

УДК 533.6.011:629.7.025

© 1994 г. В. Д. КОТЕЛКИН

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА АЭРОДИНАМИКИ ПРИ ВЫБОРЕ ДЕКАРТОВЫХ КООРДИНАТ В КАЧЕСТВЕ ЗАВИСИМЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

Приведена запись уравнений газовой динамики относительно декартовых координат в плоскости потенциала. Такой подход к обратной задаче позволяет вести поиск квазирешения внутри множества замкнутых контуров. Реализована итерационная процедура решения задачи по методу последовательных приближений, учитывающая вытянутость профилей по направлению набегающего потока. В случае, когда задаваемое распределение давления соответствует реально существующему профилю, воспроизводится форма исходного профиля, в случае произвольно заданного распределения давления находится профиль, лучшим образом приближающий проектные данные.

Обратная задача аэродинамики заключается в отыскании формы профиля, при обтекании которого реализуется наперед заданное распределение скорости или давления. Первые результаты в теории обратных задач получены европейскими учеными [1—3] для течений идеальной несжимаемой жидкости. Установлено, что для произвольно заданного распределения скорости контур определяется однозначно, но оказывается в общем случае незамкнутым, а скорость жидкости на бесконечности, получаемая из решения задачи, не совпадает с заданной скоростью.

Так как практическую реализацию допускает только решение в виде замкнутого несамопересекающегося контура, то в [1—3] были также выведены интегральные соотношения для исходных распределений скорости, выполнение которых обеспечивает как замкнутость получаемого контура, так и существование решения с заданной скоростью набегающего потока. Эти интегральные соотношения существенно упрощают решение обратной задачи.

К сожалению, предпринятые в дальнейшем попытки получить аналогичные соотношения для течений совершенного газа не увенчались успехом. Однако ввиду непрерывности перехода от течений сжимаемого газа к течениям несжимаемой жидкости существование указанных ограничений в более общем случае не вызывает сомнений. Очевидно также, что при появлении присоединенных скачков уплотнения на трансзвуковых режимах обтекания к интегральным ограничениям добавляются локальные ограничения, связывающие значения скорости по разные стороны скачка.

Следовательно, обратная задача аэродинамики некорректна в классическом смысле, она относится к условно корректным (или корректным по Тихонову) задачам, теория и методы решения которых созданы отечественными математиками [4]. В условно корректных задачах ставится вопрос о построении квазирешения или, применительно к обратной задаче аэродинамики, о нахождении такого замкнутого профиля, распределение скорости на котором наиболее близко к заданному распределению. Строго обоснованный метод получения квазирешений обратных краевых задач аэрогидродинамики с использованием интегральных соотношений из [1—3] разработан представителями казанской школы математиков и механиков [5, 6].

В случае совершенного газа, когда уравнения, описывающие течение, нелинейны и аналитические соотношения, выделяющие корректные исходные данные, отсутствуют, решение обратной задачи требует применения итерационных численных методов. Традиционные методы проектирования профилей опираются на алгоритмы решения прямой задачи. Сначала для некоторого начального профиля решается прямая задача обтекания и находится распределение скорости на профиле, затем из сравнения полученного и заданного распределений скорости выбирается коррекция формы профиля и вычисления повторяются снова. Созданный в ЦАГИ метод коррекции формы профиля описан в [7]. Такие способы, называемые «прямыми» методами проектирования, требуют больших затрат машинного времени.

В настоящее время усилиями американских исследователей, использующих возможности мощной вычислительной техники, разработаны новые эффективные методы проектирования профилей для околосвуковых течений, включая режимы с образованием присоединенных скачков уплотнения. В основу одного из этих методов [8, 9] положен алгоритм решения обратной задачи без требований замкнутости контура и фиксированности скорости на бесконечности. Используя идеи Манглера и Лайтхилла, авторы [8, 9] вводят в задаваемое распределение скорости три свободных параметра и, последовательно решая обратную задачу в корректной постановке, модифицируют исходное распределение, подбирая значения свободных параметров так, чтобы обеспечить замкнутость профиля и заданную скорость на бесконечности.

Ясно, что авторы [8, 9] не достигают решения проектной задачи в полном объеме, так как получаемое ими модифицированное распределение давления представляет только одну из возможных модификаций, которая не является лучшим приближением проектных данных. Приводимые в [9] впечатляющие примеры проектирования получены для «слабо некорректных» исходных данных, т. е., строго говоря, не произвольны. Подробный обзор работ по обратным краевым задачам аэродинамики можно найти в [6].

1. Постановка задачи. Существенное отличие обратных задач от прямых заключается в том, что условие для профиля выставляется на неизвестной границе. Сделать границу области течения известной можно, записывая уравнения газовой динамики в плоскости потенциала. Методы решения обратных задач с применением различных форм записи уравнений относительно компонент скорости (или функций от этих компонент) в плоскости потенциала описаны в [10, 11]. Однако использование уравнений для компонент скорости не позволяет до выполнения вычислений судить о замкнутости контура. Лишь решив задачу для поля скоростей и проинтегрировав решение вдоль линии тока, можно установить, замкнут получаемый контур или нет. Возможность отыскания квазирешения в классе замкнутых контуров дает применяемая в настоящей работе запись газодинамических уравнений в плоскости потенциала относительно физических координат.

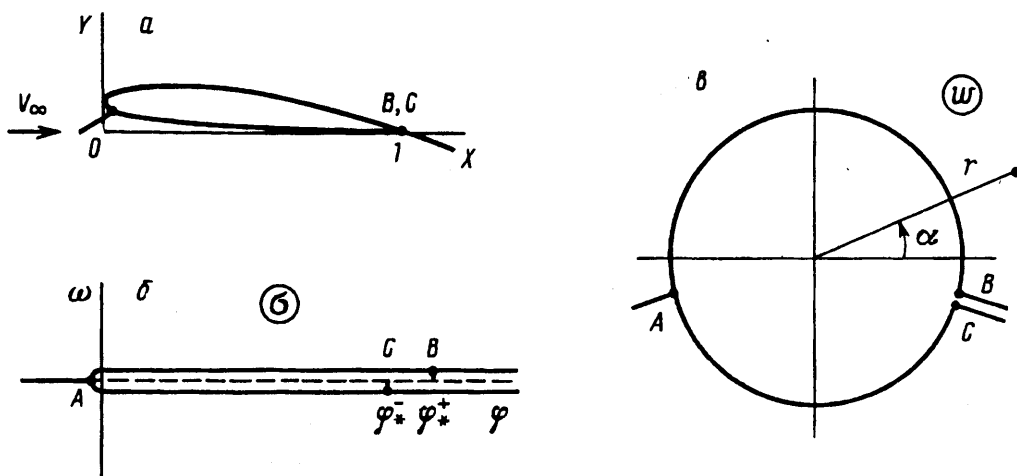
Выберем за искомые функции декартовы координаты X и Y , а за независимые переменные потенциал скорости φ и функцию тока ψ . Газодинамические величины — скорость V , плотность ρ и давление p — будем относить к их значениям в невозмущенном потоке. Уравнения для функций $X(\varphi, \psi)$ и $Y(\varphi, \psi)$ получим, используя правило преобразования частных производных

$$f_x = \frac{\partial (f, Y)_{\varphi, \psi}}{\partial (X, Y)_{\varphi, \psi}} = \frac{f_\varphi Y_\psi - f_\psi Y_\varphi}{X_\varphi Y_\psi - X_\psi Y_\varphi}$$

Тогда из соотношений

$$\rho f_x = \psi_Y, \quad \rho f_Y = -\psi_X$$

следует



Фиг. 1

$$\rho Y_\psi = X_\varphi, \quad \rho X_\psi = -Y_\varphi \quad (1.1)$$

Для получения одного из уравнений воспользуемся интегралом Бернулли, который в случае изэнтропийных течений совершенного газа записывается в виде

$$\frac{V^2}{2} + \frac{\rho^{\gamma-1}}{(\gamma-1)M_\infty^2} = h_\infty, \quad h_\infty = \frac{1}{2} + \frac{1}{(\gamma-1)M_\infty^2}$$

где γ — отношение удельных теплоемкостей, M_∞ — число Маха набегающего потока, ограниченное условием $0 < M_\infty < 1$.

Так как вдоль линии тока $\psi = \text{const}$ $\dot{V} = d\varphi/ds$, где $ds = \sqrt{(dX)^2 + (dY)^2}$, то

$$V^{-1} = \frac{ds}{d\varphi} = \sqrt{\left(\frac{dX}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dY}{d\varphi}\right)^2}$$

Поэтому скорость и плотность через новые переменные представляются выражениями

$$V = \frac{1}{\sqrt{X_\varphi^2 + Y_\varphi^2}} \quad (1.2)$$

$$\rho = \frac{X_\psi}{Y_\psi} \quad (1.3)$$

Интеграл Бернулли в обращенных переменных принимает вид

$$\frac{1}{2(X_\varphi^2 + Y_\varphi^2)} + \frac{X_\psi^{-1}}{(\gamma-1)M_\infty^2 Y_\psi^{-1}} = h_\infty \quad (1.4)$$

Из (1.1) легко видеть, что функции X , Y связаны также условием

$$X_\varphi X_\psi + Y_\varphi Y_\psi = 0 \quad (1.5)$$

которое выражает очевидный факт ортогональности системы координат φ , ψ . Система уравнений (1.4), (1.5) описывает изэнтропийные течения совершенного газа в выбранных переменных, а (1.2), (1.3) и соотношение $p = \rho^\gamma$ позволяют переходить к обычным газодинамическим переменным.

В системе координат X , Y (фиг. 1, а) ось X направлена по скорости набегающего

потока, ось Y касается передней части профиля и задней кромке профиля соответствует точка с координатами $(1,0)$, поскольку за масштаб длины выбрана проекция профиля на направление набегающего потока. Аэродинамические свойства профилей принято описывать с помощью распределения коэффициента давления C_p , поэтому будем задавать в качестве исходных данных $C_p^+(X)$, $C_p^-(X)$ и M_∞ . Знаками плюс и минус здесь и далее обозначены значения величин на верхней и нижней сторонах профиля соответственно. Границами сторон считаются точки ветвления линии тока, охватывающей профиль. X -координаты точек ветвления обычно определяются самими функциями $C_p^+(X)$ и $C_p^-(X)$ как координаты точек максимума, но в общем случае они также должны задаваться. Значения величин в точках ветвления будем обозначать знаком звездочка (значения, соответствующие задней точке, отличаются дополнительно знаками плюс и минус). За начало системы координат φ, ψ выберем переднюю «критическую» точку (фиг. 1, б). Такой способ задания исходных данных имеет определенное преимущество перед более употребительным заданием C_p в зависимости от дуговой координаты s , поскольку автоматически обеспечивает совпадение X -координат концов контура.

Коэффициент давления связан с относительной плотностью соотношением

$$C_p = \frac{2}{\gamma M_\infty^2} (\rho^\gamma - 1)$$

с помощью которого находится распределение плотности на профиле

$$\rho^\pm(X) = \left[1 + \frac{\gamma M_\infty^2}{2} C_p^\pm(X) \right]^{1/\gamma}$$

Тогда граничное условие на профиле, согласно (1.3), можно записать в виде

$$X_\varphi^\pm = \rho^\pm(X) Y_\psi^\pm \quad (1.6)$$

В случае отличной от нуля циркуляции скорости выходящий из начала координат разрез плоскости φ, ψ на фиг. 1, б продолжается до бесконечности, а искомые функции терпят разрыв на этом разрезе. Из физических соображений следует, что непрерывность искомых функций должна восстанавливаться одновременно во всех точках разреза за профилем при сдвиге берегов разреза на величину циркуляции.

Требование однородности потока в бесконечности эквивалентно условию

$$\varphi, \psi \rightarrow \infty : X_\varphi, Y_\psi \rightarrow 1; X_\psi, Y_\varphi \rightarrow 0 \quad (1.7)$$

Уравнения (1.4), (1.5) вместе с граничными условиями (1.6), (1.7) составляют математическую запись обратной задачи. Необходимо найти такие функции X, Y , которые, определяя замкнутый контур, лучшим образом приближают условие на профиле (1.6). Форма обтекаемого контура определяется в параметрическом виде значениями $X^\pm(\varphi, 0)$ и $Y^\pm(\varphi, 0)$. Эта задача, как отмечалось ранее, относится к условно корректным задачам. В качестве условия регуляризации, определяющего выбор конкретного решения, используем (распространенный прием численного решения сложных условно корректных задач) сам итерационный процесс построения решения, который в этом случае называют [4] регуляризирующим алгоритмом.

2. Метод решения. Учитывая вытянутость аэродинамических профилей по направлению набегающего потока, выделим невозмущенное течение

$$X = \varphi + x, \quad Y = \psi + y' \quad (2.1)$$

и после замены переменных

$$\psi = (1 - M_\infty^2)^{-1/2} \omega, \quad y'' = (1 - M_\infty^2)^{1/2} y \quad (2.2)$$

найдем и запишем в левой части главные члены уравнений (1.4), (1.5)

$$x_\varphi - y_\omega = \chi \quad (2.3)$$

$$x_\omega + y_\varphi = \xi \quad (2.4)$$

Стоящие справа полные остаточные члены χ и ξ равны

$$\chi = x_\varphi - y_\omega - \frac{M_\infty^2}{1 - M_\infty^2} \left[\frac{1}{2} (X_\varphi^2 + Y_\varphi^2)^{-1} + \frac{X_\varphi^{\gamma-1}}{(\gamma-1) M_\infty^2 Y_\varphi^{\gamma-1}} - h_\infty \right] \quad (2.5)$$

$$\xi = -x_\varphi x_\omega - (1 - M_\infty^2) y_\varphi y_\omega \quad (2.6)$$

Граничное условие (1.6) с учетом (2.1), (2.2) преобразуется к виду

$$1 + x_\varphi^\pm = \rho^\pm [1 + (1 - M_\infty^2) y_\omega^\pm]$$

откуда с учетом (2.3) получим

$$y_\omega^\pm = \frac{\rho^\pm - 1 - \chi^\pm}{1 - (1 - M_\infty^2) \rho^\pm} \quad (2.7)$$

$$x_\varphi^\pm = \frac{\rho^\pm - 1 - (1 - M_\infty^2) \rho^\pm \chi^\pm}{1 - (1 - M_\infty^2) \rho^\pm} \quad (2.8)$$

Из (1.7), (2.1) и (2.2) следует

$$\varphi, \omega \rightarrow \infty: x_\varphi, x_\omega, y_\varphi, y_\omega \rightarrow 0 \quad (2.9)$$

Эффективным способом построения квазирешения оказывается метод последовательных приближений. Опуская правые части (2.3) и (2.4), найдем решение задачи в линейном приближении [12]. Вычисляя по полученному решению χ , ξ и считая их фиксированными функциями φ и ω , найдем решение задачи в следующем приближении. Численные результаты показывают, что такой алгоритм в случае корректных исходных данных сходится к точному решению, а в случае отсутствия точного решения сходимость наблюдается до определенного момента, после чего последовательные приближения начинают колебаться около квазирешения обратной задачи.

Рассмотрим подробнее задачу, возникающую на отдельном итерационном шаге. Интегрируя (2.8) по X , найдем связь между φ и X на профиле и значения φ_\pm^*

$$\varphi^\pm(X) = \int_{x_\varphi}^X \frac{dX}{1 + x_\varphi^\pm}, \quad \varphi_\pm^* = \varphi^\pm(1) \quad (2.10)$$

С помощью (2.7) и (2.10) определим $y_\omega^\pm(\varphi)$ в зависимости от координаты φ , $0 \leq \varphi \leq \varphi_\pm^*$. Перекрестным дифференцированием (2.3), (2.4) получим разделение задач для x и y на текущей итерации. Для решения этих задач применим конформное отображение плоскости $\sigma = \varphi + i\omega$ с разрезом на плоскость $w = re^{i\alpha}$, при котором каждая пара точек с разных берегов разреза, соответствующих одной и той же точке на линии тока, сходящей с профиля, отображается снова в одну точку (фиг. 1). Такое отображение осуществляет функция $w(\sigma)$, если

$$\sigma = q \left(w + \frac{1}{w} \right) + \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln w + D \quad (2.11)$$

Константы q , Γ , D находятся из отображения точек A , B , C на фиг. 1. Вычисляя

$|ds/dw|$, найдем значения радиальной производной y_r на окружности $r = 1$, которая является образом профиля на плоскости w

$$y_r \Big|_{r=1} = \pm y_\omega^\pm \left| 2q \sin \alpha + \frac{\Gamma}{2\pi} \right|$$

Заметим, что теорема существования и единственности решения внешней задачи Неймана [13], содержащая известное условие разрешимости $\oint y_r \Big|_{r=1} d\alpha = 0$, относится к решениям, стремящимся к нулю на бесконечности. В рассматриваемой задаче другое условие на бесконечности (2.9): к нулю стремится не функция y , а ее градиент, поэтому допустим логарифмический рост решения на бесконечности. Выделяя логарифмическую часть функции y

$$y = \langle y_r \rangle \ln r + y', \quad \langle y_r \rangle = \frac{1}{2\pi} \oint y_r \Big|_{r=1} d\alpha \quad (2.12)$$

можно перейти к функции y' , для которой условие разрешимости выполнено. Тогда, согласно [13], решение y' существует, единственно и для кусочно-непрерывного распределения $y_r' \Big|_{r=1}$ непрерывно. Следовательно, функция $Y(r, \alpha)$, значения которой при $r = 1$ определяются соотношением $Y(1, \alpha) = \sqrt{1 - M_\infty^2} y'(1, \alpha)$, также непрерывна во всей области решения и, в частности, в точке, соответствующей задней кромке профиля. Следовательно, получаемый на каждой итерации контур замкнут и гарантируется это до выполнения вычислений.

В задаче Дирихле для x разрез на плоскости w сохраняется (непрерывной является функция $X(r, \alpha)$, а функции $\varphi(r, \alpha)$ и $x(r, \alpha)$ имеют взаимокомпенсирующиеся разрывы). Избавиться от него можно, переходя к непрерывной функции x'

$$x = \frac{\Gamma}{2\pi} \alpha + x' \quad (2.13)$$

С помощью отображения (2.11) и замен (2.12), (2.13) возникающая на отдельном итерационном шаге задача сводится к известным задачам математической физики [13] в простой области. Решения этих задач выписываются в квадратурах через функцию Грина для круга, в частности решение однородной задачи Неймана, получающейся на первой итерации, имеет вид

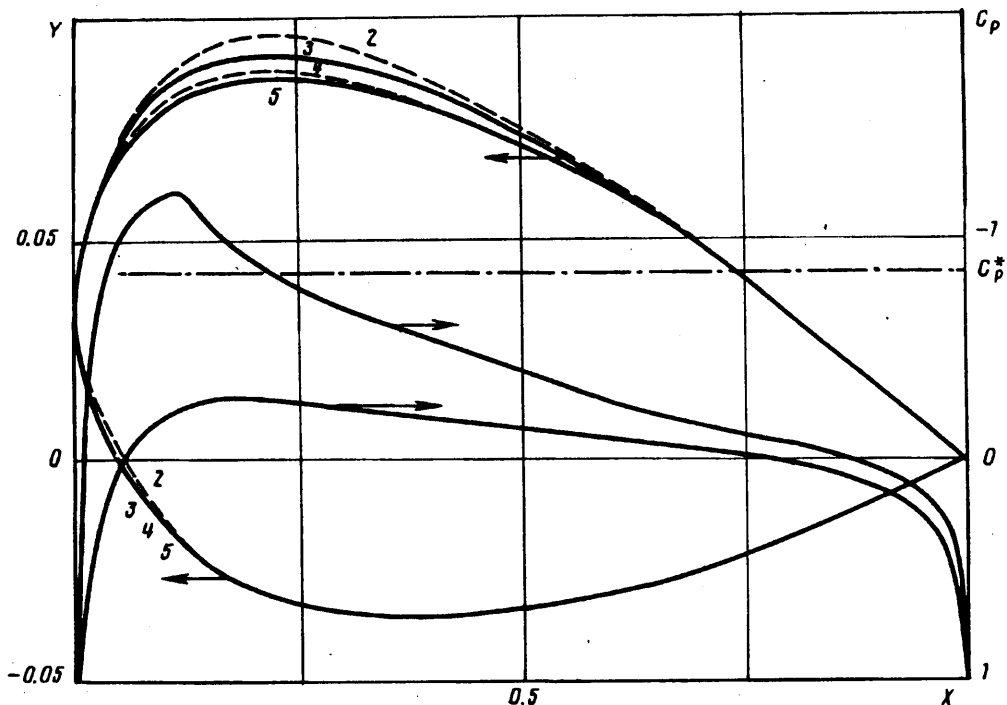
$$y(r, \alpha) = \frac{1}{2\pi} \oint y_r \Big|_{r=1}(\alpha') \ln \left[r + \frac{1}{r} - 2 \cos(\alpha - \alpha') \right] d\alpha'$$

Решение неоднородных задач для следующих приближений проще получать прямыми численными методами. Заметим, что решать задачи Дирихле для x на промежуточных итерациях не обязательно, так как χ и ξ зависят от x только через производные x_φ , x_ω , которые можно вычислять по (2.3), (2.4). Зависимость $X^\pm(\varphi, 0)$ определяется с помощью соотношения (2.10).

Указанный метод последовательных приближений допускает различные модификации.

Если задавать $C_p^\pm(s)$ в зависимости от дуговой координаты s , то вместо вычисления $\varphi^\pm(X)$ по (2.10) следует, интегрируя соотношение $d\varphi = V^\pm(s)ds$, найти зависимость $\varphi^\pm(s)$. В этом случае необходимо специально заботиться о совпадении X -координат концов контура, для чего требуется на каждой итерации подправлять граничные значения x . Это удобно делать, изменяя коэффициенты Γ и $\langle y_r \rangle$, определяющие соответственно разрывную часть решения (2.13) и логарифмическую часть решения (2.12).

Если требуется решить прямую задачу, то необходимо задать функции $Y^\pm(X)$. Тогда для y вместо задачи Неймана получится задача Дирихле, а величину



Фиг. 2

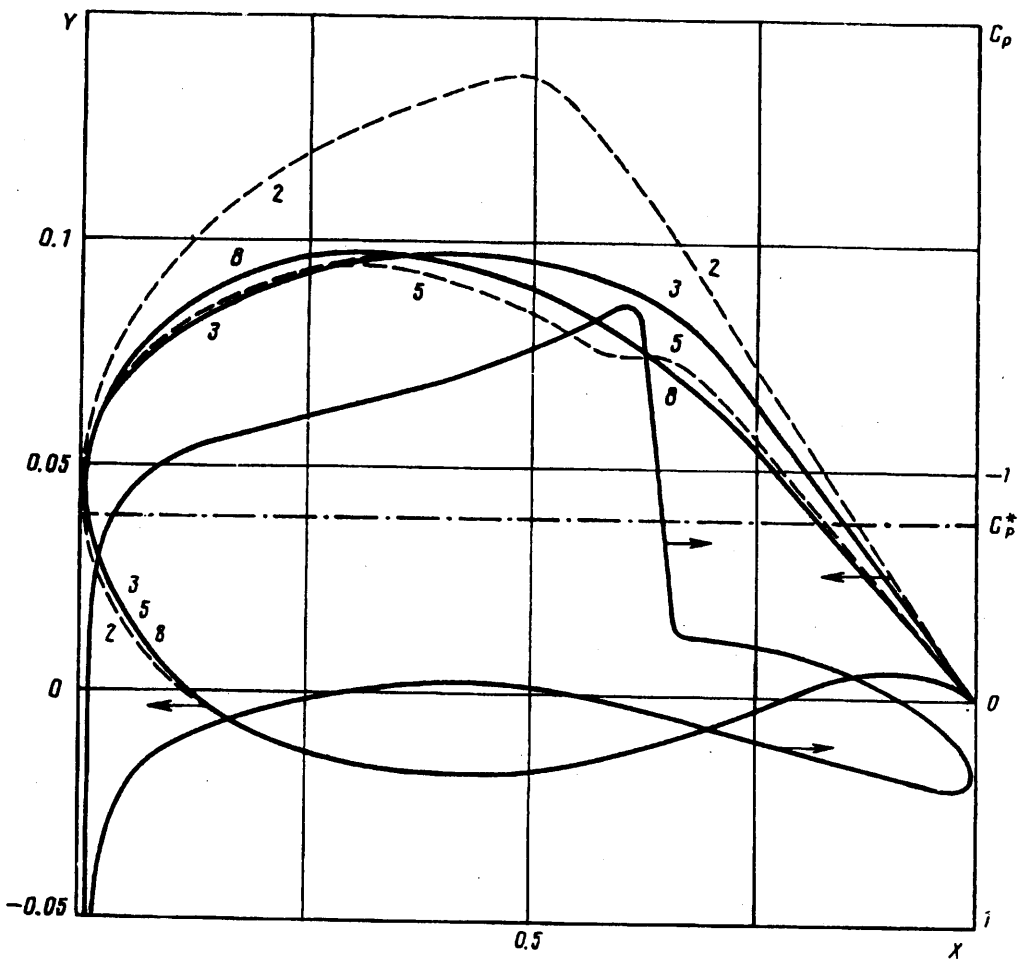
Г для отображения (2.11) надо вычислять из условия $\max_{\alpha} X(1, \alpha) = 1$, обеспечивающего попадание точки ветвления на заднюю кромку заданного профиля $Y^{\pm}(X)$.

3. Примеры. Безусловным требованием, предъявляемым к алгоритмам решения условно корректных задач, является получение точного решения при вырождении задачи в корректную. Выполнение этого требования иллюстрируют фиг. 2, 3. В качестве корректных исходных данных использованы результаты решения прямых задач.

В [14] рассчитано обтекание при $M_{\infty} = 0,676$ профиля NACA-0012, установленного под углом атаки 2° ($\gamma = 1,4$). На фиг. 2 представлены результаты обратного расчета, выполненного по настоящему методу. На фиг. 2 с 5-кратным растяжением по оси Y изображены контуры, получаемые на отдельных итерациях (номера кривых соответствуют номерам итераций), а также исходное распределение давления из [14]. Видно, что итерации сходятся быстро и монотонно, на пятой итерации профиль NACA-0012 восстанавливается с погрешностью меньше 1%.

Для примера, показанного на фиг. 3, исходное распределение давления из [15] отвечает обтеканию при $M_{\infty} \approx 0,7$ профиля NACA-65-412, установленного под углом атаки $2,196^{\circ}$. Отличие от оригинального профиля менее 1% достигается на восьмой итерации. Значение C_p^* соответствует скорости звука. Расчеты показывают хорошую сходимость и устойчивость предлагаемой итерационной процедуры. Сходимость процесса наблюдается не только для данных, отвечающих вытянутым телам; хорошо восстанавливается, например, форма кругового цилиндра.

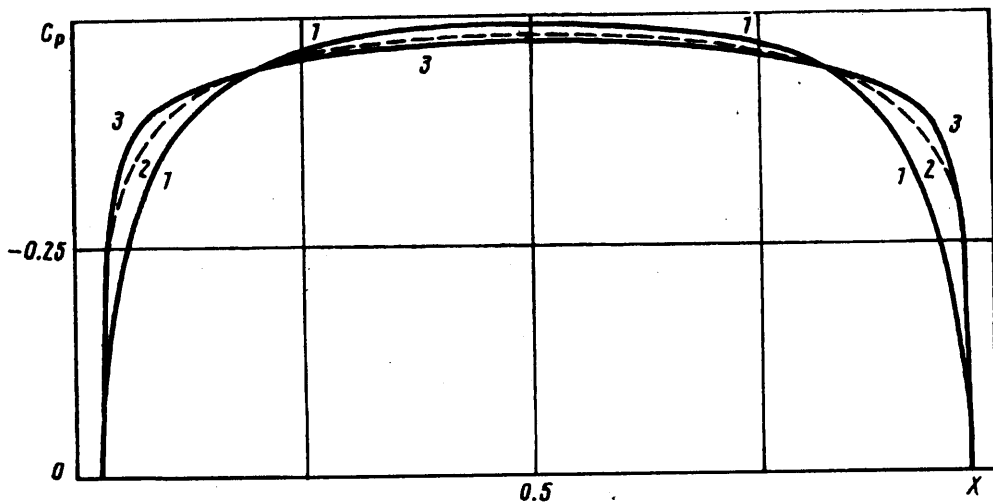
В случаях с произвольными исходными данными, когда форму получаемых контуров сопоставить не с чем, принято сравнивать получаемые распределения давления с исходным распределением давления. Однако в нелинейном случае,



Фиг. 3

когда «степень некорректности» исходных данных неизвестна, такая проверка оставляет некоторое чувство неудовлетворенности, поскольку субъективно выбираемые авторами исходные данные могут быть близки к корректным. Более объективным было бы сравнение результатов проектирования, полученных для одних и тех же исходных данных разными авторами. Благоприятной возможностью для сравнения различных методов проектирования являются случаи «сильно некорректных» исходных данных.

Пример методического расчета такого рода при $C_p^*(X) = C_p^-(X) = -0,5$, $X_* = 0$, $X_*^{\ddagger} = 1$ и $M_{\infty} = 0,1$ показан на фиг. 4. Очевидно, что ввиду малости M_{∞} условия существования решения и замкнутости контура сильно нарушены. Тогда получаемое по методу [8] модифицированное распределение $C_p(X)$ тождественно равняется нулю. Распределения давления, полученные данным методом, показаны на фиг. 4. Эти распределения получены в результате решения прямых задач обтекания контуров, получаемых на отдельных итерациях при расчете обратной задачи (в первом приближении контур имеет форму эллипса, на последующих итерациях наблюдается небольшое утолщение его носовой и кормовой частей). Видно, что уже первая итерация значительно лучше приближает исходные данные, чем метод [8]. Степень приближения можно оценить по



Фиг. 4

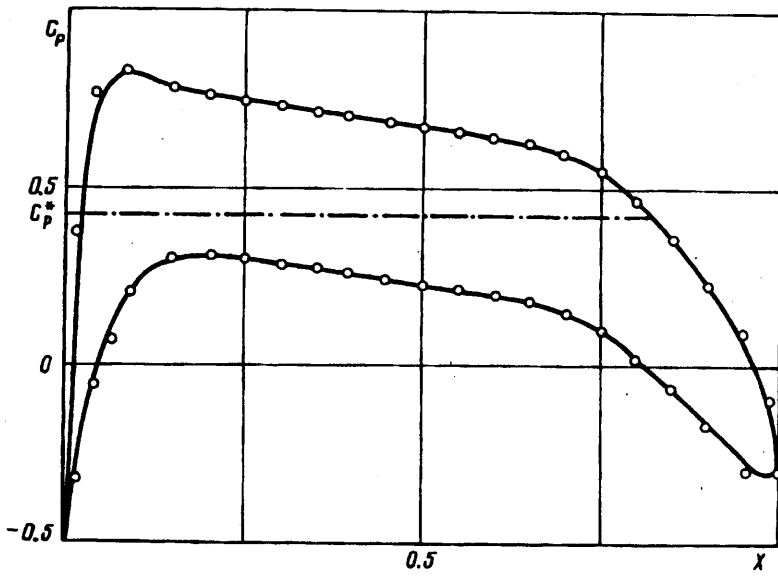
площади, заключенной между исходным и достигнутым распределениями давления.

Из фиг. 4 видно, что на второй и третьей итерациях аппроксимация исходных данных улучшается в периферийных частях профиля, но одновременно ухудшается в его центральной части. Дальнейшее поведение численных итераций обычно малоинтересно, отметим только, что с увеличением числа M_∞ в некоторых расчетах четные и нечетные итерации сходятся к двум различным конфигурациям. Ясно, что для лучшего приближения произвольных проектных данных следует замедлить скорость итерационного процесса, расширив тем самым возможности выбора квазирешения. Этого можно достигнуть путем введения релаксационных множителей E_n ($0 < E_n \leq 1$) и замены χ_n и ξ_n , вычисленных по (2.5), (2.6), на $E_n \chi_n + (1 - E_n) \chi_{n-1}$ и $E_n \xi_n + (1 - E_n) \xi_{n-1}$ соответственно, где индекс n обозначает номер итерации. Выбирая последовательность E_n так, что $E_n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$, можно сделать итерационный процесс сходящимся.

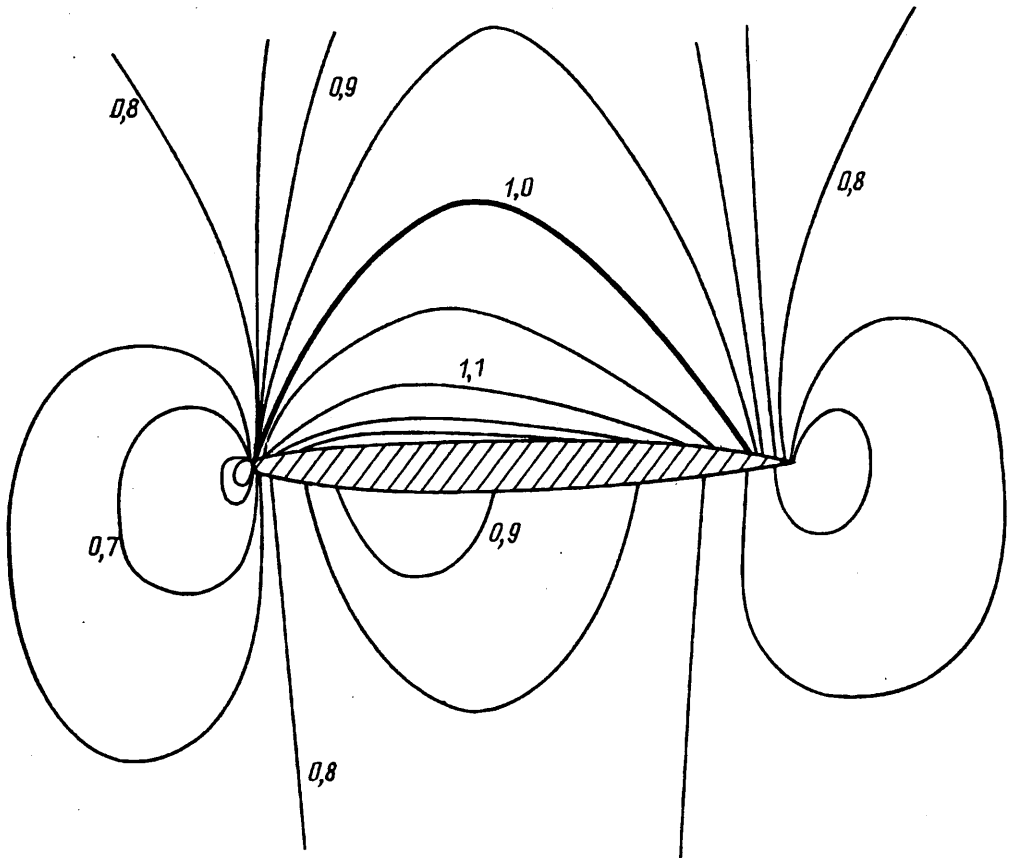
После прекращения итераций, определяющих форму профиля, для уточнения параметров течения следует продолжить вычисления по схеме расчета прямой задачи, зафиксировав полученную геометрию профиля. Таким способом выполнено показанное на фиг. 5, 6 проектирование профиля с равномерным распределением нагрузки (в центральной части профиля $C_p^+ - C_p^- = -0,45$) для $M_\infty = 0,8$. На фиг. 5 точками показано заданное исходное распределение давления ($C_y = 0,5352$) и сплошной кривой — распределение давления, полученное при проектировании ($C_y = 0,5310$). Форма спроектированного профиля и линии равных значений числа Маха в потоке приведены на фиг. 6.

Основным преимуществом данного метода по сравнению с другими методами проектирования является значительное сокращение объема вычислений. Если в методах [7—9] на каждой итерации необходимо решать сложные нелинейные газодинамические задачи (прямые в [7] и обратные в [8, 9]), требующие больших затрат машинного времени, то в предлагаемом методе на отдельных итерациях надо решать более простые линейные задачи.

Вычислительная практика показывает, что при решении обратной задачи наблюдается более быстрая и устойчивая сходимость итерационного процесса, чем при решении прямой задачи. Видимо, именно по этой причине американские исследователи перешли от традиционных прямых методов проектирования к обратным методам. Улучшение сходимости вычислительного процесса при замене прямого граничного условия на профиле на обратное можно объяснить тем, что



Фиг. 5



Фиг. 6

последнее содержит существенную информацию об искомом течении, ведь именно на профиле достигаются наибольшие отклонения скорости от ее невозмущенного значения на бесконечности. Особенно заметно это преимущество на трансзвуковых режимах обтекания, когда в прямой задаче положение и величину скачка уплотнения приходится искать в процессе вычислений, тогда как в обратной задаче они априори заданы.

Наряду с преимуществом обратных методов над прямыми предлагаемый метод обладает и известным преимуществом прямых методов над обратными, заключающимся в том, что получаемые на промежуточных итерациях замкнутые контуры допускают (при отсутствии самопересечений) практическую реализацию.

К недостаткам метода относится размазывание скачка уплотнения в потоке, происходящее при замене производных в правых частях (2.3) и (2.4) на фиксированные функции φ , ψ . Этот прием с точки зрения проблемы решения задач смешанного типа аналогичен известному приему решения трансзвуковых задач, состоящему в добавлении к уравнениям членов с искусственной вязкостью, что делает задачу эллиптической во всей области течения.

В заключение можно сделать общий вывод, что использование физических координат в роли зависимых переменных представляется удобным выбором при решении обратной задачи аэродинамики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mangler W. Die Berechnung eines Tragflügelprofiles mit vorgeschriebener Druckverteilung//Deutsche Luftfahrtforschung. Jahrbuch. 1938. S. 146—153.
2. Lighthill M. J. A new method of two-dimensional aerodynamic design//British Aeronaut. Res. Council. R&M. 1945. № 2112. P. 1—44.
3. Тумашев Г. Г. Построение профилей по заданному распределению скоростей//Тр. Казан. авиац. ин-та. 1946. № 7. С. 19—22.
4. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 287 с.
5. Елизаров А. М., Ильинский Н. Б., Поташев А. В. Построение крыловых профилей методом квазирешений обратных краевых задач//Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 3. С. 5—13.
6. Елизаров А. М., Ильинский Н. Б., Поташев А. В. Обратные краевые задачи аэрогидродинамики//Итоги науки и техники. Мех. жидкости и газа. ВИНТИ. Т. 23. 1989. С. 3—115.
7. Шагаев А. А. Определение формы профиля по заданной хордовой диаграмме чисел Маха в трансзвуковом потоке//Уч. зап. ЦАГИ. 1984. Т. 15. № 4. С. 15—23.
8. Volpe G., Melnik R. E. The role of constraints in the inverse design problem for transonic airfoils//AIAA Journal. 1984. V. 22. № 12. P. 1770—1778.
9. Volpe G., Melnik R. E. Method for designing closed airfoils for arbitrary supercritical speed distributions//J. Aircraft. 1986. V. 23. № 10. P. 775—782.
10. Степанов Г. Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. М.: Физматгиз, 1962. 512 с.
11. Daripa P. An exact inverse method for subsonic flows//Quart. Appl. Math. 1988. V. 46. № 3. P. 505—526.
12. Котелкин В. Д. О построении аэродинамических профилей//Вест. МГУ. 1991. № 5. С. 86—88.
13. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977. 735 с.
14. Norstrud H. The transonic aerofoil problem with embedded shocks//Aeronaut. Quart. 1973. V. 24. № 2. P. 129—138.
15. Giles M., Drela M. A two-dimensional transonic aerodynamic design method//AIAA 4th Appl. Aerodyn. Conf. San Diego, Calif. Collect. Techn. Pap. New York, N. Y., 1986. P. 197—204.