ К, $p^\circ = 60$ МПа, $m_1 = 0{,}5$, $m_2 = 0{,}1$, $K_1 = 10^{-12}$ м^2, $K_2 = 10^{-15}$ м^2, $\Delta = 10^{-3}$ м, $C_p = 3{,}3\cdot10^3$ м^2 с$^{-2}$ К$^{-1}$, $\rho_0 = 5\cdot10^2$ кг м$^{-3}$, $\lambda = 1{,}2$ кг м с$^{-3}$К$^{-1}$, $C_m = 3\cdot10^6$ кг м$^{-1}$с$^{-2}$К$^{-1}$, $\eta = 10^{-4}$ кг м$^{-1}$с$^{-1}$, $L = 1{,}4\cdot10^3$ м, $A = 10^{-2}$ К м$^{-1}$, $B = -1{,}5\cdot10^{-4}$ м$^{-1}$, $\alpha = 10^{-4}$ К, $\beta = 10^{-1}$, $l = 10$ м, $D_0 = 10^{-8}$ м с$^{-2}$, $D_1 = 10^{-10}$ м с$^{-2}$, $k_T = 0{,}15$ (аномальная термодиффузия).

Расчетные значения безразмерных параметров задачи таковы: $a = 10^2$, $b = 1{,}96\cdot10^5$, $\varepsilon = 10^{-4}$, $\xi = 10^{-3}$, $F_1 = 2\cdot10^{-4}$, $F_2 = 10^{-3}$, $F = 1{,}67\cdot10^{-1}$, $\alpha_1 = 3\cdot10^{-6}$, $\alpha_2 = 9{,}99\cdot10^{-1}$, $\tau_1 = 7{,}27\cdot10^3$, $\tau_2 = 7{,}27\cdot10$, $\psi = -0{,}42$, $R = 1{,}62$, $R_d = -8{,}26\cdot10^2$, $R_D = -4{,}12\cdot10$, $G = 3{,}03\cdot10$.

Вычисления дают: $r_0 = -1{,}96\cdot10^4 < 0$, $\Lambda = 6{,}94\cdot10^8 > 0$.

Приведенный анализ показывает, что углеводородная смесь Карачаганакского месторождения находится в состоянии устойчивого равновесия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Голф-Рахт Т. Д.* Основы нефтепромысловой геологии и разработки трещиноватых коллекторов. М.: Недра, 1986. 607 с.
2. *Перепеличенко В. Ф.* Компонентоотдача нефтегазоконденсатных залежей. М.: Недра, 1990. 272 с.
3. *Nield D. A.* Onset of thermohaline convection in a porous medium//Water Resources Res. 1968. V. 4. № 3. P. 553—560.
4. *Brand H., Steinberg V.* Convective instabilities in binary mixtures in a porous medium//Physica. 1983. V. 119A. № 1—2. P. 327—338.

5. *Taslim M. E., Narusawa U.* Binary fluid convection and doublediffusive convection in a porous medium//Trans. ASME. J. Heat and Mass Transfer 1986. V. 108. № 1. P. 221—224.
6. *Бедриковецкий П. Г., Полонский Д. Г., Шапиро А. А.* Анализ конвективной неустойчивости бинарной смеси в пористой среде//Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 1. С. 110—119.
7. *Бедриковецкий П. Г., Истомин Г. Д., Князева М. Б.* Смешивающееся вытеснение из трещиновато-пористых сред//Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 6. С. 100—110.
8. *Бедриковецкий П. Г.* Горизонтальное вытеснение смешивающихся жидкостей из трещиновато-пористых сред//Изв. АН СССР. МЖГ. 1992. № 3. С. 87—96.
9. *Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
10. *Николаевский В. Н.* Механика пористых и трещиноватых сред. М.: Недра, 1984. 232 с.
11. *Цянь Сюсень.* Физическая механика. М.: Мир, 1965, 544 с.
12. *Постников М. М.* Устойчивые многочлены. М.: Наука, 1981. 176 с.
13. *Басниев К. С., Бедриковецкий П. Г., Дединец Е. Н.* Определение эффективной проницаемости трещиновато-пористой среды//Инж.-физ. журн. 1988. Т. 55. № 6. С. 940—948.

Москва

Поступила в редакцию
30.XII.1992