

УДК 532.529

© 1993 г. Е. С. АСМОЛОВ

О ДВИЖЕНИИ ДИСПЕРСНОЙ ПРИМЕСИ В ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ПРИ ОБТЕКАНИИ КЛИНА

Рассмотрено движение дисперсной примеси в ламинарном пограничном слое на клине с учетом действия на нее помимо совпадающей по направлению со скоростью обтекания силы Стокса поперечной силы (силы Сэфмана), которая возникает вследствие поперечной неоднородности потока, обтекающего отдельную частицу [1—3].

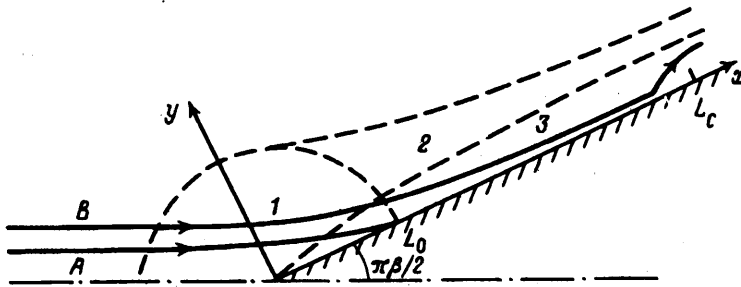
До настоящего времени влияние поперечной силы на движение частиц в пограничном слое рассматривалось только для течения запыленного газа над плоской пластиной. В качестве характерного линейного масштаба при этом использовался, как правило, масштаб релаксации скорости частиц под действием силы Стокса L_0 [4—6]. Возможность распространения такого подхода на более сложные течения затруднена тем, что для определения параметров дисперсной фазы на внешней границе пограничного слоя необходимо также рассмотреть ее движения в невязкой области. Другой способ [7, 8] связан с введением асимптотически большого по сравнению с L_0 масштаба релаксации поперечной скорости под действием силы Сэфмана и учитывает изменение коэффициента этой силы в зависимости от скорости обтекания частиц. Указанный способ, в котором скорость частиц определяется только локальными значениями скорости несущей среды, позволяет количественно описать ряд явлений, характерных для течений с неоднородным распределением параметров газа во внешней невязкой области. Так, в градиентном пограничном слое в отличие от течения на плоской пластине продольное ускорение несущей фазы и связанные с ним скорость обтекания частиц и сила Сэфмана могут иметь любой знак. Результатом действия на частицы положительной (направленной от поверхности тела) поперечной силы является возникновение отрыва дисперсной фазы, т. е. наличие области вблизи поверхности, где частицы отсутствуют.

В качестве примера, иллюстрирующего указанный эффект, может быть рассмотрена задача об обтекании клина, для которой имеются известные решения, описывающие распределение скорости газа в невязкой области и в пограничном слое. Движение дисперсной фазы в невязкой области для указанной геометрии рассматривалось в [9], а в пограничном слое без учета силы Сэфмана для сходной задачи (течение в окрестности критической точки затупленного тела) — в [10].

1. Пусть запыленный газ движется в ламинарном пограничном слое над клином с углом при вершине $\pi\beta$, $0 < \beta < 1$ (схема течения приведена на фиг. 1). Массовая плотность дисперсной фазы, состоящей из частиц одинакового радиуса a , $\rho_s^{\circ} = n_s^{\circ} 4\pi \times a^3 \rho_l / 3$, где n_s° — числовая плотность частиц в набегающем потоке, ρ_l — массовая плотность их вещества (предполагается малой по сравнению с плотностью газа ρ).

Для рассматриваемого течения можно выделить две области, где имеет место скоростная неравновесность фаз. В области I вблизи вершины клина (фиг. 1) течение газа является невязким, а характерное время изменения его скорости равно времени релаксации скорости частиц под действием силы Стокса $t_0 = 2/9\rho_l a^2/\mu$. Поскольку скорость газа степенным образом растет вдоль поверхности клина

$$U = cx^m, \quad m = \frac{\beta}{2 - \beta} > 0 \quad (1.1)$$



Фиг. 1

для линейного масштаба указанной области будем иметь $L_0 = (ct_0)'$, $l = (1 - m)^{-1}$. В результате того, что дисперсная фаза не успевает отслеживать скорость несущей фазы, часть ее, находящаяся в набегающем потоке на расстояниях от оси симметрии r , меньших некоторого критического значения $r_0 \sim L_0$, выпадает на поверхность клина (траектория А) [9]. Другая часть, для которой $r > r_0$ (траектория В), продолжает движение вдоль поверхности тела и входит в пограничный слой.

Причиной различия скоростей фаз в этой области течения (область 3 на фиг. 1) является то, что помимо силы Стокса на частицы действует поперечная сила [1—3]

$$F_{xy} = c(\alpha) R_k^{1/2} \mu a (u - u_s), \quad \alpha = \mp R_k R_k^{-1/2}$$

$$R_v = \frac{\rho a |u - u_s|}{\mu} \ll 1, \quad R_k = \frac{\rho a^2}{\mu} \frac{\partial u}{\partial y} \ll 1 \quad (1.2)$$

Здесь знак параметра α считается совпадающим со знаком скорости обтекания $u - u_s$. Значение коэффициента силы Сэфмана $c(\alpha)$ для одиночной частицы в сдвиговом потоке определялось независимо двумя разными способами в [2, 3]. Полученные численные зависимости совпадают в пределах точности расчетов в интервале значений $0 \leq |\alpha| \leq 3$, в котором коэффициент монотонно изменяется от максимального значения $c(0) = 6,46$ до $c(3) = 0,58$. В этом же диапазоне значений можно использовать найденную численно зависимость, которая с относительной точностью 2% может быть описана эмпирическим соотношением

$$c(\alpha) = 6,46 (1 + 0,581\alpha^2 - 0,439|\alpha|^3 + 0,203\alpha^4)^{-1} \quad (1.3)$$

Отметим, что в (1.3) малость плотности дисперсной фазы ρ_s по сравнению с плотностью газа ρ является необходимым условием, так как для сравнимых плотностей фаз задача определения поперечной силы требует учитывать также взаимное влияние частиц.

Если отношение плотностей фаз $\tau = \rho/\rho_s$ считать асимптотически малым параметром, то из сравнения характерных значений поперечных сил при движении дисперсной примеси в пограничном слое на плоской пластине можно показать [7], что действие силы Сэфмана приводит к конечному изменению нормальной скорости частиц v_s на продольном масштабе L_1 , асимптотически большом по сравнению с L_0 . В качестве аналогичного масштаба, на котором строятся уравнения движения дисперсной примеси, в данном случае можно принять величину $L_c = (U_c/c)^{1/m}$, $U_c = \mu/(\rho a)$. Соответствующее значениям U_c и L_c число Рейнольдса будем считать асимптотически большим параметром: $Re_c = \rho U_c L_c / \mu = L_c / a \gg 1$, что позволяет использовать для описания течения газа приближение пограничного слоя. Кроме того, будем считать, что для введенных асимптотических параметров Re_c и τ выполняется неравенство $Re_c \gg \tau^{-1}$ (только такое их соотношение обеспечивает выполнение условий (1.2)).

Следует отметить, что размеры L_0 и L_c для характерных значений скорости набегающего потока и размеров частиц, как правило, невелики по сравнению с размерами обтекаемого тела. По этой причине полученные ниже для модельной задачи об обтекании клина результаты соответствуют также реальным распределениям скорости и плотности частиц в некоторой окрестности передней кромки обтекаемого тела, где поле скорости газа в невязкой области описывается степенной зависимостью (1.1). Так, например, если течение газа, соответствующее обтеканию клина с углом при вершине $2\pi/3$, реализуется на участке длиной $x^* = 0,1$ м и при этом скорость газа на расстоянии x^* от вершины будет равна 10 м/с, то для капель воды радиуса $a = 6$ мкм при нормальных условиях будем иметь $L_0 = 2 \cdot 10^{-4}$ м, $L_c = 10^{-2}$ м, $Re_c = 2 \cdot 10^3$.

2. Запишем аналогично [7] безразмерные уравнения движения дисперсной примеси в пограничном слое на масштабе L_c

$$\varepsilon \left(u_s \frac{\partial u}{\partial x} + v_s \frac{\partial u}{\partial y} \right) = u - u_s \quad (2.1)$$

$$\frac{c(\alpha)}{\gamma \varepsilon} (u_s - u) \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^{1/2} = v - v_s$$

$$\varepsilon = \frac{2}{9\tau Re_c} \ll 1, \quad \gamma = 27\pi\tau Re_c^{3/4}, \quad \alpha = \left(\frac{\mu \partial u}{\rho \partial y} \right)^{-1/2} (u - u_s) Re_c^{1/4}$$

Здесь координата x , отсчитываемая вдоль поверхности клина, обезразмерена на L_c , y — на $L_c Re_c^{-1/2}$, продольные u_s, u скорости частицы и газа — на U_c , поперечные v_s, v — на $U_c Re_c^{-1/2}$. Члены в правых частях уравнений соответствуют продольной и поперечной силам Стокса, член в левой части второго уравнения (2.1) — силе Сэфмана. Интерес представляет прежде всего ситуация, когда действующие на дисперсную примесь поперечные силы сравнимы, т. е. с учетом оценки $(u - u_s) \sim \varepsilon$, которая следует из первого уравнения (2.1), случай, когда $Re_c \sim \varepsilon^{-4}$, $\tau \sim \varepsilon^3$, $\gamma \sim 1$. Для параметра α при этом будем иметь $\alpha \sim \varepsilon^{-1} (u - u_s) \sim 1$ и поэтому необходимо учитывать изменение коэффициента поперечной силы c при движении дисперсной примеси.

Решение (2.1) будем искать в виде ряда по степеням ε . Для получения замкнутого решения недостаточно знания продольной скорости частиц только в главном приближении по малому параметру ε , $u_s^{(0)} = u$. Действительно, для определения поперечной скорости $v_s^{(0)}$ нужно учитывать различие продольных скоростей в следующем приближении по ε , поскольку левая часть (2.1) имеет порядок $\varepsilon^{-1} (u - u_s) \sim 1$. Таким образом, при движении дисперсной примеси на масштабе L_c ее продольная скорость u_s в главном приближении равна скорости газа u (частицы в своем продольном движении «вморожены» в газ), а поперечная скорость u_s , которая определяется из условия баланса действующих на частицу поперечных сил, отличается на величину $O(1)$ от скорости газа v . В главном приближении описание такого квазиравновесного движения может быть сведено к алгебраическому уравнению для параметра $\alpha^{(0)}$, если выразить в уравнениях (2.1) скорость обтекания $u - u_s$ через $\alpha^{(0)}$, заменить в левой части первого уравнения (2.1) скорость $u_s^{(0)}$ на u и исключить в полученных уравнениях v_s (в дальнейшем индекс (0) для обозначения решения в главном приближении опускаем)

$$\chi(\alpha) \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \gamma \alpha \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^{1/2} = -6\mu \dot{u} \quad (2.2)$$

$$\chi(\alpha) = c(\alpha) \alpha, \quad \dot{u} = u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}$$

Сходное уравнение, описывающее квазиравновесное движение частиц в пограничном слое на плоской пластине, было получено в [7]. Правая его часть пропорциональна ускорению газа \dot{u} . В

зависимости от знака этого члена решения (2.2), а следовательно, и характер траекторий частиц могут быть качественно различными.

В пограничном слое над клином автомодельное распределение скорости газа выражается через функцию $\Phi(\xi)$, являющуюся решением уравнения Фокнера — Скэн [11]

$$u = x^m \Phi', \quad v = -\kappa x^{(m-1)/2} \left(\Phi + \frac{m-1}{m+1} \xi \Phi' \right) \quad (2.3)$$

$$\xi = \kappa u x^{(m-1)/2}, \quad \kappa = \sqrt{\frac{m+1}{2}}$$

С учетом (2.3) уравнение (2.2) переписывается в виде

$$\chi(\alpha) - \gamma \alpha x^\nu q(\xi) + x^{-m} s(\xi) = 0 \quad (2.4)$$

$$v_s = -\kappa x^{(m-1)/2} \left(\Phi + \frac{m-1}{m+1} \xi \Phi' - x^m \Phi'' \frac{\chi(\alpha)}{6\pi} \right) \quad (2.5)$$

$$s = -6\pi \left[\frac{\Phi}{\Phi''} - m \left(\frac{\Phi'}{\kappa \Phi''} \right)^2 \right] \quad (2.6)$$

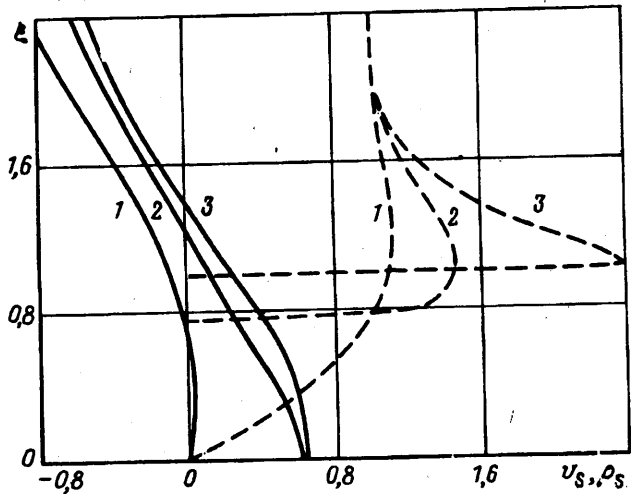
$$q = (\kappa \Phi'')^{-3/2}, \quad \nu = \frac{3(1-3m)}{4}$$

Важным свойством полученного уравнения для параметра α является неединственность его решения, связанная с нелинейностью функции $\chi(\alpha)$ [8]. В общем случае оно имеет две устойчивых ветви решения: положительную α^+ и отрицательную α^- , и задача описания квазиравновесного движения дисперсной примеси осложняется возможностью перехода с одной ветви решения на другую. При обтекании пространственных тел потоком запыленного газа указанное явление имеет место в случае, когда ускорение газа \dot{u} является знакопеременной функцией. Если же \dot{u} имеет одинаковый знак во всем пограничном слое, то квазиравновесные распределения параметра α и выражающейся через него поперечной скорости частиц v_s соответствуют единственной ветви решения, знак которой совпадает со знаком \dot{u} . Так, для течения дисперсной смеси в пограничном слое над плоской пластиной $\dot{u} < 0$ для всех значений ξ и поэтому распределение скорости v_s соответствует ветви α^- [7, 8]. Для этой ветви скорость обтекания частиц отрицательна, а сила Сэфмана направлена к поверхности пластины. При обтекании клина функция s в уравнении (2.4), пропорциональная \dot{u} , положительна для всех значений ξ , а решение описывается единственной ветвью α^+ , если $\beta \geq 0,5$. Ограничимся в настоящей работе рассмотрением только этого случая, для которого сила Сэфмана положительна во всем поле течения, что приводит к отрыву потока дисперсной примеси.

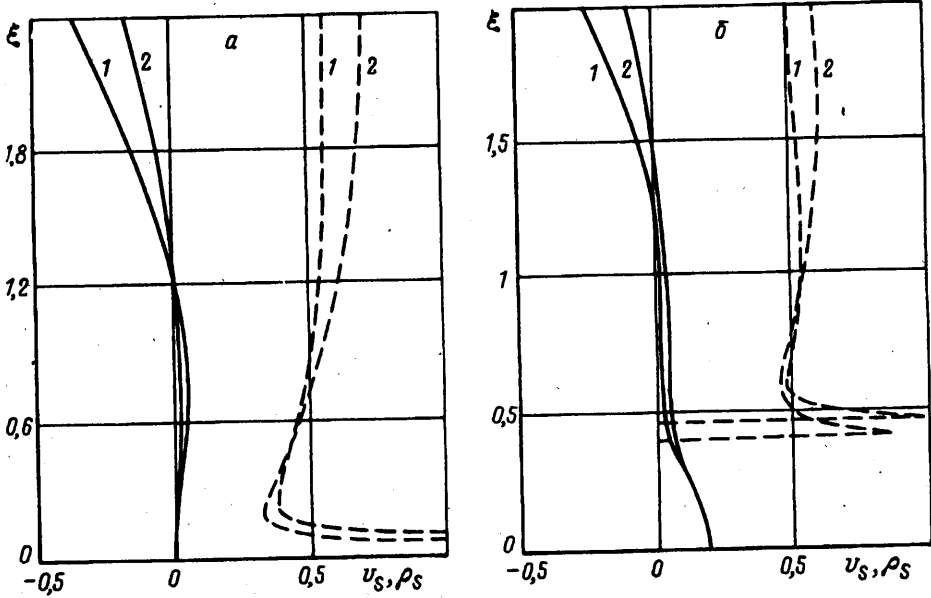
3. Определим сначала предельные распределения $\alpha(\xi)$, $v_s(\xi)$ при $x \rightarrow 0$ и $x \rightarrow \infty$. Для значений $x \rightarrow 0$ влияние силы Сэфмана на распределение поперечной скорости $v_s(\xi)$, ξ^{-1} , как и при обтекании плоской пластины, несущественно. Действительно, решение (2.4) при $x \rightarrow 0$ можно записать в виде

$$\alpha = x^{-m-\nu} s(\gamma q)^{-1} \quad (3.1)$$

Подставляя последнее выражение в (2.5), можно убедиться, что член, соответствующий силе Сэфмана, асимптотически мал по сравнению с остальными членами и поэтому поперечные скорости фаз при $x \rightarrow 0$ равны для всех значений параметра β .



Фиг. 2

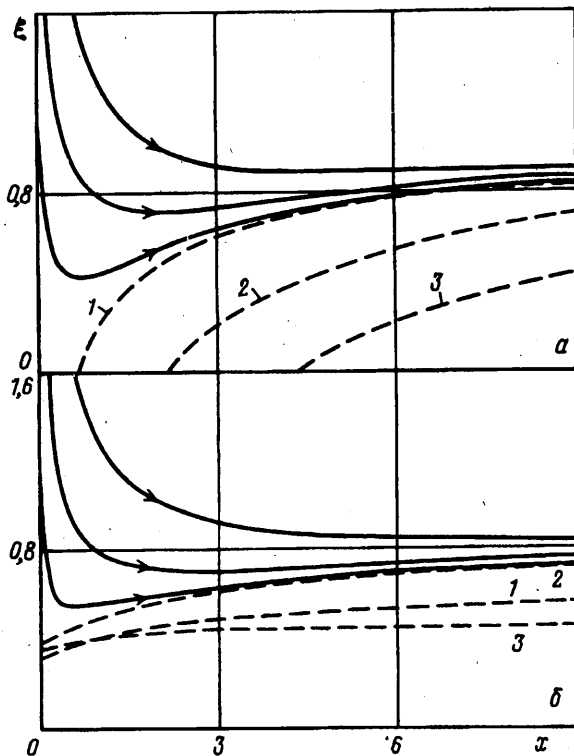


Фиг. 3

Для предельных значений координаты $x \rightarrow \infty$ соотношение поперечных сил Стокса и Сэфмана различно в зависимости от угла при вершине лб. При $0,9 < \beta < 1$ распределение α описывается соотношением (3.1) и вследствие этого поперечные скорости фаз равны. В случае $0,5 < \beta < 0,9$ не происходит уменьшения влияния силы Сэфмана. Действительно, с учетом асимптотики зависимости $c(\alpha) \rightarrow 31,9\alpha^{-4}$ при $\alpha \rightarrow \infty$ решение (2.4) запишется в виде

$$\alpha = \left(\frac{\gamma x^\nu q(\xi)}{31,9} \right)^{-1/4}, \quad x \rightarrow \infty, \quad 0,5 < \beta < 0,9$$

В результате член, который соответствует силе Сэфмана в формуле (2.5) и пропорционален $x^m \chi(\alpha) \sim x^{m+3/4\nu}$, убывает медленнее с ростом x , чем остальные



Фиг. 4

члены. По этой причине при $x \rightarrow \infty$ поперечная скорость частиц v_s асимптотически велика по сравнению с поперечной скоростью газа v .

Для значений $x \sim 1$ уравнение (2.4) с зависимостью $c(\alpha)$ в виде (1.2) решалось численно методом Ньютона. Найденные с учетом (2.5) зависимости поперечной скорости дисперсной фазы $v_s(\xi)$ для двух значений угла при вершине клина представлены на фиг. 2 ($\beta = 0,75$, $m = 0,6$) и фиг. 3 ($\beta = 0,5$, $m = 1/3$). Сплошные кривые 1—3 на фиг. 2 соответствуют значениям $\gamma = 10$, $x = 2; 10; 20$. Можно видеть, что при $\beta > 0,5$ распределения $v_s(\xi)$ при $\xi \rightarrow 0$ качественным образом различаются для $x < x_r = [c(0)/\gamma q(0)]^{1/\beta}$ и $x > x_r$. При $x < x_r$ величины α и v_s стремятся к нулю вблизи поверхности тела, так как для любых значений α второй член в левой части (2.4) больше первого, и поэтому с учетом того, что $s \sim \xi^2$, $\xi \rightarrow 0$, получим

$$\alpha = \frac{6\pi(1-m)\xi^2}{(m+1)p(x)x^m}, \quad x < x_r, \quad \xi \rightarrow 0$$

$$v_s = \frac{\kappa x^{(m-1)/2} \xi^2 \Phi''(0)}{(m+1)} \left[1 - 3m + \frac{1-m}{p(x)} \right] \quad (3.2)$$

$$p(x) = \gamma q(0)x^\beta - c(0)$$

Для значений $x > x_r$ уравнение (2.4) при $\xi \rightarrow 0$ можно переписать в виде

$$c(\alpha) = \gamma x^\beta q(0) \quad (3.3)$$

Последнему уравнению удовлетворяют конечные значения параметра $\alpha = \alpha_0$, которым соответствует также конечная поперечная скорость

$$v_s = v_{s0} = \kappa x^{(3m-1)/2} \Phi''(0) \chi(\alpha_0) (6\pi)^{-1} > 0, \quad \xi \rightarrow 0 \quad (3.4)$$

Из формул (3.2), (3.4) следует, что нулевая линия тока дисперсной фазы, проходящая при $x < x_r$ у поверхности клина, при $x > x_r$ удаляется от нее на конечные расстояния. Таким образом, результатом действия силы Сэфмана при обтекании клина является отщеснение дисперсной фазы от его поверхности и образование области, куда частицы не могут попасть, независимо от их начального положения. Это явление, по-видимому, можно назвать отрывом потока дисперсной фазы в пограничном слое.

Для иллюстрации сказанного построим в пространстве переменных (x, ξ) траектории частиц, которые могут быть найдены в результате интегрирования уравнений движения

$$\frac{dx_s}{dt} = x^m \Phi'(\xi), \quad \frac{d\xi_s}{dt} = \kappa x^{(m-1)/2} v_s + \frac{m-1}{2} x^{m-1} \xi \Phi'(\xi)$$

$$t = 0; \quad x_s = x_{s0}, \quad \xi_s = \xi_{s0}$$

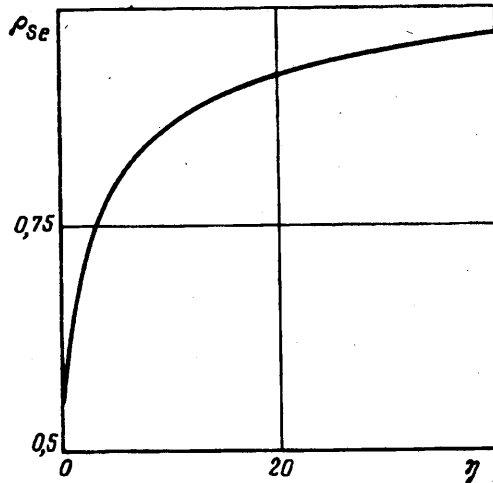
На фиг. 4,а приведены несколько характерных траекторий частиц, которые начинаются на внешней границе пограничного слоя и соответствуют значениям параметров $\beta = 0,75$, $\gamma = 5$. Нулевая линия тока дисперсной фазы, проходящая через точку $(x_r, 0)$, является, очевидно, границей области отрыва. Штриховые кривые 1—3 на фиг. 4,а обозначают границы областей отрыва для различных значений параметра $\gamma = 5; 10; 15$.

В случае $\beta = 0,5$, $m = 1/3$ отличие от $\beta > 0,5$ показатель степени ν в уравнении (2.4) равен нулю. Распределения $v_s(\xi)$ для $\beta = 0,5$ и двух значений координат $x = 1; 10$ (сплошные кривые 1, 2) построены на фиг. 3,а ($\gamma = 5$) и б ($\gamma = 3$). Следствием равенства $\nu = 0$ является то, что поперечная скорость на поверхности клина одинакова при всех x и зависит только от γ . Для значений $\gamma > \gamma_r = c(0)/q(0) = 4,2$ распределение $v_s(x, \xi)$ вблизи поверхности при всех x описывается формулой (3.2) (фиг. 3,а), а для $\gamma < \gamma_r$ — (3.4) (фиг. 3,б). При этом для $\gamma < \gamma_r$ величина α_0 , определяемая из уравнения (3.3), а следовательно, и поперечная скорость v_{s0} не зависят от x , так как показатель степени $(3m-1)/2$ в выражении (3.4) также равен нулю.

Результатом конечности скорости v_s вблизи поверхности клина при $\beta = 0,5$, $\gamma < \gamma_r$ является, как и в случае $\beta > 0,5$, возникновение области отрыва. Границы этих областей для значений $\gamma = 0,5; 1; 3$ (соответственно штриховые кривые 1—3) нанесены на фиг. 4,б. Там же построены несколько характерных траекторий частиц для $\gamma = 1$. В отличие от $\beta > 0,5$ при $\beta = 0,5$ область, в которую не попадает дисперсная фаза, начинается при $x = 0$, т. е. вблизи поверхности клина частицы отсутствуют при всех значениях x .

Для значений $\beta = 0,5$, $\gamma > \gamma_r$ поперечная скорость на поверхности клина при всех x равна нулю и поэтому для любой точки (x, ξ) существует траектория, которая проходит через эту точку и начинается на внешней границе пограничного слоя. Таким образом, для указанных значений параметра γ не происходит отрыва потока дисперсной фазы.

4. Описанный выше метод определения скорости дисперсной фазы в пограничном слое на масштабе L_c позволяет выразить ее через локальные параметры газа в данной точке. В отличие от этого плотность частиц $\rho_s(x, \xi)$ может быть найдена в результате интегрирования уравнения неразрывности для дисперсной фазы или, что эквивалентно, из условия сохранения массового расхода частиц в элементарной трубке тока, т. е. можно использовать тот факт, что для двух близких траекторий частиц является инвариантом произведение расстояния между траекториями, плотности и касательной к траектории скорости дисперсной фазы. Значение указанного



Фиг. 5

инварианта для каждой элементарной трубки тока задается на внешней границе пограничного слоя (условие срачивания с невязкой областью), где скорость частиц равна скорости газа, а плотность ρ_s определяется из решения задачи о движении дисперсной примеси в невязкой области течения газа.

При этом следует иметь в виду, что для трубок тока, прошедших через область 1, где скорости фаз различаются, величина ρ_s не равна ее значению в набегающем потоке ρ_s^{∞} . Таким образом, задача определения плотности дисперсной примеси в пограничном слое на масштабе L_c в общем случае требует также рассмотрения ее движения в области 1. Скорости частиц, их траектории и распределение плотности в ней могут быть найдены в результате интегрирования уравнений движения [9]

$$\frac{d\mathbf{V}_s}{dt_0} \mathbf{V} - \mathbf{V}_s, \quad \mathbf{V} = (U, V); \quad \frac{d\mathbf{r}_s}{dt_0} = \mathbf{V}_s, \quad \mathbf{r} = (X, Y)$$

Здесь пространственные координаты обезразмерены на L_0 , время — на t_0 , скорости \mathbf{V} , \mathbf{V}_s — на $U_0 = cL_0^m$. Распределение продольной и поперечной скоростей газа в полярной системе координат (r, φ) , связанной с вершиной клина, может быть записано в виде $U = r^m \cos(m, \varphi)$, $V = r^m \sin(m\varphi)$.

При значениях $X \rightarrow +\infty$ скорости фаз выравниваются, а плотность дисперсной фазы ρ_s стремится к предельному значению ρ_{se} , различному для каждой трубки тока. Поперечный размер области с неоднородным распределением плотности ρ_{se} уменьшается вниз по потоку, так как скорость газа возрастает пропорционально X^m вдоль поверхности клина. В результате вблизи поверхности образуется тонкий слой (область 2 на фиг. 1) с характерной толщиной $\delta_2 \sim L_0 X^{-m} \sim \varepsilon^{(1+m)} L_c x^{-m}$ и автомодельным распределением плотности $\rho_{se}(\eta)$, $\eta = YX^m$. График зависимости $\rho_{se}(\eta)$, рассчитанный для случая $\beta = 0,5$, приведен на фиг. 5.

Для рассматриваемого течения дисперсной примеси существует еще один характерный продольный масштаб L_2 , на котором поперечный размер δ_2 области 2 становится сравнимым с толщиной пограничного слоя (область 3) $\delta_3 \sim \varepsilon^2 L_c x^{(1-m)/2}$. С учетом оценок δ_2 и δ_3 можно получить для указанного масштаба

$$L_2 \sim \varepsilon^\lambda L_c, \quad \lambda = (6m - 2)(1 - m^2)^{-1} \quad (4.1)$$

Задача определения плотности дисперсной фазы на внешней границе пограничного слоя $\rho_s(\xi \rightarrow \infty)$ в интересующей нас области значений $x = O(1)$ зависит от соотношения масштабов L_2 и L_c . Так, для случая $\beta < 0,5$, который не рас-

считается в данной работе, с учетом (4.1) имеем $L_2 \gg L_c$ и, следовательно, $\delta_2 \gg \delta_3$ при $x = O(1)$. Таким образом, область 2 является внешней по отношению к пограничному слою и в качестве плотности частиц ρ_s на его внешней границе следует принимать величину $\rho_{se}(0)$. Для значений параметра $\beta > 0,5$ имеет место обратное соотношение масштабов $L_2 \ll L_c$, $\delta_3 \gg \delta_2$. В результате наличие областей 1 и 2 влияет на распределение ρ_s лишь в малой по сравнению с толщиной пограничного слоя области вблизи нулевой линии тока, а $\rho_s(\xi \rightarrow \infty) = 1$. Наконец, при $\beta = 0,5$ поперечные размеры областей δ_3 и δ_2 являются величинами одного порядка. Это означает, что при определении плотности ρ_s на внешней границе области 3 следует использовать условие сращивания ее с автоматическим распределением $\rho_{se}(\eta)$ в области 2: $\rho_s(\xi \rightarrow \infty) = \rho_{se}(\eta = x^{2/3} \xi (\gamma/6\pi)^{2/3}/x)$.

Результаты расчетов зависимостей $\rho_s(\xi)$ в пограничном слое, которые проводились с учетом отмеченных особенностей определения плотности дисперсной фазы на его внешней границе, представлены штриховыми кривыми на фиг. 2 ($\beta = 0,75$, $\gamma = 10$), фиг. 3, а ($\beta = 0,5$, $\gamma = 5$) и б ($\beta = 0,5$, $\gamma = 3$). Кривые 1—3 на фиг. 2 соответствуют значениям координаты $x = 2; 10; 20$, кривые 1, 2 на фиг. 3 — $x = 1; 10$. Качественные различия полученных распределений связаны с характером зависимостей поперечной скорости $v_s(\xi)$. Действительно, кривые 2, 3 на фиг. 2 и 3, б иллюстрируют вывод о возникновении отрыва потока дисперсной фазы при $x > x_c$, $\beta > 0,5$ и $\gamma < \gamma_c$, $\beta = 0,5$, т. е. о существовании области вблизи поверхности клина, где частицы отсутствуют и $\rho_s(\xi) = 0$. Следует также обратить внимание на тот факт, что для этих значений параметров плотность ρ_s вблизи нулевой линии тока растет вниз по потоку, а поперечный размер этой области повышенной плотности уменьшается. Таким образом, можно говорить о локализации дисперсной фазы у границы области отрыва. Для значений $\gamma > \gamma_c$, $\beta = 0,5$ (фиг. 3, а) вблизи поверхности клина возникает неинтегрируемая особенность плотности $\rho_s \sim \xi^{-1}$, $\xi \rightarrow 0$ (аналогичный факт был отмечен в [7] для плоской пластины).

В заключение автор выражает благодарность С. В. Мануйловичу за помощь в проведении численных расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Saffman P. G. The lift on a small sphere in a slow shear flow//J. Fluid Mech. 1965. V. 22. Pt. 2. P. 385—400; Corrigendum: J. Fluid Mech. 1968. V. 31. Pt 3. P. 624.
2. Асмолов Е. С. О динамике сферической частицы в ламинарном пограничном слое//Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 6. С. 91—96.
3. McLaughlin J. B. Inertial migration of a small sphere in linear shear flows//J. Fluid Mech. 1991. V. 224. P. 261—274.
4. Otterman B., Lee S.-L. Particulate velocity and concentration profiles for laminar flow of suspension over a flat plate//Proc. «Heat Transfer and Fluid Mechanics Inst.» Monterey, Calif., 1970. Stanford, Calif., 1970. P. 311—322.
5. Осипцов А. Н. Движение запыленного газа в начальном участке плоского канала и круглой трубы//Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 6. С. 80—87.
6. Наумов В. А. Расчет ламинарного пограничного слоя на пластине с учетом подъемных сил, действующих на дисперсную примесь//Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 6. С. 171—173.
7. Асмолов Е. С. О движении дисперсной примеси в ламинарном пограничном слое на плоской пластине//Изв. АН СССР. МЖГ. 1992. № 1. С. 66—73.
8. Асмолов Е. С. Движение частиц в ламинарном пограничном слое на масштабе релаксации поперечной скорости//Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 1. С. 86—93.
9. Nealy J. Val. Two-phase concave-type corner flows//J. Fluid Mech. 1971. V. 46, Pt 1. P. 33—42.
10. Осипцов А. Н. Пограничный слой на затупленном теле в потоке запыленного газа//Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 5. С. 99—107.
11. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.