

УДК 533.6.011.55:532.517.4

© 1993 г. И. И. ПАЛАМАРЧУК, Г. А. ТИРСКИЙ,
С. В. УТЮЖНИКОВ, М. О. ФРИДЛЕНДЕР

ИССЛЕДОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ГИПЕРЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ДЛИННЫХ ЗАТУПЛЕННЫХ КОНУСОВ

Рассматривается осесимметричное турбулентное обтекание конусов с малым радиусом затупления гиперзвуковым потоком вязкого совершенного газа. На основе системы полных уравнений вязкого ударного слоя проведено исследование влияния на теплопередачу к поверхности и трение поглощения энтропийного слоя на телах большого удлинения. Выявлены корреляционные зависимости для теплового потока и коэффициента трения вдоль поверхности конуса на значительных расстояниях от передней критической точки. Представлены результаты расчетов и их корреляции по модели вязкого ударного слоя и по приближенной модели пограничного слоя с учетом поглощения энтропийного слоя. Получено обобщение аналогии Рейнольдса.

Вычислению трения и тепловых потоков к затупленным телам в рамках классической теории турбулентного пограничного слоя посвящено большое число работ (см., например, [1]). Эффект поглощения энтропийного слоя пограничным, возникающий при обтекании затупленных тел, можно выделить как главный из всех эффектов второго порядка теории пограничного слоя. Для учета этого эффекта в рамках теории пограничного слоя развиты различные приближенные методы [2—6]. Следует отметить, что при турбулентном течении поглощение энтропийного слоя пограничным происходит более интенсивно, чем при ламинарном, вследствие большей толщины пограничного слоя, а длина поглощения составляет 5—50 радиусов затупления. В [2—4] влияние эффекта поглощения энтропийного слоя пограничным слоем учитывалось с помощью дополнительных расчетов параметров течения на внешней границе пограничного слоя по методу глобального баланса расхода массы. В [5, 6] предложен способ учета эффекта поглощения энтропийного слоя на основе метода среднemasовых величин. Каждый из указанных выше подходов позволяет приближенным образом без решения более сложной, чем уравнения пограничного слоя, системы уравнений учесть поглощение энтропийного слоя. Указанные подходы требуют теоретической или экспериментальной проверки.

Для турбулентного пограничного слоя на затупленных конусах исследования параметров подобия течения проводились в [4, 6]. В [4] выявлены параметры подобия на режиме поглощения энтропийного слоя пограничным для теплового потока к поверхности затупленного конуса с углом полураствора $\theta_k = 10$, в диапазоне чисел Рейнольдса $Re_\infty = 1,0 \cdot 10^5 - 3,1 \cdot 10^5$, чисел Маха $M_\infty = 6 - 8$, температурного фактора $t_w = 0,40 - 0,52$ ($t_w = T_w/T_0$, где T_w — температура стенки, T_0 — температура торможения). В [6] сделан вывод о том, что при гиперзвуковом обтекании тонких притупленных тел с турбулентным пограничным слоем течения, соответствующие одинаковым значениям параметров и функций, подобны, и приводятся эти параметры и функции.

Целью настоящей работы является расчет гиперзвукового турбулентного обтекания затупленного конуса по модели вязкого ударного слоя, определение погрешностей приближенных теорий, выявление параметров подобия для теплового потока на больших расстояниях от затупления и для коэффициента трения на умеренных и больших расстояниях.

1. Постановка задачи и метод решения. В качестве газодинамической модели течения используется система полных уравнений вязкого ударного слоя [7, 8], в уравнениях которой присутствуют все члены уравнений Эйлера и все члены второго порядка асимптотической теории пограничного слоя. Для описания турбулентности выбрана двухслойная модель Себечи—Смита [1]. Течение газа

между ударной волной и телом описывается системой уравнения вязкого ударного слоя [7, 8] для совершенного газа

$$\frac{\partial}{\partial x} (r\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (H_1 r\rho v) = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho \left(\frac{u}{H_1} \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{uv}{R(x)H_1} \right) = -\frac{1}{H_1} \frac{\partial p}{\partial x} +$$

$$+ \frac{1}{\text{Re}_\infty H_1^2 r} \frac{\partial}{\partial y} \left[rH_1^2 \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{u}{R(x)H_1} \right) \right]$$

$$\rho \left(\frac{u}{H_1} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{u^2}{R(x)H_1} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\rho \left(\frac{u}{H_1} \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial y} \right) = \frac{1}{\text{Re}_\infty H_1 r} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ rH_1 \frac{\mu}{\text{Pr}} \left[\frac{\partial H}{\partial y} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{V_\infty^2}{H_\infty} \left(\frac{\text{Pr} - 1}{2} \frac{\partial (u^2)}{\partial y} - \frac{\text{Pr}}{R(x)H_1} u^2 \right) \right] \right\}$$

$$H = \left(\frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p}{\rho} + \frac{u^2 + v^2}{2} \right) \frac{V_\infty^2}{H_\infty}$$

$$\mu = \mu_l + \mu_t, \quad \lambda = \lambda_l + \lambda_t$$

Система уравнений (1.1) записана в криволинейной ортогональной системе координат x, y , связанной с телом, в безразмерной форме. Переменные, имеющие размерность длины, отнесены к радиусу затупления; p — к $\rho_\infty V_\infty^2$; остальные — к соответствующим значениям в набегающем потоке. Здесь u, v — безразмерные составляющие вектора скорости по координатам x, y ; p, ρ, H — давление, плотность, полная удельная энтальпия соответственно; μ — эффективный коэффициент вязкости, μ_l — ламинарный коэффициент вязкости, определяемый по закону Сазерленда, μ_t — турбулентный коэффициент вязкости, определяемый в соответствии с моделью [1]; $\lambda, \lambda_l, \lambda_t$ — эффективный, ламинарный и турбулентный коэффициенты теплопроводности соответственно; $\text{Pr} = \mu c_p / \lambda$ — эффективное число Прандтля, $\text{Re}_\infty = \rho_\infty V_\infty R_w / \mu_\infty$ — число Рейнольдса, R_w — радиус затупления конуса, $H_1 = 1 + y/R(x)$ — метрический коэффициент Ламэ, $R(x)$ — радиус кривизны тела, r — расстояние от точки в пространстве до оси симметрии конуса, $\kappa = c_p / c_v$ — отношение теплоемкостей. Индексом « ∞ » обозначены параметры невозмущенного потока.

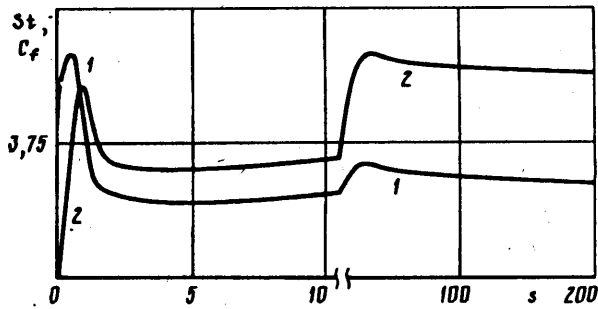
Ударная волна предполагается тонкой. На теле ставятся условия прилипания и непротекания, а также условие постоянства температуры стенки. На ударной волне задаются обобщенные условия Рэнкина—Гюгонио

$$K_s = \frac{\rho_\infty}{\rho_s} = \frac{\kappa - 1}{2} \left(\frac{1}{(M_\infty)^2 (\sin \beta)^2} + \frac{2}{\kappa + 1} \right) \quad (1.2)$$

$$u_s = \cos \beta \cos \beta_s + K_s \sin \beta \sin \beta_s - \frac{\mu_s}{\sin \beta} \frac{1}{\text{Re}_\infty} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{u}{R(x)H_1} \right)_s$$

$$p_s = (1 - K_s) (\sin \beta)^2 + \frac{1}{\kappa (M_\infty)^2}$$

$$v_s = u \operatorname{tg} \beta_s - K_s \frac{\sin \beta}{\cos \beta_s}$$



Фиг. 1

$$H_s = 1 - \frac{1}{Re_\infty} \frac{\mu_s}{Pr \sin \beta} \left(\frac{\partial H}{\partial y} + \frac{Pr - 1}{2} \frac{V_\infty^2}{H_\infty} \frac{\partial (u^2)}{\partial y} - \frac{V_\infty^2}{H_\infty} \frac{Pr}{R(x) H_1} u^2 \right)_s$$

Здесь индекс S соответствует величинам за ударной волной, β_s — угол между касательной к ударной волне и осью конуса, β — угол между касательными к ударной волне и к телу при фиксированном значении x .

Система уравнений вязкого ударного слоя решалась высокоэкономичным по затратам памяти и времени ЭВМ численным методом, основанным на проведении глобальных итераций. Такой метод позволяет сократить затраты машинного времени примерно в 10 раз по сравнению с методом установления. Для решения задачи обтекания тел большой длины применялась блочно-маршевая реализация метода [8]. Применяемая разностная схема имела второй порядок аппроксимации производных по x и четвертый по y . При этом в нормальном к телу направлении использовалось переменное распределение шагов разностной сетки, которые выбирались в каждой точке в зависимости от изменения функции в ее окрестности.

Распределение узлов разностной сетки по x осуществлялось таким образом, что один из узлов попадал в точку сопряжения сферы с конусом, являющуюся точкой разрыва кривизны образующей. Для расчета параметров потока в точке сопряжения со вторым порядком аппроксимации применялись точные соотношения для разрыва первых и вторых производных от искомых функций.

2. Результаты. Расчеты гиперзвукового турбулентного обтекания конусов с углами полураствора $\theta_k = 10, 20, 30^\circ$ и температурой поверхности, соответствующей $t_w = 0,05, 0,2, 0,6$ проведены для $Re_\infty = 10^6, 10^7, 10^8$ и $M_\infty = 6, 8, 10$. Расчеты проводились от передней критической точки и до расстояния $x = 200 R_w$.

На фиг. 1 представлены результаты расчетов зависимостей числа Стантона St (кривая 1) и коэффициента трения C_f (кривая 2) от расстояния s , отсчитываемого от критической точки вдоль поверхности конуса в радиусах затупления

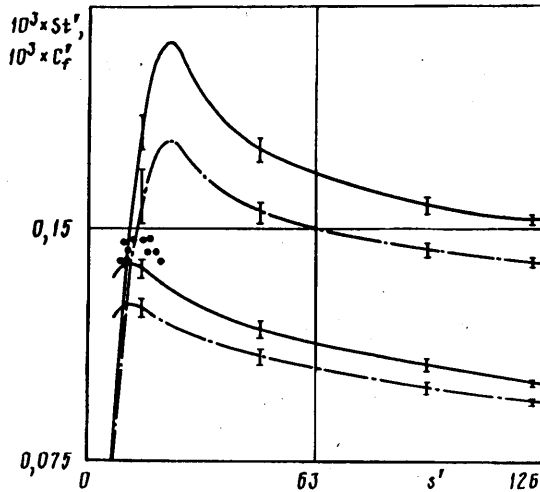
$$St = q / [\rho_\infty V_\infty c_p T_0 (1 - t_w)], \quad C_f = 2\tau / (\rho_\infty V_\infty^2), \quad s = x / R_w$$

где $q = \lambda \partial T / \partial y$, $\tau = \mu \partial u / \partial y$ (здесь переменные размерные).

На фиг. 1 видно, что максимум числа St достигается не в критической точке, как при ламинарном режиме, а в ее окрестности. Затем идет уменьшение величины St вследствие увеличения скорости потока, а затем повторный рост St из-за поглощения энтропийного слоя пограничным слоем. Последующее уменьшение St объясняется ростом толщины пограничного слоя. Положение второго максимума зависит от угла полураствора конуса и от числа Рейнольдса, а его величина — также от M_∞ и t_w .

Для зависимости C_f от расстояния вдоль образующей также характерно наличие двух максимумов. Первый расположен в области затупления конуса, второй — в области поглощения энтропийного слоя $15 \leq s \leq 60$.

Положение и величина второго максимума C_f зависят от тех же факторов, что и в случае числа St .



Фиг. 2

В [4] результаты расчетов представлены в виде зависимости $St'(s')$, где St' — модифицированное число Стантона, s' — модифицированное расстояние от критической точки, определяемое в долях расстояния от нее до точки поглощения энтропийного слоя пограничным. Модификация числа Стантона использует введение явным образом числа Рейнольдса и угла полураствора конуса и неявным образом — через величины скоростей и плотности на внешней границе пограничного слоя — зависимостей от числа Маха и температурного фактора.

Попытки применить зависимые и независимые параметры подобия на расстояниях больших, чем длина поглощения энтропийного слоя, а также для более широкого диапазона параметров течения оказались безуспешными. Также не принесло желаемого результата введение явных зависимостей толщины пограничного слоя от t_w и M_∞ . В связи с этим в данной работе получены корреляционные зависимости для числа Стантона и коэффициента трения, выведенные эмпирическим путем при обработке настоящих результатов расчетов и результатов [2]

$$St' = St'(s'), \quad C_f' = C_f'(s') \quad (2.1)$$

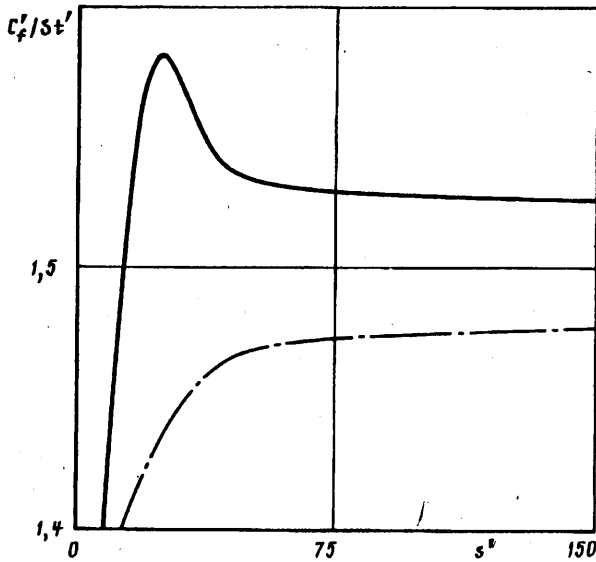
$$St' = St \left[(1,1 - t_w)^{-1} \left(1 - \frac{6}{M_\infty^2} \right)^{-1} (\lg Re_\infty)^3 (2 \sin \theta_k)^{\alpha_k} \right]$$

$$C_f' = C_f \left[(2,1 - t_w)^{-1} \left(1 - \frac{7}{M_\infty^2} \right)^{-1} (\lg Re_\infty)^{2,1} (2 \sin \theta_k)^{\beta_k} \right]$$

$$s' = \frac{x}{R_w} (2 \sin \theta_k)^2 \exp(10^{-8} Re_\infty)$$

$$\alpha_k = -1,27 + 0,2 (2 \sin \theta_k)^2, \quad \beta_k = -1 + 1,5 (2 \sin \theta_k)^4$$

На фиг. 2 изображены зависимости $St'(s')$ в интервале $s' = 15 - 125$ и $C_f'(s')$ в интервале $s' = 2 - 125$. Сплошная кривая соответствует расчетам по модели вязкого ударного слоя, штрихпунктирная — расчетам по модели пограничного слоя с учетом поглощения энтропийного слоя [2]. Диапазон разброса численных данных указан на фиг. 2 вертикальными черточками.



Фиг. 3

Для модели вязкого ударного слоя предлагаются аппроксимационные формулы зависимостей St' (s') и C_f' (s')

$$St' = 0,197 (s')^{-0,139}, \quad C_f' = C_{f1} (1 - a) + C_{f2} a$$

где

$$C_{f1} = 0,0500 + 0,0130 s', \quad C_{f2} = 0,2985 (s')^{-0,139}, \quad a = \exp [-(9/s')^3]$$

Точками обозначены результаты эксперимента [3]. Эксперимент проводился для затупленного конуса с $\theta_k = 10$, при $t_w = 0,4$, $M_\infty = 8$, $Re_\infty = 10^5$.

При увеличении Re_∞ от 10^6 до 10^8 максимумы у коэффициента C_f и числа St сдвигаются вниз по потоку, а их величины уменьшаются. То же наблюдается при уменьшении θ_k от 30 до 10. Изменение M_∞ и t_w не оказывает значительного влияния на положение второго максимума, а только на его величину: увеличение числа M_∞ от 6 до 10 увеличивает значение максимумов функций St и C_f , а увеличение t_w от 0,05 до 0,6 — уменьшает их.

Разброс численных данных при их корреляции (см. фиг. 2) для теплового потока не превышает 3% в дальней зоне и 10% в области второго максимума, а для коэффициента трения — 4 и 14% соответственно. Экспериментальные данные попадают в указанный диапазон разброса численных данных и подтверждают выводы данной работы.

Приведенные результаты показывают, что значения числа St , рассчитанного по модели вязкого ударного слоя, превышают значения St , рассчитанные приближенным методом [2] на 5 — 8%, а для значений C_f — на 2 — 20% в указанных выше диапазонах s' .

На фиг. 3 показано обобщение аналогии Рейнольдса иллюстрирующее формулы для St' и C_f' (2.1). Отношение безразмерных теплового потока и трения зависит не только от параметров t_w , M_∞ , Re_∞ , θ_k , но и меняется вдоль образующей конуса. При $s' > 50$ отношение C_f'/St' постоянно, не зависит от метода расчета и равно $3/2$ с вероятной погрешностью около 1%. При $10 < s' < 50$ результаты расчета методом вязкого ударного слоя указывают на немонотонную зависимость отношения теплового потока к коэффициенту трения от расстояния до критической точки.

В заключение отметим, что расчет течения в полностью турбулентном режиме на длинных телах, начиная с критической точки допустим, так как значения теплового потока в области после завершившегося перехода из ламинарного в турбулентный совпадают со значениями теплового потока при более раннем переходе [3, 9, 10].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Cebeci T., Smith A. M. O.* Analysis of turbulent boundary layers. N. Y.: Acad. Press, 1974. № 4. P. 92—94.
2. *Колина Н. П., Пятнова А. И., Солодкин Е. Е.* Влияние поглощения энтропийного слоя на характеристики длинных затупленных тел при различном характере течения в пограничном слое//Тр. ЦАГИ. 1981. Вып. 2107. С. 121—200.
3. *Колина Н. П., Колочинский Ю. Ю., Юшин А. Я.* Влияние поглощения энтропийного слоя на теплообмен при сверхзвуковом обтекании затупленного кругового конуса//Уч. зап. ЦАГИ. 1985. Т. 16. № 3. С. 21—28.
4. *Ермак Ю. Н., Колина Н. П., Юшин А. Я.* Теплообмен на боковой поверхности затупленного конуса при поглощении энтропийного слоя ламинарным и турбулентным пограничным слоем//ПМТФ. 1985. № 5. С. 65—69.
5. *Землянский Б. А., Степанов Г. Н.* О расчете теплообмена при пространственном обтекании тонких затупленных конусов гиперзвуковым потоком воздуха//Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 5. С. 173—177.
6. *Лунев В. В.* Об условиях подобия для гиперзвукового турбулентного пограничного слоя на тонких телах//Изв. АН СССР. ОТН. Мех. и маш. 1962. № 4. С. 13—17.
7. *Васильевский С. А., Тирский Г. А., Утюжников С. В.* Численный метод решения уравнений вязкого ударного слоя//Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1987. Т. 27. № 5. С. 741—750.
8. *Утюжников С. В.* Численное решение полных уравнений вязкого ударного слоя в задаче гиперзвукового обтекания притупленных тел//Числ. методы мех. сплош. среды. 1986. Т. 17. № 6. С. 125—131.
9. *Ericsson L. E.* Effect of nose bluntness and cone angle on slender-vehicle transition//AIAA Journal. 1988. V. 26. № 10. P. 1168—1174.
10. *Zoby E. V., Thompson R. A.* Flowfield and vehicle parameter influence on hypersonic heat transfer and drag//J. Spacecraft. 1990. V. 27. № 4. P. 361—368.

Москва

Поступила в редакцию
22.VII.1992