

УДК 532.546 + 539.217

© 1994 г. В. В. КАДЕТ, Р. М. МУСИН, В. И. СЕЛЯКОВ

ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОСТНЫХ СВОЙСТВ ЖИДКОСТЕЙ И МЕЖФАЗНОГО ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ НА РАЗВИТИЕ ПРОЦЕССА НЕСТАЦИОНАРНОЙ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Для теоретического описания и анализа нестационарной стадии двухфазной фильтрации предложена модель роста леса.

В работах авторов [1—4] развита модель стационарной многофазной фильтрации в микрогетерогенных средах. В качестве следующего шага рассматривается процесс формирования бесконечных кластеров фильтрующихся несмешивающихся жидкостей с учетом динамических эффектов. Изучается влияние сил вязкостного сопротивления и межфазного поверхностного натяжения на структуру и массу возникающих бесконечных кластеров. Получены зависимости остаточной насыщенности среды вытесняемой фазой от отношения вязкостей жидкостей и капиллярного числа и проведено сравнение теоретических данных с результатами лабораторных и численных экспериментов по моделированию процесса вытеснения в случайной двумерной решетке капилляров размером 100×100 [5].

Как известно из экспериментальных данных [5—7], на структуру возникающих в процессе вытеснения несмешивающихся жидкостей бесконечных кластеров сильное влияние оказывают коэффициенты межфазного поверхностного натяжения и вязкости жидкостей. Эти факторы обычно характеризуют двумя безразмерными параметрами: капиллярным числом C и отношением вязкостей M

$$C = Q\mu_1/\sigma, \quad M = \mu_1/\mu_2 \quad (1)$$

Здесь Q — скорость фильтрации, μ_1 — вязкость нагнетаемой жидкости, μ_2 — вязкость вытесняемой жидкости, σ — коэффициент межфазного поверхностного натяжения. Капиллярное число характеризует отношение вязкостных сил к силам поверхностного натяжения. Отношение вязкостей также влияет на процесс вытеснения. В случае $M \ll 1$ процесс вытеснения оказывается неустойчивым, возникают «языки», образованные наиболее крупными цепочками капилляров и заполненные вытесняющей фазой. В другом предельном случае, $M \gg 1$, фронт вытеснения оказывается стабильным, вытеснение имеет поршневой характер [6]. Влияние структуры порового пространства, в котором происходит процесс вытеснения, учитывается с помощью функции распределения капилляров по радиусам $f(r)$. Интересно рассмотреть влияние перечисленных выше факторов на структуру возникающего в процессе вытеснения бесконечного кластера вытесняющей фазы, поскольку знание этой структуры позволяет количественно оценить насыщенность пористой среды каждой из жидкостей в процессе двухфазного течения.

В решеточной модели неоднородной среды [8] капилляры образуют бесконечный кластер, проводимость которого определяется ориентированными в направлении приложенного внешнего градиента давления цепочками капилляров, составляющих скелет этого кластера. Эти цепочки сообщаются между собой

через аналогичные цепочки капилляров, обеспечивающих фильтрацию в поперечном направлении. В совокупности проводящие цепочки капилляров образуют решетку неправильной формы. Как показано в [8], существует иерархия цепочек по величине их средней проводимости, поэтому скорости движения фаз в них различны, в том числе и при вытеснении одной фазы другой.

При двухфазной фильтрации вытесняющая фаза поступает в ориентированные в направлении приложенного градиента давления цепочки, которые в дальнейшем будем называть стволами деревьев, и через них попадает в ветви деревьев — цепочки капилляров, обеспечивающие фильтрацию в поперечном направлении. В результате по мере поступления вытесняющей фазы имеет место рост дерева, образованного стволом и ветвями. В свою очередь ветви обеспечивают поступление вытесняющей фазы в листья — цепочки капилляров, ориентированные параллельно стволу. Листья также могут иметь сложную древовидную форму.

Таким образом, одни и те же цепочки капилляров, ориентированные в направлении фильтрации, могут участвовать в образовании как стволов, так и листьев, в зависимости от того, как в них поступает вытесняющая фаза. Будем считать, что листья принадлежат данному дереву, если вытесняющая фаза поступает в них через ветви данного дерева. В процессе фильтрации деревья растут с разной скоростью, в результате чего быстро растущие деревья обгоняют в росте деревья, растущие с меньшей скоростью, и замедляют рост последних, что приводит к уменьшению концентрации таких деревьев.

Аналогичная ситуация имеет место и при росте листьев, которые растут до тех пор, пока образующие их цепочки капилляров не перережет следующий ярус ветвей, в результате чего происходит защемление вытесняемой фазы в таких цепочках. Этот эффект обусловлен динамическим характером процесса вытеснения, а доля защемленной фазы при этом определяется соотношением скоростей роста ствола и листьев дерева. Более подробное описание модели можно найти в работе [9].

Для скорости фронта насыщенности в задаче Баклея — Леверетта имеем [10]

$$V_f = VF(S)(Sm)^{-1}$$

Здесь V — суммарная скорость фильтрации обеих фаз, S — насыщенность пористой среды вытесняющей фазой, m — пористость среды, $F(S)$ — функция Баклея — Леверетта, V_f — усредненная по элементарному физическому объему скорость фильтрации. С микроскопической точки зрения V_f есть усредненная скорость движения по r -цепочкам с $r > r_1$, где r_1 — минимальный радиус капилляра, в который может проникнуть вытесняющая фаза. Насыщенность в данном выражении можно определить как долю порового пространства, занятого данной фазой. Пользуясь систематикой капилляров по цепочкам, можно вычислить концентрацию r -цепочек $n(r)$ [8]. Просуммировав по всем цепочкам, можно записать для насыщенности

$$S = (1 - S_0) \left(\int_{r_1}^{r_c} n(r) \langle r^2 \rangle dr \right) \left(\int_0^{r_c} n(r) \langle r^2 \rangle dr \right)^{-1} + S_0$$

Здесь r_c определяется из условия образования бесконечного кластера в среде при доле S_0 капилляров, занятых вытесняющей жидкостью [8]

$$\int_{r_c}^{\infty} f(r) dr = S_0$$

При движении такого фронта в некоторой области вблизи него происходит процесс замыкания, о котором говорилось выше. По существу это есть процесс формирования бесконечного кластера, скелет которого в рамках модели Шклов-

ского — де-Жена представляет собой решетку неправильной формы с характерным периодом или кадиусом корреляции

$$R(r_1) = \left(\int_{r_1}^{r_c} f(r) dr \right)^{-\nu}$$

Характерный размер ловушек и есть радиус корреляции. Тогда характерное время процесса замыкания

$$\tau = R(r_1)(V_f(r_1))^{-1} \quad (2)$$

При этом существует конкуренция двух процессов. С одной стороны, скорость фильтрации по r_c -цепочкам, как по наиболее хорошо проводящим, максимальна. Но в то же время радиус корреляции таких цепочек также максимален, поэтому они не могут соединиться с образованием ловушки. Следовательно время захлопывания имеет минимум τ_* , который будет соответствовать некоторому значению r_* , характеризующему соответствующие r -цепочки.

Очевидно, что физически реализуется случай, отвечающий минимальному времени замыкания τ . Таким образом из условия $\partial\tau/\partial r = 0$ можно определить минимальный радиус цепочек r_* , входящих в скелет бесконечного кластера вытесняющей жидкости. В цепочках с $r < r_*$ отношение объема, занятого вытесняющей жидкостью, к полному их объему в момент заземления будет равно

$$\varepsilon = V(r)/V(r_*) = r^2/r_*^2$$

где $V(r)$ — скорость течения по r -цепочке. Тогда формула для расчета массы бесконечного кластера имеет вид

$$S = (1 - S_0) \left(\int_{r_*}^{r_c} n(r) \langle r^2 \rangle dr + \int_0^{r_*} n(r) \varepsilon \langle r^2 \rangle dr \right) \left(\int_0^{r_c} n(r) \langle r^2 \rangle dr \right)^{-1} + S_0 \quad (3)$$

Для расчетов использовалась функция плотности распределения $f(r) = A/r^2$ в интервале $1 < r < 10$, где A — коэффициент нормировки, определяемый из условия

$$A \int_1^{10} f(r) dr = 1$$

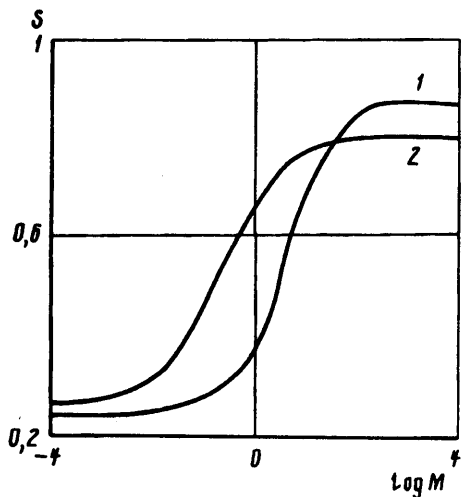
Характер получаемой зависимости изображен на фиг. 1 кривой 1. Видно, что в предельных случаях $M \gg 1$ и $M \ll 1$ получаются соответственно максимальная (случай поршневого вытеснения) и минимальная (случай образования «вязких пальцев») насыщенности. Кривая 2 соответствует результатам численного эксперимента [5] для $\log C = 3,5$. Такое большое значение капиллярного числа означает, что практически все капилляры доступны для вытесняющей жидкости, что и предполагалось выше.

Все рассуждения, приведенные выше, не учитывали влияние капиллярных сил на характер процесса вытеснения. На самом же деле в случае процесса дренирования капиллярные силы противодействуют проникновению несмачивающей жидкости в мелкие капилляры. Минимальный радиус капилляра, в который при данном перепаде давления может попасть вытесняющая жидкость, можно определить из условия равенства перепадов гидродинамического и капиллярного давлений

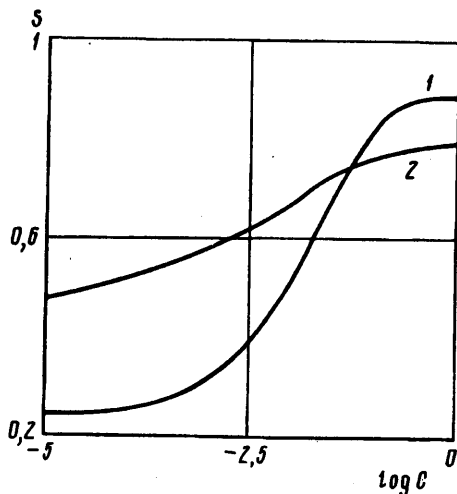
$$\Delta P_f / \Delta P_c = 1 \quad (4)$$

Из закона Дарси имеем

$$\nabla P_f = Q \mu_1 (k_0 k_1)^{-1}$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Характерными размерами в данной задаче являются размер поры и размер образца L . Очевидно, что сравнение перепадов давлений на размере поры физически неоправданно, так как при этом не учитывается действие массовых сил. Поэтому необходимо сравнивать перепады давлений на размере образца L , где гидродинамический перепад давлений

$$\Delta P_z = \nabla P_z L$$

Из формулы Лапласа имеем $P_c = 2\sigma r^{-1}$. Тогда, подставляя эти выражения в (4), и воспользовавшись обозначением (1), получим

$$C = k_0 k_1 (rL)^{-1} \quad (5)$$

Таким образом, зная капиллярное число, по формуле (5) можно определить минимальный радиус капилляров r_k , доступных для несмачивающей жидкости.

При этом возможны две ситуации. Первая, когда радиус капилляра, определяемый из условия $\partial\tau/\partial r = 0$, меньше минимального доступного радиуса, соответствующего условию (5). В этом случае, в силу того что капиллярное давление не позволяет несмачивающей жидкости попасть в капилляры с радиусом меньше, чем r_k , ловушки образуются r_k -цепочками. При захлопывании этих ловушек защемление не происходит, так как при этом остальные цепочки, как более быстро растущие, успеют прорасти за область, образованную ловушкой. В этом случае имеет место равновесный процесс фильтрации. Для учета влияния сил поверхностного натяжения на структуру возникшего бесконечного кластера необходимо в формулу (3) подставлять вместо r_* радиус r_k .

$$S = (1 - S_0) \left(\int_{r_k}^{\infty} n(r) \langle r^2 \rangle dr \right) \cdot \left(\int_0^{\infty} n(r) \langle r^2 \rangle dr \right)^{-1} + S_0$$

Для той же модельной функции $f(r)$ проведены расчеты зависимости насыщенности несмачивающей фазой от капиллярного числа при $\log M = 2,9$. Полученные зависимости показаны на фиг. 2 кривой 1. Кривая 2 соответствует результатам численного эксперимента [5] при $\log M = 4,0$. При этом можно отметить хорошее совпадение областей перехода от капиллярного пальцеобразования к стабильному поршневому вытеснению в теоретических и расчетных данных. Некоторое различие в значениях насыщенностей объясняется соответствующим различием в значениях M , выбранных для вычислений.

Вторая ситуация — когда радиус, определяемый из условия $\partial\tau/\partial r = 0$, больше r_k . В этом случае процесс существенно нестационарный. После прохождения фронта вытеснения возникают ловушки, в которых заземляется вытесняемая фаза. При этом доля заземленной фазы оказывается больше критической доли, необходимой для образования бесконечного кластера из вытесняемой фазы. Другими словами, заземленная в ловушках фаза не теряет связности и происходит отток этой фазы по бесконечному кластеру, образованному из незанятых вытесняющей жидкостью капилляров, которые постепенно будут замещаться вытесняющей жидкостью 1. Это означает, что к скелету бесконечного кластера жидкости 1 будут добавляться все новые цепочки, что приведет к увеличению проводимости этого кластера.

Можно принять следующую модель релаксации. Жидкость 1 вытесняется из наиболее крупных цепочек капилляров, заземленных в ловушке, т. е. начиная с r_c , определяемого из условия $\partial\tau/\partial r = 0$, и до r_k . При этом как только из r_c -цепочки будет полностью вытеснена жидкость 2, эта цепочка станет частью скелета бесконечного кластера жидкости 1. Остальные же цепочки с $r < r_c$ останутся тупиковыми концами, не вносящими вклада в проводимость бесконечного кластера жидкости 1. Поэтому для проводимости этого кластера на данный момент времени можно записать [1]

$$k_1 = \left(\int_{r_c}^{r_c} n(r) I(r) dr \right) \left(\int_0^{r_c} n(r) I(r) dr \right)^{-1} \quad (6)$$

$$I(r) = \int_r^{\infty} f(r_1) dr_1 \left(\int_r^{\infty} f(r_1) r_1^{-4} dr_1 \right)^{-1}$$

При этом масса бесконечного кластера жидкости 1 с учетом тупиковых концов

$$S = (1 - S_0) \left(\int_{r_c}^{r_c} n(r) \langle r^2 \rangle dr + \int_{r_c}^{r_c} n(r) \langle r^2 \rangle (r^2/r_c^2) dr \right) \left(\int_0^{r_c} n(r) \langle r^2 \rangle dr \right)^{-1} + S_0 \quad (7)$$

Таким образом, зависимости (6) и (7) представляют собой параметрическое задание через r_c нестационарной фазовой проницаемости для фазы 1. Очевидно, что $r_k < r_c < r_s$.

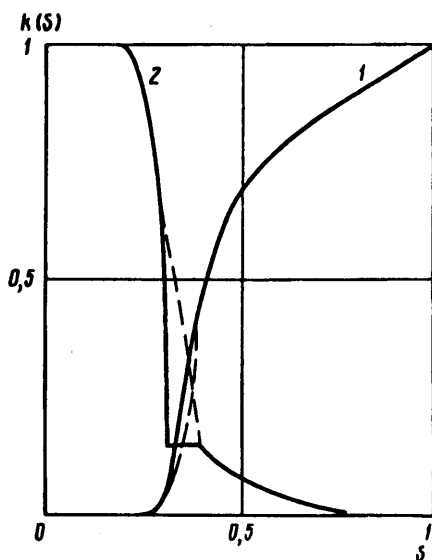
Теперь определим проводимость бесконечного кластера вытесняемой жидкости 2. При схлопывании ловушек часть жидкости 2 в них заземлена, но вместе с тем в среде существует бесконечный кластер, состоящий из капилляров с $r < r_k$, заполненных жидкостью 2. По этому кластеру происходит процесс релаксации заземленной фазы до равновесного значения. Поскольку новых каналов фильтрации для жидкости 2 при этом не образуется, проводимость бесконечного кластера жидкости 2 в процессе релаксации не изменяется — она определяется капиллярами с $r < r_k$. Следовательно, в этой области можно записать

$$k_2(r) = \left(\int_0^{r_c'} n(r) I(r) dr \right) \left(\int_0^{r_c'} n(r) I(r) dr \right)^{-1} \quad (8)$$

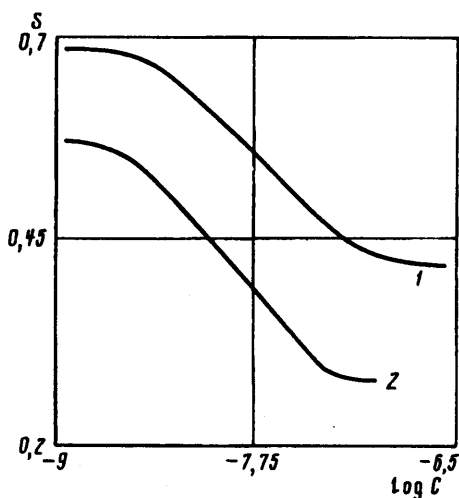
где r_c' определяется из условия

$$\int_{r_c'}^{r_k} f(r) dr = S_0 \quad (9)$$

При этом по мере релаксации r_c' приближается к равновесному значению r_k , а фазовые проницаемости — к своим равновесным значениям. Время релаксации к равновесному значению будет зависеть от безразмерных параметров M и S .



Фиг. 3



Фиг. 4

По формулам (6)—(9) построены нестационарные фазовые проницаемости для модельной функции распределения $f(r) = A/r^2$ и для значений параметров $\log M = 0$ и $\log C = -1,1$. Результаты представлены на фиг. 3.

Как видно, существуют три характерные области фильтрации.

1. $S_0 < S < S_*$. В этом случае ловушки еще не образовались и процесс является равновесным. Для расчета $k_1(S)$ справедливы соотношения, полученные для стационарной фильтрации [1].

2. $S_* < S < S(r_k)$. В этой области образуются ловушки, процесс существенно неравновесный. Для вычисления фазовых проницаемостей $k_1(S)$ необходимо использовать формулы (6)—(7).

3. $S(r_k) < S < 1 - S_0$. В этой области релаксация заземленной фазы уже закончилась и процесс вновь становится равновесным. Для расчета $k_1(S)$ опять справедливы соотношения, полученные для случая стационарной фильтрации [1].

Поскольку $S_2 = 1 - S$, то для жидкости 2 имеют место аналогичные рассуждения.

1. $1 > S_2 > 1 - S_*$. В этом случае существует стационарный процесс.

2. $1 - S_* > S_2 > 1 - S(r_k)$. Это область нестационарной фильтрации и для расчета $k_2(S)$ применимы формулы (7)—(9).

3. $1 - S(r_k) < S_2 < S_0$. В этой области процесс релаксации закончен и в качестве $k_2(S)$ необходимо использовать формулы для стационарных фазовых проницаемостей [1].

На фиг. 3 штриховой кривой представлены соответствующие стационарные фазовые проницаемости. Из фиг. 3 видно, что нестационарные фазовые проницаемости для вытесняющей жидкости 1 больше, чем в случае стационарного процесса, а для вытесняемой жидкости 2 нестационарные фазовые проницаемости меньше стационарных, что качественно совпадает с экспериментальными данными по определению фазовых проницаемостей в неравновесном случае [11].

Полученные таким образом нестационарные фазовые проницаемости можно использовать для расчета процесса фильтрации на основе уравнений Баклея — Леверетта или Рапорта — Лиса [10]. Поскольку при заданном отношении M область нестационарности однозначно определяется величиной r_k , рассчитанной

по формуле (5), то, используя нестационарные фазовые проницаемости (6)—(9) и решая уравнения Баклея — Леверетта [10], можно рассчитать процесс фильтрации. При этом следует положить $k_2(S) = 0$ при $S > S(r_k)$, поскольку формула (5) при заданном C определяет минимальный доступный для жидкости l радиус капилляра, т. е. r_k фактически определяет остаточную насыщенность жидкостью 2. Капиллярное число влияет на скорость достижения насыщенностями своих предельных значений S_0 . Однако поскольку область нестационарности является очень узкой зоной в окрестности фронта вытеснения, то при прорыве вытесняющей фазы к концу образца в большей части его объема релаксация уже произошла. Поэтому при усреднении насыщенности по всему объему образца влияние неравновесности процесса незначительно. Следовательно, с удовлетворительной степенью точности для расчета процесса массопереноса можно использовать стационарные фазовые проницаемости.

Интересно рассмотреть область малых значений C , когда релаксация в возникающих ловушках происходит медленно. Как известно из лабораторных экспериментов [6, 7], в этом случае скорости движения по стволу и ветвям дерева могут существенно различаться. Введем коэффициент, учитывающий эту анизотропию

$$\alpha = V_c / V_s \quad (10)$$

где V_c — скорость роста по стволу дерева, а V_s — скорость роста по боковым ветвям. Этот коэффициент может быть различным для разных r -цепочек. Он также может зависеть от перепада давлений, созданного в образце. Однако экспериментального исследования данных вопросов авторам не известно. Поэтому, не претендуя на количественную точность, для качественного анализа можно предположить линейный вид зависимости α от скорости по стволу или соответственно от радиуса r -цепочки. Причем угол наклона прямой в соответствии с данными [6] естественно считать обратно пропорциональным приложенному перепаду давлений.

Введем по аналогии с (2) время замыкания ловушек, образованных r -цепочками: $t_s = R(r) / V_s(r)$. Здесь $R(r)$ — радиус корреляции бесконечного кластера жидкости l , образованного капиллярами с радиусом больше, чем r , $V_s(r)$ — скорость роста ветвей r -цепочки. В соответствии с (10) $V_s(r) = \alpha V_c(r)$. В предположении $\mu_1 \ll \mu_2$ и $x_f \ll L$ (здесь x_f — положение фронта вытеснения в стволе дерева) для скорости роста по стволу имеем [12]

$$V_c(r) = \frac{\Delta P r^2}{\mu_2 L} \quad (11)$$

Для определения радиуса тех цепочек, которые образуют ловушки, поставим условие минимальности времени захлопывания для них, т. е. $\partial t_s / \partial r = 0$. Определив из этого условия r_s^* , по формуле (3) можно рассчитать значение насыщенности вытесняющей фазой при заданном перепаде давлений. Связав ΔP с капиллярным числом (5), можно построить зависимость насыщенности фазой l от капиллярного числа. Результаты вычислений для функции плотности распределения $f(r) = A/r^2$ представлены кривой 1 на фиг. 4. Кривая 2 соответствует результатам численного эксперимента [5].

Таким образом, предложенная в работе модель позволяет не только качественно объяснять результаты лабораторных экспериментов по изучению нестационарной стадии вытеснения несмешивающихся жидкостей в пористой среде, но и количественно рассчитывать основные параметры такого процесса: насыщенности среды каждой из фаз и проводимости возникающих при этом бесконечных кластеров. Для проведения теоретических расчетов в рамках предложенной модели роста леса необходимо знание функции плотности распределения капилляров по

радиусам и критических перколяционных индексов. Результаты расчетов, проведенных с модельной функцией распределения $f(r)$ и типичным значением критического индекса ν (индекса радиуса корреляции бесконечного кластера), имеют хорошее количественное соответствие с экспериментальными данными [6, 7, 12] и результатами прямого численного моделирования на двумерных решетках [5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кадет В. В., Селяков В. И. Перколяционная модель двухфазной фильтрации//Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 1. С. 88—95.
2. Глушко С. П., Кадет В. В., Селяков В. И. Перколяционная модель двухфазной равновесной фильтрации в среде с микрогетерогенной смачиваемостью//Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 5. С. 86—93.
3. Кадет В. В., Попов А. Е., Селяков В. И. Влияние пластических свойств флюидов на фазовые проницаемости//Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 2. С. 110—115.
4. Кадет В. В., Селяков В. И. Перколяционная модель равновесной трехфазной фильтрации//Изв. АН СССР, МЖГ. 1989. № 1. С. 109—114.
5. Lenormand R., Touboul E., Zarcone C. Numerical models and experiments on immiscible displacements in porous media//J. Fluid Mech. 1988. V. 189. P. 165—187.
6. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. 260 с.
7. Ni L. W., Hornof V., Neale G. Radial fingering in a porous medium//Rev. Inst. Franc. Petrol. 1986. V. 41. № 2. P. 217—228.
8. Селяков В. И. Проводимость зернистых и кавернозных сред//Изв. АН СССР. Физика Земли. 1986. № 12. С. 44—52.
9. Селяков В. И. Модель роста леса//Численные методы решения задач фильтрации. Динамика многофазных сред: 9-й Всесоюз. семинар. Якутск, 1988. Новосибирск, 1989. С. 201—210.
10. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 208 с.
11. King P. R. The fractal nature of viscous fingering in porous media//J. Phys. A.: Math. Gen. 1987. V. 20. № 8. P. L. 529—L. 534.
12. Sarma H. K., Maini B. B., Allen G. Effect of viscous instability on unsteady-state relative permeability//Revue de L'Institut Francais du Petrole. 1992. V. 47. № 6. P. 753—770.

Москва

Поступила в редакцию
15.II.1993