МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 6 • 1993

УДК 533.6.011.55

© 1993 г. В. М. ЮРОВ

АЭРОДИНАМИЧЕСКАЯ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ АСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНЫХ ФАКТОРОВ ВЛИЯНИЯ ФОРМЫ ТЕЛА И УГЛА АТАКИ

Для определения аэродинамических коэффициентов асимметричных тел используется принцип аэродинамической эквивалентности. В разложениях газодинамических функций по параметру асимметрии и углу атаки учитываются как линейные члены, так и члены второго порядка. Это позволило теоретически обосновать принцип аэродинамической эквивалентности с учетом нелинейных факторов влияния асимметрии формы тела и угла атаки. Получена универсальная структура аэродинамических характеристик асимметричных тел с произвольной формой поперечных сечений. Теоретические выводы подтверждены результатами численного решения трехмерной газодинамической задачи.

Рассматривается обтекание асимметричного тела с произвольной формой поперечных сечений типа квадрата, эллипса, треугольника, сочетаний круга и крыльев небольшого размаха и т. д. сверхзвуковым потоком невязкого нетеплопроводного газа. Введена декартова система координат xyz (фиг. 1), которой соответствует цилиндрическая система координат $xr\varphi$. Поверхность тела в цилиндрической системе координат задается уравнением $r = G(x, \varphi)$. Не снижая общности рассуждений, будем считать, что тело имеет плоскость симметрии xOy. Положение вектора скорости набегающего потока $\mathbf{V}_\infty$ определяется малым пространственным углом атаки α и углом ψ между плоскостью симметрии тела и плоскостью угла атаки.

Периодическая по φ функция $G(x, \varphi)$ представляется рядом Фурье

$$G(x, \varphi) = b_0(x) + \varepsilon \sum_{n=1}^{\infty} b_n^\varepsilon(x) \cos n\varphi \tag{1}$$

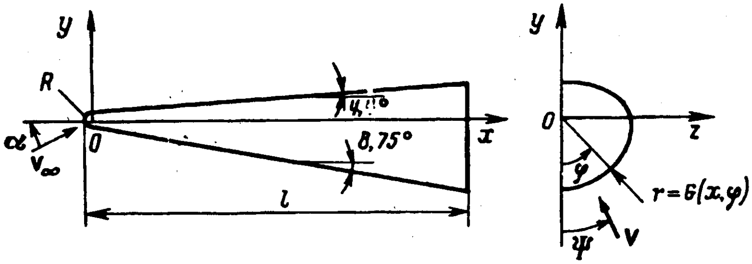
Здесь ε — малый параметр асимметрии формы тела.

Решение газодинамической задачи будем рассматривать в виде разложения в ряд по малым параметрам α и ε вектора искомых газодинамических функций $\mathbf{X} = \{u, v, w, p, \rho\}$, где u, v, w, p, ρ — соответственно проекции вектора скорости на оси цилиндрической системы координат, давление и плотность газа в произвольной точке возмущенной области. Ограничиваясь членами до второго порядка включительно, будем иметь

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 + \alpha\mathbf{X}^\alpha + \varepsilon\mathbf{X}^\varepsilon + \alpha^2\mathbf{X}^{\alpha\alpha} + \varepsilon^2\mathbf{X}^{\varepsilon\varepsilon} + \alpha\varepsilon\mathbf{X}^{\alpha\varepsilon} \tag{2}$$

Периодические по φ коэффициенты ряда (2) также представляются рядами Фурье. При этом используются свойства четности по φ векторной функции $\mathbf{Y} = \{u, v, p, \rho\}$ и нечетности скалярной функции w, вытекающие из симметрии задач относительно плоскости $\varphi = 0$ (для задач по определению функций с индексами ε и $\varepsilon\varepsilon$) и плоскости $\varphi = \psi$ (для задач по определению функций с индексами α, $\alpha\alpha$ и $\alpha\varepsilon$). Тогда можем записать следующие разложения $\mathbf{Y}$ и w:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_0 + \alpha \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{Y}_n^\alpha \cos n(\varphi + \psi) + \varepsilon \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{Y}_n^\varepsilon \cos n\varphi +$$



Фиг. 1

$$+ \varepsilon^2 \sum_{n=0}^{\infty} Y_n^{\varepsilon\varepsilon} \cos n\varphi + \alpha^2 \sum_{n=0}^{\infty} Y_n^{\alpha\alpha} \cos n\,(\varphi + \psi) +$$

$$+ \alpha\varepsilon \sum_{n=0}^{\infty} Y_{n1}^{\alpha\varepsilon} \cos n\varphi + \alpha\varepsilon \sum_{n=0}^{\infty} Y_{n2}^{\alpha\varepsilon} \sin n\varphi \tag{3}$$

$$w = \alpha \sum_{n=0}^{\infty} w_n^{\alpha} \sin n\,(\varphi + \psi) + \varepsilon \sum_{n=0}^{\infty} w_n^{\varepsilon} \sin n\varphi +$$

$$+ \alpha^2 \sum_{n=0}^{\infty} w_n^{\alpha\alpha} \sin n\,(\varphi + \psi) + \varepsilon^2 \sum_{n=0}^{\infty} w_n^{\varepsilon\varepsilon} \sin n\varphi +$$

$$+ \alpha\varepsilon \sum_{n=0}^{\infty} (w_{n1}^{\alpha\varepsilon} \sin n\varphi + w_{n2}^{\alpha\varepsilon} \cos n\varphi)$$

Для установления структуры аэродинамических характеристик исключим заведомо не оказывающие влияния на них и заведомо равные нулю коэффициенты в разложениях (3).

Для выявления коэффициентов разложения, не оказывающих влияния на аэродинамические характеристики, необходимо подставить разложение для давления вида (3) и разложение для функции $G(x, \varphi)$ в форме (1) в интегральные соотношения для аэродинамических коэффициентов [1]. В результате указанных подстановок и соответствующих математических преобразований установлено, что на значения аэродинамических коэффициентов с точностью до второго порядка малости могут оказать влияние в разложении (3) для давления только коэффициенты $p_0, p_n^{\alpha}, p_n^{\varepsilon}, p_0^{\alpha\alpha}, p_1^{\alpha\alpha}, p_0^{\varepsilon\varepsilon}, p_1^{\varepsilon\varepsilon}, p_0^{\alpha\varepsilon}, p_{11}^{\alpha\varepsilon}, p_{12}^{\alpha\varepsilon}$.

Определим теперь среди них коэффициенты, заведомо равные нулю. Для этого необходимо подставить разложения (1) и (3) в уравнения газовой динамики и граничные условия на поверхностях головной ударной волны и тела.

Исходную систему уравнений представим в следующем виде (A, B, C — квадратные матрицы 5 × 5; D — вектор-столбец):

$$\mathbf{A} \frac{\partial X}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial X}{\partial r} + \mathbf{C} \frac{\partial X}{\partial \varphi} + \mathbf{D} = 0 \tag{4}$$

$$a_{ii} = u,\ b_{ii} = v,\ c_{ii} = \frac{w}{r},\ a_{15} = b_{25} = \frac{1}{\rho},\ a_{41} = b_{42} = \rho$$

$$a_{51} = b_{52} = \varkappa p,\ c_{35} = \frac{1}{r\rho},\ c_{43} = \frac{\rho}{r},\ c_{53} = \frac{\varkappa p}{r}$$

$$d_1 = 0,\ d_2 = w^2,\ d_3 = vw,\ d_4 = \rho v,\ d_5 = \varkappa p v$$

Здесь $\varkappa = c_p/c_v$ — отношение теплоемкостей, остальные элементы матриц равны нулю.

Граничные условия на поверхностях тела $r = G(x, \varphi)$ и головной ударной волны $r = r_b(x, \varphi)$

$$\mu X = 0, \quad \mu = \left\| \frac{\partial G}{\partial x}, -1, \frac{1}{G}\frac{\partial G}{\partial \varphi}, 0, 0 \right\| \tag{5}$$

$$\mathbf{M}(X - X_\infty) = \mathbf{K}$$

$$\mathbf{M} = \left\| \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ u+1 & v & w & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r_b}\frac{\partial r_b}{\partial \varphi} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right\|, \quad \mathbf{K} = \left\| \begin{matrix} y_2 \\ \dfrac{y_2^2}{y_1} \\ 0 \\ \dfrac{y_1}{(y_1 - y_2)} \\ y_2 + p_\infty \end{matrix} \right\|, \quad \mathbf{X}_\infty = \left\| \begin{matrix} V_\infty \cos\alpha \\ V_\infty \sin\alpha\cos\varphi \\ V_\infty \sin\alpha \sin\varphi \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\|$$

$$y_1 = (\mathbf{V}_\infty \mathbf{n})^2, \; y_2 = \mathbf{V}_\infty \mathbf{n}\,(\mathbf{V}\mathbf{n} - \mathbf{V}_\infty \mathbf{n})$$

$$\mathbf{V} = u\mathbf{e}_x + v\mathbf{e}_r + w\mathbf{e}_\varphi$$

Здесь $\mathbf{n}$ — внешняя единичная нормаль к поверхности ударной волны.

Разложения исходной трехмерной системы уравнений (4) и граничных условий (5) в ряды по α, ε и n можно получить формальным выполнением операций над рядами типа (3). Используя представления для произведений тригонометрических функций кратных углов и приравнивая коэффициенты при $\cos n\varphi$ и $\sin n\varphi$ ($\cos n(\varphi + \psi)$ и $\sin n(\varphi + \psi)$), получаем двумерные системы уравнений: одну нелинейную систему и граничные условия для определения функции X_0 (нулевое приближение, $\alpha = 0$ и $\varepsilon = 0$) и пять бесконечных рядов линейных систем с соответствующими граничными условиями для определения функций $\mathbf{X}_n^\alpha$, $\mathbf{X}_n^\varepsilon$, $\mathbf{X}_n^{\alpha\alpha}$, $\mathbf{X}_n^{\varepsilon\varepsilon}$, $\mathbf{X}_n^{\alpha\varepsilon}$.

Ниже приводятся системы уравнений с соответствующими граничными условиями, решение которых необходимо для определения аэродинамических коэффициентов

$$\mathbf{A}_0 \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial x} + \mathbf{B}_0 \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial r} + \mathbf{D}_0 = 0$$

$$\mathbf{A}_1^\alpha \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial x} + \mathbf{A}_0 \frac{\partial \mathbf{X}_1^\alpha}{\partial x} + \mathbf{B}_1^\alpha \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial r} + \mathbf{B}_0 \frac{\partial \mathbf{X}_1^\alpha}{\partial r} + \mathbf{G}_1^\alpha = 0$$

$$\mathbf{A}_0^{\alpha\alpha} \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial x} + \mathbf{A}_0 \frac{\partial \mathbf{X}_0^{\alpha\alpha}}{\partial x} + \mathbf{B}_0^{\alpha\alpha} \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial r} + \mathbf{B}_0 \frac{\partial \mathbf{X}_0^{\alpha\alpha}}{\partial r} + \mathbf{A}_1^\alpha \frac{\partial \mathbf{X}_1^\alpha}{\partial x} + \mathbf{B}_1^\alpha \frac{\partial \mathbf{X}_1^\alpha}{\partial r} + \mathbf{G}_0^{\alpha\alpha} = 0$$

$$\mathbf{A}_n^\varepsilon \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial x} + \mathbf{A}_0 \frac{\partial \mathbf{X}_n^\varepsilon}{\partial x} + \mathbf{B}_n^\varepsilon \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial r} + \mathbf{B}_0 \frac{\partial \mathbf{X}_n^\varepsilon}{\partial r} + \mathbf{G}_n^\varepsilon = 0$$

$$\mathbf{A}_0^{\varepsilon\varepsilon} \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial x} + \mathbf{A}_0 \frac{\partial \mathbf{X}_0^{\varepsilon\varepsilon}}{\partial x} + \mathbf{B}_0^{\varepsilon\varepsilon} \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial r} + \mathbf{B}_0 \frac{\partial \mathbf{X}_0^{\varepsilon\varepsilon}}{\partial r} + \tag{6}$$
$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\mathbf{A}_n^\varepsilon \frac{\partial \mathbf{X}_n^\varepsilon}{\partial x} + \mathbf{B}_n^\varepsilon \frac{\partial \mathbf{X}_n^\varepsilon}{\partial r} \right) + \mathbf{G}_0^{\varepsilon\varepsilon} = 0$$

$$\mathbf{A}_1^{\varepsilon\varepsilon} \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial x} + \mathbf{A}_0 \frac{\partial \mathbf{X}_1^{\varepsilon\varepsilon}}{\partial x} + \mathbf{B}_1^{\varepsilon\varepsilon} \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial r} + \mathbf{B}_0 \frac{\partial \mathbf{X}_1^{\varepsilon\varepsilon}}{\partial r} + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty} \left(\mathbf{A}_n^\varepsilon \frac{\partial \mathbf{X}_{n+1}^\varepsilon}{\partial x} + \right.$$
$$\left. + \mathbf{A}_{n+1}^\varepsilon \frac{\partial \mathbf{X}_n^\varepsilon}{\partial x} + \mathbf{B}_n^\varepsilon \frac{\partial \mathbf{X}_{n+1}^\varepsilon}{\partial r} + \mathbf{B}_{n+1}^\varepsilon \frac{\partial \mathbf{X}_n^\varepsilon}{\partial r} \right) + \mathbf{G}_1^{\varepsilon\varepsilon} = 0$$

$$A_0^{\alpha\varepsilon}\frac{\partial X_0}{\partial x}+A_0\frac{\partial X_0^{\alpha\varepsilon}}{\partial x}+B_0^{\alpha\varepsilon}\frac{\partial X_0}{\partial r}+B_0\frac{\partial X_0^{\alpha\varepsilon}}{\partial r}+$$

$$+\frac{1}{2}\left(A_1^{\alpha}\frac{\partial X_1^{\varepsilon}}{\partial x}+A_1^{\varepsilon}\frac{\partial X_1^{\alpha}}{\partial x}+B_1^{\alpha}\frac{\partial X_1^{\varepsilon}}{\partial r}+B_1^{\varepsilon}\frac{\partial X_1^{\alpha}}{\partial r}\right)+G_0^{\alpha\varepsilon}=0$$

$$A_1^{\alpha\varepsilon}\frac{\partial X_0}{\partial x}+A_0\frac{\partial X_1^{\alpha\varepsilon}}{\partial x}+B_1^{\alpha\varepsilon}\frac{\partial X_0}{\partial r}+B_0\frac{\partial X_1^{\alpha\varepsilon}}{\partial r}+\frac{1}{2}\left(A_1^{\alpha}\frac{\partial X_2^{\varepsilon}}{\partial x}+B_1^{\alpha}\frac{\partial X_2^{\varepsilon}}{\partial r}\right)+G_1^{\alpha\varepsilon}=0$$

$$G_n^{\varepsilon}=-nC_0X_n^{\varepsilon}+D_n^{\varepsilon},\quad G_1^{\alpha}=-C_0X_1^{\alpha}+D_1^{\alpha}$$

$$G_1^{\varepsilon\varepsilon}=-\frac{n}{2}\sum_{n=0}^{\infty}(C_n^{\varepsilon}X_{n+1}^{\varepsilon}+C_{n+1}^{\varepsilon}X_n^{\varepsilon}+2C_0X_n^{\varepsilon\varepsilon})+D_1^{\varepsilon\varepsilon}$$

Граничные условия на поверхности тела:

$$\mu_0X_0=0,\quad \mu_0=\left\|\frac{db_0}{dx},-1,0,0,0\right\|$$

$$\mu_0X_1^{\alpha}=0,\ \mu_0X_0^{\alpha\alpha}=0$$

$$\mu_0\left(X_n^{\varepsilon}+\frac{\partial X_0}{\partial r}b_n^{\varepsilon}\right)+\mu_n^{\varepsilon}X_0=0$$

$$\mu_n^{\varepsilon}=\left\|\frac{db_n^{\varepsilon}}{dx},0,0,0,0\right\| \tag{7}$$

$$\mu_0\left[X_1^{\varepsilon\varepsilon}+\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\partial X_n^{\varepsilon}}{\partial r}b_{n+1}^{\varepsilon}+\frac{\partial X_{n+1}^{\varepsilon}}{\partial r}b_n^{\varepsilon}\right)\right]+$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\mu_n^{\varepsilon}\left(X_{n+1}^{\varepsilon}+\frac{\partial X_0}{\partial r}b_{n+1}^{\varepsilon}\right)+\mu_{n+1}^{\varepsilon}\left(X_n^{\varepsilon}+\frac{\partial X_0}{\partial r}b_n^{\varepsilon}\right)\right]=0$$

$$\mu_0\left(X_0^{\varepsilon\varepsilon}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\partial X_n^{\varepsilon}}{\partial r}b_n^{\varepsilon}\right)+\sum_{n=1}^{\infty}\mu_n^{\varepsilon}\left(X_n^{\varepsilon}+\frac{\partial X_0}{\partial r}b_n^{\varepsilon}\right)=0$$

$$\mu_0\left(X_0^{\alpha\varepsilon}+\frac{1}{2}\frac{\partial X_1^{\alpha}}{\partial r}b_1^{\varepsilon}\right)+\frac{1}{2}\mu_1^{\varepsilon}X_1^{\alpha}=0$$

$$\mu_0\left(X_1^{\alpha\varepsilon}+\frac{1}{2}\frac{\partial X_1^{\alpha}}{\partial r}b_2^{\varepsilon}\right)+\frac{1}{2}\mu_2^{\varepsilon}X_1^{\varepsilon}=0$$

Граничные условия на поверхности ударной волны:

$$M_0(X_0-X_{0\infty})=K_0$$

$$M_0\left(X_1^{\alpha}-X_{1\infty}^{\alpha}+\frac{\partial X_0}{\partial r}r_{b1}^{\alpha}\right)+M_1^{\alpha}(X_0-X_{0\infty})=K_1^{\alpha}$$

$$M_0\left(X_0^{\alpha\alpha}-X_{0\infty}^{\alpha\alpha}+\frac{\partial X_0}{\partial r}r_{b0}^{\alpha\alpha}\right)+M_0^{\alpha\alpha}(X_0-X_{0\infty})+M_1^{\alpha}X_1^{\alpha}=K_0^{\alpha\alpha}$$

$$M_0\left(X_n^{\varepsilon}+\frac{\partial X_0}{\partial r}r_{bn}^{\varepsilon}\right)+M_n^{\varepsilon}(X_0-X_{0\infty})=K_n^{\varepsilon}$$

$$M_0\left(X_0^{\varepsilon\varepsilon}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\partial X_n^{\varepsilon}}{\partial r}r_{bn}^{\varepsilon}+\frac{\partial X_0}{\partial r}r_{b0}^{\varepsilon\varepsilon}\right)+M_0^{\varepsilon\varepsilon}(X_0-X_{0\infty})+$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}M_n^{\varepsilon}\left(X_n^{\varepsilon}+\frac{\partial X_0}{\partial r}r_{bn}^{\varepsilon\varepsilon}\right)=K_0^{\varepsilon\varepsilon}$$

$$M_0\left[X_1^{\varepsilon\varepsilon}+\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\partial X_n^{\varepsilon}}{\partial r}r_{bn+1}^{\varepsilon}+\frac{\partial X_{n+1}^{\varepsilon}}{\partial r}r_{bn}^{\varepsilon}\right)+\frac{\partial X_0}{\partial r}r_{b1}^{\varepsilon}\right]+$$

$$+M_1^{\varepsilon\varepsilon}(X_0-X_{0\infty})+\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\left[M_n^{\varepsilon}\left(X_{n+1}^{\varepsilon}+\frac{\partial X_0}{\partial r}r_{bn+1}^{\varepsilon}\right)+\right.$$

$$+ \mathbf{M}_{n+1}^{\varepsilon} \left(\mathbf{X}_n^{\varepsilon} + \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial r} r_{bn}^{\varepsilon} \right) \Big] = \mathbf{K}_1^{\varepsilon\varepsilon} \tag{8}$$

$$\mathbf{M}_0 \left[\mathbf{X}_0^{\alpha\varepsilon} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{X}_1^{\varepsilon}}{\partial r} r_{b1}^{\varepsilon} + \frac{\partial \mathbf{X}_1}{\partial r} r_{b1}^{\varepsilon} \right) + \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial r} r_{b0}^{\alpha\varepsilon} \right] + \mathbf{M}_0^{\alpha\varepsilon} (\mathbf{X}_0 - \mathbf{X}_{0\infty}) +$$

$$+ \frac{1}{2} \left[\mathbf{M}_1^{\varepsilon} \left(\mathbf{X}_1^{\varepsilon} + \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial r} r_{b1}^{\alpha} \right) + \mathbf{M}_1^{\alpha} \left(\mathbf{X}_n^{\varepsilon} + \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial r} r_{b1}^{\varepsilon} \right) \right] = + \mathbf{K}_0^{\alpha\varepsilon}$$

$$\mathbf{M}_0 \left(\mathbf{X}_1^{\alpha\varepsilon} + \frac{1}{2} \frac{\partial \mathbf{X}_2^{\varepsilon}}{\partial r} r_{b1}^{\alpha} + \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial r} r_{b1}^{\alpha\varepsilon} \right) + \mathbf{M}_1^{\alpha\varepsilon} (\mathbf{X}_0 - \mathbf{X}_{0\infty}) +$$

$$+ \frac{1}{2} \mathbf{M}_2^{\varepsilon} \left(\mathbf{X}_1^{\varepsilon} + \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial r} r_{b1}^{\alpha} \right) = \mathbf{K}_1^{\alpha\varepsilon}$$

$$\mathbf{X}_{0\infty} = [V_\infty, 0, 0, 0, 0], \mathbf{X}_{1\infty}^{\alpha} = [0, -V_\infty, V_\infty, 0, 0]$$

$$\mathbf{X}_{0\infty}^{\alpha\alpha} = [V_\infty, 0, 0, 0, 0]$$

При записи систем уравнений (6) и граничных условий (7) и (8) учтено, что из бесконечного ряда линейных систем с индексом α имеет ненулевое решение только система при $n = 1$, а для систем с индексом $\alpha\alpha$ — только системы при $n = 0$ и 2. Это имеет место вследствие того, что в граничных условиях на ударной волне $\mathbf{X}_{n\infty}^{\alpha} = 0$ $(n \neq 1)$ и $\mathbf{X}_{n\infty}^{\alpha\alpha} = 0$ $(n \neq 0)$. Учитывается также, что в полученных системах искомые функции при различных n не зависят друг от друга и не зависят от функций с большим порядком малости и что функции второго порядка при $n > 1$ не оказывают влияния на аэродинамические коэффициенты. Поэтому при записи систем с индексами $\alpha\alpha$, $\varepsilon\varepsilon$ и $\alpha\varepsilon$ достаточно ограничиться только системами при $n = 0$ и 1.

Проведенные численные эксперименты показывают также, что при определении аэродинамических коэффициентов влиянием функций $b_n(x)$ при $n > N$ можно пренебречь [2]. Значение N зависит от формы тела и требуемой точности расчетов. Обычно $N = 2$.

Тогда разложение для давления при определении аэродинамических коэффициентов может быть представлено в виде

$$p = p_0 + \alpha p_1^{\alpha} \cos(\varphi + \psi) + \varepsilon \sum_{n=1}^{N} p_n^{\varepsilon} \cos n\varphi + \alpha^2 p_0^{\alpha\alpha} +$$

$$+ \varepsilon^2 (p_0^{\varepsilon\varepsilon} + p_1^{\varepsilon\varepsilon} \cos\varphi) + \alpha\varepsilon [p_0^{\alpha\varepsilon} + p_1^{\alpha\varepsilon} \cos(\varphi + \psi)] \tag{9}$$

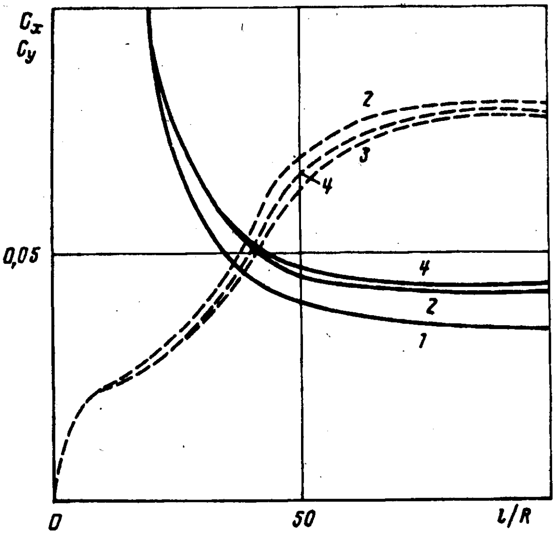
Анализ полученных систем уравнений с соответствующими граничными условиями показывает, что коэффициенты $p_0, p_1^{\alpha}, p_0^{\alpha\alpha}$ зависят только от функции $b_0(x)$, коэффициенты p_n^{ε} — от $b_0(x)$ и соответствующей функции $b_n^{\varepsilon}(x)$, коэффициент $p_0^{\alpha\varepsilon}$ — от $b_0(x)$ и $b_1(x)$, коэффициент $p_1^{\alpha\varepsilon}$ — от $b_0(x)$ и $b_2(x)$, коэффициенты $p_0^{\varepsilon\varepsilon}$ и $p_1^{\varepsilon\varepsilon}$ — от $b_0(x)$ и всех $b_n(x)$.

Подставляя разложения (1) и (9) в общие интегральные соотношения для аэродинамических коэффициентов и ограничиваясь членами, содержащими малые параметры α и ε до второго порядка включительно, получаем следующую структуру аэродинамических характеристик:

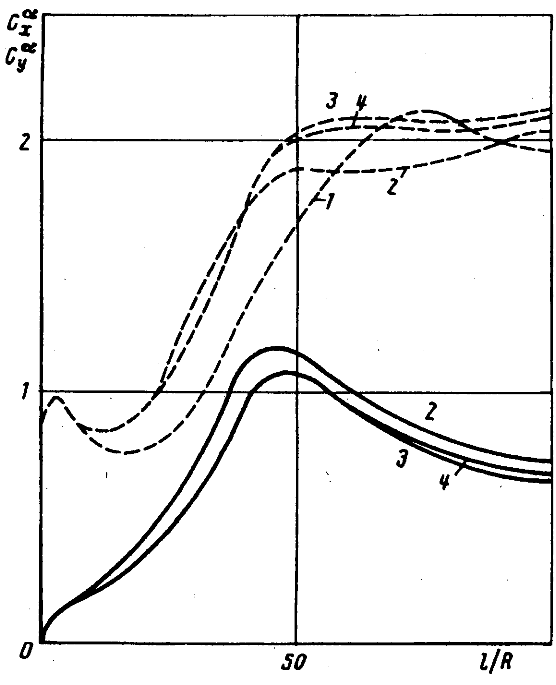
$$C_x = C_x^{\circ}(b_0) + \alpha\varepsilon C_x^{\alpha\varepsilon}(b_0, b_1^{\varepsilon}) \cos\psi + \alpha^2 C_x^{\alpha\alpha}(b_0) + \varepsilon^2 \sum_{n=1}^{N} C_{xn}^{\varepsilon\varepsilon}(b_0, b_n^{\varepsilon})$$

$$C_y = \varepsilon C_y^{\varepsilon}(b_0, b_1^{\varepsilon}) + \alpha [C_y^{\alpha}(b_0) + \varepsilon C_y^{\alpha\varepsilon}(b_0, b_2) \cos\psi] +$$

$$+ \varepsilon^2 \sum_{n=1}^{N} C_{yn}^{\varepsilon\varepsilon}(b_n, b_n^{\varepsilon}, b_{n+1}^{\varepsilon})$$



Фиг. 2



Фиг. 3

$$C_z = -\alpha\,[C_y^{\alpha} + \varepsilon C_y^{\alpha\varepsilon}]\sin\psi \tag{10}$$

$$m_x = \alpha\varepsilon m_x^{\alpha\varepsilon}(b_0, b_1^{\varepsilon})\sin\psi, \quad m_y = \alpha\,[m_z^{\alpha}(b_0) + \varepsilon m_z^{\alpha\varepsilon}(b_0, b_2^{\varepsilon})]\sin\psi$$

$$m_z = \varepsilon m_z^{\varepsilon}(b_0, b_1^{\varepsilon}) + \alpha\,(m_z^{\alpha} - \varepsilon m_z^{\alpha\varepsilon})\cos\psi + \varepsilon^2 \sum_{n=1}^{N} m_z^{\varepsilon\varepsilon}(b_0, b_n^{\varepsilon}, b_{n+1}^{\varepsilon})$$

Таким образом, при любых возможных формах поперечного сечения обтекаемого тела на значения аэродинамических характеристик окажут влияние только первые несколько членов ряда Фурье. Другими словами, можно сформулировать следующий принцип: для тела с произвольным поперечным сечением, уравнение поверхности которого $r = G(x, \varphi)$, аэродинамические характеристики имеют значения, равные соответствующим значениям аэродинамических характеристик для гладкого эквивалентного тела, уравнение поверхности которого

$$r = b_0(x) + \sum_{n=1}^{N} b_n(x) \cos n\varphi$$

При этом линейные аэродинамические характеристики тела будут зависеть только от коэффициентов Фурье b_0 или от b_0 и b_1, нелинейные аэродинамические характеристики с индексом $\alpha\alpha$ зависят только от коэффициента b_0, с индексом $\alpha\varepsilon$ — от коэффициентов b_0 и b_1 или b_0 и b_2, с индексом $\varepsilon\varepsilon$ — в основном от коэффициентов b_0, b_1 и b_2.

Полученная структура аэродинамических коэффициентов позволяет проводить сравнительный анализ аэродинамических свойств асимметричных тел с различной формой поперечных сечений с использованием аппарата рядов Фурье.

Для подтверждения полученных теоретических выводов были проведены расчеты аэродинамических характеристик ряда асимметричных тел. Для одного из таких тел (см. фиг. 1) на фиг. 2, 3 приводятся результаты расчетов при числе Маха $M = 20$ и углах $\alpha = 0$ и $\psi = 0$. Зависимости коэффициентов C_x и C_x^α от отношения длины тела к радиусу притупления представлены сплошными линиями, а коэффициентов C_y и C_y^α — пунктирными. Линии *1—3* соответствуют значениям $N = 0$, 1, 2, а линия *4* — $N = \infty$ (исходное тело). Результаты получены при решении трехмерной задачи обтекания асимметричного тела для различных значений числа N методом сеток [3] по программе, позволяющей наряду со значениями аэродинамических коэффициентов определять и значения производных C_x^α, C_y^α, m_z^α.

Представленные результаты подтверждают полученные выводы и показывают, что как значения коэффициентов C_x, C_y, так и значения производных C_x^α, C_y^α зависят в основном только от коэффициентов b_0, b_1 и b_2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Скиба Г. Г., Федотов Б. Н.* Метод расчета аэродинамических коэффициентов некоторых объемных тел с произвольным поперечным сечением // Изв. АН СССР. МЖГ, 1977. № 6. С. 92—98.
2. *Скиба Г. Г., Юров В. М.* Метод определения аэродинамических коэффициентов асимметричных тел с учетом нелинейных факторов влияния формы тела // Изв. АН СССР. МЖГ. 1992. № 2. С. 121—128.
3. *Бабенко К. И., Воскресенский Г. П., Любимов А. Н., Русанов В. В.* Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. М.: Наука, 1964. 505 с.

Москва

Поступила в редакцию
9.VI.1992