

УДК 532.517.2+536.24

© 1993 г. А. П. КУРЯЧИЙ

РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛЕ С ИСПАРЯЮЩЕЙСЯ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ РАДИАЦИОННО-КОНДУКТИВНОГО ПОДВОДА ТЕПЛА СТЕНКОЙ

Изучение течений в плоских каналах, индуцируемых испарением с одной стенки канала под воздействием радиационно-кондуктивного подвода тепла от другой нагретой стенки, представляет интерес, например, при решении задачи оптимизации процессов радиационно-вакуумной сушки [1]. Такого рода течения возникают также в системах радиационно-испарительной тепловой защиты [2]. Скорость испарения является основной характеристикой в упомянутых процессах, а распределение давления может представлять интерес с точки зрения прочностных требований к разрабатываемым конструкциям систем тепловой защиты. В [3] моделировались процессы тепломассопереноса в пароотводящем канале радиационно-испарительной системы тепловой защиты при малых скоростях течения пара. Такой режим течения имел место при достаточно больших значениях давления в канале, что обеспечивалось в [3] наличием участков сужения стенок канала на его концах. В этом случае процессы тепломассопереноса описываются системой обыкновенных дифференциальных уравнений, что существенно упрощает решение задачи. При отсутствии сужения стенок и достаточно низком давлении во внешней среде, в которую происходит истечение пара, перепад давления может стать сравнимым с характерным значением давления в канале. В этом случае течение описывается системой уравнений в частных производных.

В данной работе предложена модель и метод расчета течения в узком плоском канале конечной длины при наличии испарения или сублимации на одной его стенке, обусловленных радиационно-кондуктивным подводом тепла от другой нагретой стенки. Используется приближение Прандтля. Перепад давления между центром и выходным сечением канала порядка характерного значения давления в нем. Рассмотрены докритические и критические режимы истечения пара из канала. Численно исследовано влияние параметров задачи на распределения скорости испарения и давления в канале.

1. Постановка задачи. Рассматривается течение в плоском канале, имеющем длину $2L^*$ и ширину h^* , при условии $h^*/L^* \ll 1$. Вводится прямоугольная система координат с центром, расположенным в середине нижней стенки канала. Ось y^* перпендикулярна стенкам канала, ось x^* направлена вдоль него. Течение обусловлено испарением или сублимацией нижней стенки канала под воздействием теплового потока, поступающего с верхней стенки, имеющей постоянную температуру T_0^* . В процессе испарения ширина канала не меняется. Пар вытекает из канала в окружающую среду, в которой поддерживается постоянное давление p_0^* .

Течение в узких плоских каналах с точностью $(h^*/L^*)^2$ описывается системой уравнений Прандтля [4], в которой градиент давления определяется в процессе решения. В рассматриваемом случае отличие давления пара в каждом сечении канала от давления насыщения p_i^* при температуре нижней стенки T_w^* оценивается по формуле Герца — Кнудсена в предположении о слабом испарении

$$\frac{p_i^* - p^*}{p^*} \sim \frac{\rho_i^* v_w^*}{p^*} (R^* T_w^*)^{1/2} \sim M_0 \frac{h^*}{L^*}, \quad M_0 = \frac{q_0^* L^*}{p^* r_0^* h^*} \left(\frac{R^* T_0^*}{\gamma} \right)^{1/2} \quad (1.1)$$

$$q_0^* = \sigma^* T_0^{*4}$$

Здесь ρ_s^* — плотность насыщенного пара, v_w^* — вертикальная скорость на испаряющейся поверхности, M_0 — характерное число Маха течения, q_0^* — характерное значение теплового потока, σ^* — постоянная Стефана — Больцмана, r_0^* — удельная теплота испарения при $T^* = 0$ К, значение которой получено экстраполяцией зависимости теплоты испарения r^* от температуры, R^* и γ — газовая постоянная и показатель адиабаты пара. Величина характерного давления p^* определена ниже.

Таким образом, при $M_0 \leq 1$ и $h^*/L^* \ll 1$ давление в каждом сечении канала равно давлению насыщения p_s^* при температуре нижней стенки T_w^* с точностью, оценка которой следует из (1.1). Параметры p_s^* и T_w^* связаны уравнением Клайперона — Клаузиуса

$$p_s^*(T_w^*) = p_s^* \exp \left[-\frac{r^*}{R^*} \left(\frac{1}{T_w^*} - \frac{1}{T^*} \right) \right] \quad (1.2)$$

где T_s^* и p_s^* — некоторые начальные значения.

В настоящей работе рассматривается испарение или сублимация воды. Для теплоты испарения или сублимации принимается следующая зависимость от температуры:

$$r^*(T^*) = \begin{cases} r_0^* - (c_l^* - c_p^*) T^*, & T^* > 273 \text{ К} \\ r_0^* + m^* - (c_l^* - c_p^*) T^*, & T^* < 273 \text{ К} \end{cases}$$

$$r_0^* = 3,2 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}, \quad m^* = 3,34 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$$

где m^* — теплота плавления, c_l^* и c_p^* — удельные теплоемкости воды и пара.

Для удобства анализа получаемых результатов и разграничения режимов испарения и сублимации в качестве T_s^* и p_s^* выбраны значения этих параметров в тройной точке воды, т. е. $T_s^* = 273$ К, $p_s^* = 611$ Па. В этом случае значения $p^* < p_s^*$ соответствуют сублимации, а $p^* > p_s^*$ — испарению.

Пар рассматривается как совершенный газ, т. е. используется уравнение состояния

$$\rho^* = \frac{p^*}{R^* T^*} \quad (1.3)$$

Если при представлении уравнений Прандтля в безразмерной форме в качестве характерного продольного размера использовать величину L^* , то в уравнениях появится число Маха, определяемое выражением (1.1). Для проведения расчетов удобно исключить параметр M_0 из уравнений. Это достигается введением эффективной длины канала

$$L_e^* = \frac{r_0^* p_s^* h^*}{q_0^*} (R^* T_0^*)^{-1/2} \quad (1.4)$$

В этом случае одним из параметров рассматриваемой задачи вместо M_0 становится величина $x_L = L^*/L_e^*$, причем, как следует из (1.1) и (1.4), $x_L = \sqrt{\gamma} M_0$. Расчет течения ведется от сечения $x = 0$ до сечения $x = x_L$, результаты расчетов, естественно, зависят от значения x_L .

Вводя безразмерные переменные

$$x = \frac{x^*}{L_e^*}, \quad y = \frac{y^*}{h^*}, \quad V = \frac{\rho^* v^*}{V_0^*}, \quad u = u^* \frac{h^*}{L_e^*} \frac{P^*}{R^* T_0^* V_0^*}$$

$$T = \frac{T^*}{T_0^*}, \quad p = \frac{p^*}{p_0^*}, \quad V_0^* = \frac{\sigma^* T_0^{*4}}{r_0^*}$$

с учетом (1.1)–(1.3) систему уравнений Прандтля и соответствующих граничных условий представим в виде

$$\frac{\rho}{T} u \frac{\partial u}{\partial x} + V \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{dp}{dx} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (1.5)$$

$$\frac{\rho}{T} u \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \left[u \frac{dp}{dx} + \frac{\mu}{\text{Re}} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] = \frac{1}{\text{Re Pr}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

$$V = \int_y^1 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho u}{T} \right) dy$$

$$p = p(T_w) = \exp \left[\gamma \frac{\text{Ko} + m - (c_l - 1) T_w}{\gamma - 1} \left(\frac{1}{T_*} - \frac{1}{T_w} \right) \right] \quad (1.6)$$

$$y = 0: u = 0, \quad [\text{Ko} + m - (c_l - 1) T] V = \frac{\mu}{\text{Re Pr}} \frac{\partial T}{\partial y} + \varepsilon \text{Ko} (1 - T^4) \quad (1.7)$$

$$y = 1: u = 0, \quad T = 1 \quad (1.8)$$

$$\text{Re} = \frac{\sigma^* T_0^{*4} h^*}{r_0^* \mu_0^*}, \quad \text{Pr} = \frac{c_p^* \mu_0^*}{\lambda_0^*}, \quad \text{Ko} = \frac{r_0^*}{c_p^* T_0^*}$$

$$T_* = \frac{T_w^*}{T^*}, \quad m = \frac{m^*}{c_p^* T_0^*} (T_w < T_*); \quad m = 0 (T_w > T_*)$$

Здесь ε — приведенный коэффициент поглощения излучения [5]. В числа Рейнольдса и Прандтля входят μ_0^* и λ_0^* — коэффициенты вязкости и теплопроводности пара при T_0^* . Для безразмерного коэффициента вязкости используется формула

$$\mu(T) = \left(0,0406T - \frac{3,05}{T_0^*} \right) \left(0,0406 - \frac{3,05}{T_0^*} \right)^{-1}$$

При записи второго граничного условия (1.7) используется выражение для радиационного теплового потока между параллельными бесконечными изотермическими пластинами [5]. При этом предполагается, что оптическая толщина слоя пара пренебрежимо мала. Это условие выполняется при достаточно малых значениях давления и ширины канала. Использование указанного выражения для лучистого потока в случае, когда поверхность испарения не является изотермичной, оправданно при $h^*/L^* \ll 1$ и $\Delta T_w^*/(T_0^* - T_w^*) \ll 1$, где $\Delta T_w^* = T_w^*(0) - T_w^*(L^*)$ — перепад температуры на поверхности испарения.

Кроме этого, в условии (1.7) не учитывается перенос тепла вдоль испаряющейся стенки канала. Тем самым предполагается, что $\lambda_w^* \delta_w^* T_w^*/(\delta^* T_0^{*4} L^{*2}) \ll 1$, где δ_w^* — толщина стенки, λ_w^* — коэффициент теплопроводности ее материала.

Для системы параболических уравнений (1.5) помимо граничных условий (1.7)—(1.8) необходимо задать начальные условия. Последние определяются из решения краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, получаемых при разложении искомых функций в окрестности характеристики $x = 0$ с учетом условий симметрии течения. В результате подстановки $u = xU(y)$, $V = V(y)$, $T = T(y)$, $dp/dx = xP \equiv xd^2p/dx^2$ в (1.5), (1.7), (1.8) получаем краевую задачу

$$\frac{p}{T} U^2 + VU' + P = \frac{1}{\text{Re}} (\mu U')'$$

$$VT' = \frac{1}{\text{Re Pr}} (\mu T''), \quad V = \int_y^1 \frac{pU}{T} dy \quad (1.9)$$

$$y = 0: U = 0, \quad [Ko + m - (c_1 - 1) T] V = \frac{\mu}{\text{Re Pr}} T' + \epsilon Ko (1 - T^4)$$

$$y = 1: U = 0, \quad T = 1$$

Здесь штрихом обозначено дифференцирование по переменной y . Значение p определяется выражением (1.6).

Рассматриваемая задача (1.5)—(1.9), хотя и описывается системой уравнений параболического типа, обладает свойством эллиптичности. Физически это связано с тем, что течение в канале зависит от условий в его выходном сечении. Математически эллиптичность проявляется в наличии неизвестной величины P , входящей в (1.9), от значения которой зависят начальные профили скорости и температуры. Значение P должно определяться в результате удовлетворения определенному условию в выходном сечении канала.

Для формулировки этого условия применяется следующая процедура. В выходном сечении $x = x_L$ по рассчитанным профилям скорости $u(x_L, y)$ и температуры $T(x_L, y)$ определяются профили числа Маха $M(y) = u/\sqrt{\gamma T}$, коэффициента скорости $\lambda(y) = M [(\gamma + 1)/(2 + (\gamma - 1) M^2)]^{1/2}$ и температуры торможения $T_t(y) = T(y)/\tau[\lambda(y)]$, где $\tau(\lambda) = 1 - \lambda^2(\gamma - 1)/(\gamma + 1)$. Затем находится приведенная скорость $\langle \lambda \rangle$ одномерного течения, имеющего те же расход, импульс и энергию, что и рассчитанное [6]. Из условия совпадения энергии течений определяется температура торможения и критическая скорость звука одномерного потока

$$\langle T_t \rangle = \int_0^1 Y(\lambda) \sqrt{T_t} dy \left[\int_0^1 \frac{Y(\lambda)}{\sqrt{T_t}} dy \right]^{-1}, \quad Y(\lambda) = \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{1/(\gamma-1)} \frac{\lambda}{\tau(\lambda)}$$

$$\langle a_{cr}^* \rangle = \left(2\gamma R^* T_0^* \frac{\langle T_t \rangle}{\gamma + 1} \right)^{1/2}$$

Условие равенства импульсов двух течений имеет вид

$$\frac{\gamma + 1}{2\gamma} \langle a_{cr}^* \rangle z(\langle \lambda \rangle) Q^* = h^* p^* \int_0^1 j(\lambda) dy, \quad z(\lambda) = \lambda + \frac{1}{\lambda}, \quad j(\lambda) = \frac{1 + \lambda^2}{\tau(\lambda)} \quad (1.10)$$

$$Q^* = p^* \int_0^1 \frac{u^*}{T^*} dy^* \quad (1.11)$$

где Q^* — расход в одномерном течении, равный рассчитанному.

После подстановки (1.11) в (1.10) получаем уравнение для определения приведенной скорости $\langle \lambda \rangle$

$$\langle \lambda \rangle + \frac{1}{\langle \lambda \rangle} = \left(\frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{1}{\langle T \rangle} \right)^{1/2} \int_0^1 j(\lambda) dy \left(\int_0^1 \frac{u}{T} dy \right)^{-1} \quad (1.12)$$

Условие, которому должны удовлетворять параметры рассчитанного течения в выходном сечении канала, формулируется следующим образом. При $\langle \lambda \rangle < 1$ давление равно внешнему: $p(x_L) = p_0 \equiv p_0^*/p_*^*$. Такой режим истечения в дальнейшем называется докритическим. По мере уменьшения внешнего давления величина $\langle \lambda \rangle$ возрастает и достигает значения 1. Принимается предположение о том, что дальнейшее уменьшение давления p_0 не оказывает влияния на параметры течения в канале. Режим течения, при котором $\langle \lambda \rangle = 1$, в дальнейшем называется критическим. Таким образом, условие, накладываемое на параметры течения в выходном сечении канала x_L и служащее для определения входящей в (1.9) величины производной градиента давления в центре канала P , имеет вид

$$p(x_L) = p_0 \quad (\langle \lambda \rangle < 1) \quad \text{или} \quad \langle \lambda \rangle = 1 \quad (p(x_L) \geq p_0) \quad (1.13)$$

где величина $\langle \lambda \rangle$ определяется из уравнения (1.12).

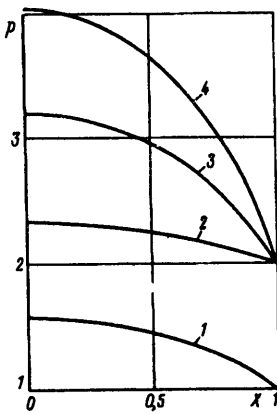
Необходимо отметить, что сформулированная задача (1.5)—(1.9), (1.13) описывает режимы течения, при которых по всей длине канала безразмерное давление либо больше, либо меньше единицы. В первом случае имеет место испарение, во втором — сублимация. В промежуточном случае в канале имеется сечение, в котором $p = 1$. В силу определения входящей в (1.6) величины m в указанном сечении возникает разрыв градиента давления и соответственно температуры нижней стенки. Координата данного сечения определяет положение фронта плавления в материале стенки, который движется со скоростью, пропорциональной скачку градиента температуры. Таким образом, в этом случае процесс является нестационарным и требует специального рассмотрения.

2. Метод решения. Численное решение задачи (1.5)—(1.9) осуществляется неявным методом второго порядка точности [7]. Сходимость итераций, необходимость в которых обусловлена нелинейностью решаемых уравнений и граничных условий, осложняется экспоненциальной зависимостью давления от температуры (1.6). Поэтому для получения решения в каждом сечении канала при фиксированной величине градиента давления второе граничное условие (1.7) заменяется условием $T(x, 0) = T_w$, где T_w — некоторое значение. После достижения сходимости итерационного процесса при решении задачи (1.5)—(1.9) с измененным граничным условием определяются величины V и $\partial T/\partial u$ при $u = 0$. Значение T_w затем находится методом секущих из условия совпадения рассчитанного значения V , являющегося функцией задаваемой величины T_w , с получаемым из уравнения (1.7).

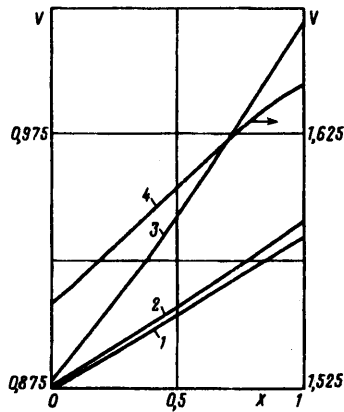
Описанная процедура применяется на каждом шаге «внешнего» итерационного процесса, организуемого в каждом рассматриваемом сечении для определения величины градиента давления $p' \equiv dp/dx$, который, очевидно, зависит от температуры нижней стенки вследствие наличия связи (1.6). Градиент давления находится также методом секущих с использованием функции

$$F(p') = \frac{p_i - p_{i-1}}{\Delta x} - p' \quad (2.1)$$

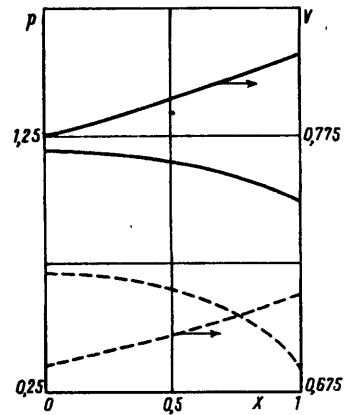
Здесь $p_i = p[T_w(p')]$ — давление в рассматриваемом сечении, получаемое после завершения «внутренних» итераций и являющееся функцией температуры T_w , которая, в свою очередь, зависит от заданной величины градиента давления; p_{i-1} — известное давление в предыдущем сечении, Δx — шаг разностной сетки по координате x . В качестве двух первых значений величины p' , используемых



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

при нахождении методом секущих нуля функции (2.1), берутся xP и значение p' , найденное в предыдущем сечении канала.

При каждом фиксированном значении величины P на основе описанной процедуры проводится расчет до выходного сечения канала x_L . Для нахождения значения P , обеспечивающего выполнение условия (1.13), также применяется метод секущих. При расчете критических режимов течения ищется нуль функции $f(P) = z - 2$, где z — значение правой части уравнения (1.12). Это связано с тем, что в процессе итераций могут получаться значения $z < 2$, при которых приведенная скорость $\langle \lambda \rangle$ является комплексным числом.

3. Результаты расчета. Для иллюстрации изложенного метода решения рассматриваемой задачи проведены расчеты при постоянных значениях параметров $Pr = 1$, $Ko = 2,5$, $m = 0,14Ko$, $T_* = 0,341$ ($T_0^* = 800$ K), $\varepsilon = 0,667$ и различных значениях числа Рейнольдса Re , длины канала x_L и давления внешней среды P_0 .

На фиг. 1, 2 представлены распределения давления и скорости испарения вдоль канала ($X = x/x_L$) для четырех наборов параметров Re , x_L , p_0 : 1, 0,5, 1 (кривые 1); 1,0,5, 2 (2); 1, 1, 2 (3); 0,2, 0,5, 2 (4). Некоторые результаты расчетов вариантов 1—4 приведены в таблице.

При постоянных значениях параметров Re и x_L (фиксированные геометрия канала и температура верхней стенки) увеличение внешнего давления на докритических режимах ведет к уменьшению градиента и перепада давления в канале, что достаточно очевидно. Градиент скорости испарения близок к константе по длине канала. Расход пара в выходном сечении канала, определяемый уравнением

$$Q = p \int_0^1 \frac{u}{T} dy \quad \text{или} \quad Q = \int_0^{x_L} V(x, 0) dx \quad (3.1)$$

при этом возрастает от 0,4522 до 0,4538. Это небольшое увеличение расхода связано с соответствующим возрастанием потока тепла q_w , поступающего на нижнюю стенку, хотя поток тепла, поступающего в канал от верхней стенки, q_s при этом незначительно уменьшается.

Различие между тепловыми потоками на верхней и нижней стенках канала $\Delta q = q_s - q_w$, обусловленное кондуктивным членом в суммарном потоке тепла, весьма заметно (см. выше). Значение величины Δq противоположно для процессов сушки и тепловой защиты. Чем меньше Δq , тем, очевидно, эффективнее сушка.

Вариант	Re	x_L	p_0	P	Q	q_e	q_w	$\Delta q/q_e$	$\langle \lambda \rangle$
1	1	0,5	1	-3,353	0,4522	0,9215	0,7669	0,168	0,3282
2	1	0,5	2	-2,297	0,4538	0,9207	0,7671	0,167	0,1669
3	1	1	2	-1,694	0,9458	0,9904	0,7982	0,194	0,3369
4	0,2	0,5	2	-10,90	0,8019	1,654	1,351	0,183	0,3022

И наоборот, увеличение Δq в системе тепловой защиты ведет к уменьшению расхода охладителя при том же значении поступающего в систему теплового потока, повышая тем самым эффективность теплозащиты. Величина $\Delta q/q_e$ возрастает при увеличении x_L и уменьшении Re.

Возрастание параметра x_L в 2 раза (кривые 3 на фиг. 1, 2) при $Re = \text{const}$, $p_0 = \text{const}$, что можно интерпретировать как соответствующее увеличение длины канала при неизменных ширине и температуре T_0^* , ведет к почти четырехкратному повышению перепада давления в канале, а также к заметному возрастанию скорости испарения и ее градиента вдоль канала. Значение расхода Q , определяемого выражением (3.1), возрастает более чем в 2 раза, достигая 0,9458. Размерный расход пара из канала определяется уравнением $Q^* = Qq_0^*L^*/(r_0^*x_L)$. Для варианта 2 $Q/x_L = 0,9076$. Отсюда следует, что при увеличении длины канала L^* величина Q^* возрастает как L^{*n} , где $n > 1$. Это объясняется увеличением как теплового потока, поступающего в канал от верхней стенки, так и достигающего поверхности испарения. Таким образом, увеличение длины канала при неизменных остальных параметрах ведет к повышению интенсивности испарения.

Из сравнения кривых 2 и 4 видно, что уменьшение числа Re при $x_L = \text{const}$ и $p_0 = \text{const}$, достигаемое, например, в результате пропорционального уменьшения длины и ширины канала при $T_0^* = \text{const}$, ведет к возрастанию градиента давления и скорости испарения, что объясняется увеличением кондуктивной составляющей теплового потока. Градиент скорости испарения dV/dX при этом возрастает незначительно.

Значение $\langle \lambda \rangle$ возрастает при уменьшении числа Re и внешнего давления и увеличении длины канала x_L . Для фиксированной величины x_L (длины канала) значения давления $p(0)$ и $p(x_L)$ при критическом режиме течения возрастают с уменьшением числа Re (ширины канала). Поэтому для каждого x_L существует минимальное число Рейнольдса Re_m , при котором $p(0) = 1$. При $Re \geq Re_m$ возможны режимы сублимации, если давление внешней среды меньше критического значения $p(x_L)$. При $Re < Re_m$ могут иметь место режимы с плавлением материала стенки, а также режимы только испарения.

На фиг. 3 представлены результаты расчета при $Re = 5$ и $x_L = 0,5$ режимов испарения (сплошные кривые) и сублимации (штриховые кривые). В первом случае задавалось значение $p_0 = 1$, во втором рассчитывался критический режим течения. Для критического режима получено $p(x_L) = 0,3441$. Расход пара Q при испарении равен 0,3950, при сублимации — 0,3491. Таким образом, переход от испарения к сублимации, достигаемый в результате уменьшения внешнего давления при неизменной геометрии канала и температуре греющей поверхности, приводит к уменьшению скорости сушки материала.

В заключение отметим, что для контроля точности вычислений использовалось условие равенства выражений для расхода пара (3.1). В проведенных расчетах различие значений Q , полученных на основе выражений (3.1), не превышало 0,15%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Новиков П. А., Маленко Г. Л., Любин Л. Я.* Исследование распределения давления между параллельными пластинами при молекулярно-вязкостном режиме течения пара в процессе сублимации льда // Инж.-физ. журн. 1974. Т. 26. № 1. С. 58—63.
2. *Bridges J. H., Richmond F. D.* Design considerations for a re-entry vehicle thermal protection system // Technol. Lunar Exploration. N. Y.; L.: Acad. Press, 1963. P. 761—782.
3. *Курячий А. П.* Тепломассоперенос в плоском канале системы тепловой защиты радиационно-испарительного типа при течении пара с малыми скоростями // Изв. АН СССР. МЖГ. 1992. № 6. С. 22—28.
4. *Williams J. C.* Viscous compressible and incompressible flow in slender channels // AIAA Journal. 1963. V. 1. № 1. P. 186—195.
5. *Бай Ши.* Динамика излучающего газа. М.: Мир, 1968. 323 с.
6. *Абрамович Г. Н.* Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1969. 824 с.
7. *Денисенко О. В., Провоторов В. П.* Исследование течений вязкого газа при умеренных числах Рейнольдса // Тр. ЦАГИ. 1985. Вып. 2269. С. 111—127.

Москва

Поступила в редакцию
1.IV.1992