

УДК 533.6.011.8

© 1993 г. Ю. В. ГЛАЗКОВ, Г. А. ТИРСКИЙ, В. Г. ЩЕРБАК

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ХИМИЧЕСКИ
И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИ НЕРАВНОВЕСНЫХ ТЕЧЕНИЙ
ПРИ МАЛЫХ И УМЕРЕННЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

При исследовании течений разреженного газа возникает вопрос о пределах применимости модели сплошной среды. В задачах гиперзвукового обтекания отклонение от модели сплошной среды, выражющееся в нарушении линейной связи между потоками и силами с ростом числа Кнудсена, проявляется прежде всего около обтекаемой поверхности и в области структуры головной ударной волны, толщина которой пропорциональна числу Кнудсена. Так как уравнения гидродинамики являются асимптотическим пределом решений уравнений Больцмана при числе Кнудсена стремящегося к нулю, то естественно при отсутствии надежных экспериментальных данных провести сравнение решений уравнений Навье — Стокса при малых числах Рейнольдса с решением уравнений Больцмана.

В [1] решение получено в рамках локально-автомодельного приближения уравнений Навье — Стокса и установлено, что течение около тела характеризуется отсутствием равновесия между поступательными и колебательными степенями свободы. При этом предполагалось, что все колебательные температуры молекулярных компонентов совпадают между собой.

В данной работе в рамках параболизованных уравнений Навье — Стокса получено численное решение двумерной осесимметричной задачи обтекания гиперболоида вращения, моделирующего линию растекания корабля многоразового использования в диапазоне высот от 85 до 110 км. Используется метод итераций по градиенту давления, предложенный ранее в [2] для течений однородного газа.

Рассмотрена также модель с разными колебательными температурами молекулярных компонентов. При этом в постановке задачи в отличие, например, от [3] учитывается и обратное влияние химических реакций на колебательную релаксацию. В граничных условиях скольжения учитывается скачок колебательной энергии на поверхности тела. Расчеты сравниваются с результатами прямого статистического моделирования методом Монте-Карло [4], полученными для тех же условий. Для течений химически реагирующего газа такое сравнение проводилось ранее без учетов эффектов колебательной релаксации [4, 5].

Рассмотрим стационарное сверхзвуковое обтекание гладкого затупленного тела потоком вязкой, химически и термодинамически неравновесной смеси газов. Будем исходить из модели параболизованных уравнений Навье — Стокса, являющихся асимптотической формой уравнений Навье — Стокса при удержании членов порядка $O(1)$ и $O(Re_\infty^{-1/2})$ [6]. В системе координат, связанной с поверхностью обтекаемого тела (координата x отсчитывается вдоль поверхности, y — по нормали к ней), уравнения имеют вид [7]

$$\frac{\partial}{\partial x} (r^* \rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\sqrt{g} \rho v) = 0 \quad (1)$$

$$\rho Du + \rho \frac{\kappa}{H_1} uv + \frac{1}{H_1} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial y} (\sqrt{g} \tau_{xy}) + \frac{\kappa}{H_1} \tau_{xy} \quad (2)$$

$$\rho Dv - \rho \frac{\kappa}{H_1} u^2 + \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{4}{3} \frac{1}{\sqrt{g} \operatorname{Re}_\infty} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \sqrt{g} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu c_p \sqrt{g}}{\operatorname{Pr} \operatorname{Re}_\infty} \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\rho \sqrt{g}}{\operatorname{Re}_\infty} \sum_{k=M}^N (c_k D_k \frac{\partial}{\partial y} e_k^*) \right) &= \rho c_p DT - Dp - \\ - \frac{\mu}{\operatorname{Re}_\infty} \left[H_1^2 \left(\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u}{H_1} \right) \right)^2 + \frac{4}{3} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \sum_{l=1}^N h_l \dot{w}_l + \left(\sum_{l=1}^N c_{pl} I_l \right) \frac{\partial T}{\partial y} - \\ - \rho \sum_{k=M}^N (c_k D e_k^*) - \sum_{k=M}^N \dot{w}_k e_k^* - \sum_{k=M}^N \left(I_k \frac{\partial}{\partial y} e_k^* \right) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho \sqrt{g}}{\operatorname{Re}_\infty} D_k \frac{\partial}{\partial y} E_k - \sqrt{g} E_k J_k \right) = \rho DE_k - \rho Q_k^{VT} - \rho Q_k^{VV} - \rho Q_k^R, \quad k = M \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho \sqrt{g}}{\operatorname{Re}_\infty} \left(\sum_{k=M}^N c_k D_k e_k' \right) \frac{\partial}{\partial y} T_V \right) &= \rho \left(\sum_{k=M}^N c_k e_k' \right) DT_V + \\ + \left(\sum_{k=M}^N I_k e_k' \right) \frac{\partial}{\partial y} T_V + \sum_{k=M}^N \dot{w}_k e_k - \rho \sum_{k=M}^N Q_k^{VT} - \rho \sum_{k=M}^N Q_k^R \end{aligned} \quad (6)$$

$$\rho D c_i + \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial y} (\sqrt{g} I_i) = \dot{w}_i, \quad i = 1, \dots, N - N_I \quad (7)$$

$$\rho D c_j^* + \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial y} (\sqrt{g} I_j^*) = 0, \quad j = 1, \dots, N_I - 1 \quad (8)$$

$$\frac{\mu}{\operatorname{Re}_\infty} \frac{\partial}{\partial y} (m c_i) = \sum_{j=1}^N \left(\frac{m^2}{m_j} S_{ij} (c_j I_j - c_i I_i) \right) \quad (9)$$

$$p = R_G \frac{\rho}{m} T \quad (10)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\mu}{\operatorname{Re}_\infty} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\kappa}{H_1} u \right), \quad D = \frac{u}{H_1} \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}, \quad \operatorname{Re}_\infty = \frac{\rho_\infty V_\infty R_0}{\mu_\infty}$$

$$D_k = \frac{\mu}{\rho} \left(\sum_{l=1}^N x_l S_{lk} \right)^{-1}, \quad S_k = \frac{\mu}{\rho D_k}, \quad \sqrt{g} = r'' H_1, \quad H_1 = 1 + xy, \quad r = r_w + y \cos \alpha$$

$$e_k^* = e_k^\circ - e_k, \quad e_k^\circ = \frac{R_G}{m_k} \frac{\theta_k}{\exp(\theta_k/T) - 1}, \quad e_k = \frac{R_G}{m_k} \frac{\theta_k}{\exp(\theta_k/T_{vk}) - 1}$$

$$e_k' = \frac{\partial e_k}{\partial T_V}, \quad E_k = c_k e_k, \quad J_k = \frac{m}{S_k} \left[\sum_{l=1}^N \frac{S_{kl} I_l}{m_l} - \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^N \left(\frac{S_{jk}}{m_l} (c_l I_l - c_k I_k) \right) \right]$$

Здесь $V_\infty u$, $V_\infty v$ — физические компоненты вектора скорости по направлениям x и y соответственно; α , r_w , κ — соответственно угол между касательной к телу и осью симметрии, расстояние от контура тела до оси симметрии и кривизна контура тела; $T_0 T$, $\rho_\infty \rho$, $\rho_\infty V_\infty^2 p$, $c_{p\infty} T_0 h$ — поступательная температура, плотность, давление и энталпия смеси газов, состоящей из N химических компонентов ($T_0 = V_\infty^2 / c_{p\infty}$); $c_{p\infty} c_p^\circ$, $\mu_\infty \mu$, Pr , m — удельная теплоемкость, коэффициент вязкости, число Прандтля и молекулярная масса смеси; c_i , x_i , m_i , $c_{p\infty} T_0 h_i$, $c_{p\infty} c_{pi}^\circ$,

$\rho_\infty V_\infty I_i$, $\rho_\infty V_\infty \dot{w}_i / R_0$ — массовая и молярная концентрации, молекулярная масса, энталпия, теплоемкость, физическая компонента вектора диффузионного потока по нормали и скорость образования массы i -го компонента соответственно; $T_0 T_{vk}$, $c_{\rho\infty} T_0 e_k$, $T_0 \theta_k$ — колебательная температура, удельная колебательная энергия и характеристическая температура k -й молекулярной компоненты; $c_{\rho\infty} T_0 \times V_\infty Q_k / R_0$ — источниковые члены; S_{ij} — бинарные числа Шмидта; $c_{\rho\infty} R_G$ — универсальная газовая постоянная; V_∞ — модуль вектора скорости набегающего потока; $k = M$ — означает суммирование только по молекулярным компонентам. Все линейные размеры отнесены к радиусу затупления R_0 , индексы ∞ и w относятся к значениям параметров в набегающем потоке и на поверхности тела.

Уравнение (4) записано в форме, в которой явно выделены члены, связанные с релаксацией колебательных степеней свободы. При приближении к термодинамическому равновесию $e_k^* \rightarrow 0$ добавочные члены исчезают и уравнение притока тепла принимает обычный вид, когда колебательные и поступательные степени свободы находятся в равновесии. Входящие в (4) удельные энталпии и теплоемкости компонент должны вычисляться при условии термодинамического равновесия и они брались из таблиц [8], в которых принимается также равновесное состояние по электронным степеням свободы.

Уравнение (6) представляет результат суммирования уравнений баланса колебательной энергии одного типа молекул (5) в предположении равенства их колебательных температур ($T_v = T_w$).

При задании граничных условий на поверхности непроницаемого тела учитываются эффекты скольжения, скачка температуры и каталитической рекомбинации атомов на стенке [9]

$$\begin{aligned} y = 0, \quad u = \frac{2 - \theta}{\theta} \sqrt{\frac{\pi}{2R_G T}} \left(\sum_{i=1}^N \frac{c_i}{\sqrt{m_i}} \right)^{-1} \frac{\tau_{xy}}{\rho}, \quad v = 0 \\ T = T_w \left(1 + \frac{2-\beta}{A\beta} \sum_{i=1}^N \frac{I_i}{m_i} \right) \left(1 - \frac{2-\beta}{A\beta} \frac{1}{2R_G T} \left[\frac{\mu c_p^\circ}{Re_\infty Pr} \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\rho}{Re_\infty} \sum_{k=M}^N c_k D_k \frac{\partial}{\partial y} e_k^* \right] \right)^{-1} \\ A = \rho \sqrt{\frac{2R_G T}{\pi}} \sum_{i=1}^N c_i m_i^{-3/2} \end{aligned} \quad (11)$$

$$I_i = - \frac{2}{2 - \gamma_i} K_{wi} \sqrt{\frac{T}{T_w}} \rho c_i, \quad K_{wi} = \gamma_i (T_w) \sqrt{\frac{T}{T_w}}$$

Для уравнений (5, 6) предлагаются следующие граничные условия, учитывающие скачок колебательной энергии на поверхности тела:

$$E_k = E_k (T_w) + \frac{2 - \beta_k}{\rho \beta_k} \sqrt{\frac{\pi m_k}{2R_G T}} \left(\frac{\rho D_k}{Re_\infty} \frac{\partial}{\partial y} E_k - E_k J_k \right) \quad (12)$$

Здесь θ — относительное число диффузно отраженных молекул; β , β_i — коэффициенты аккомодации; γ_i — коэффициент каталитической рекомбинации. Тепловой поток определяется из следующего соотношения:

$$q = \frac{\mu c_p^\circ}{Re_\infty Pr} \frac{\partial T}{\partial y} + u \tau_{xy} - \sum_{i=1}^N h_i^\circ I_i + \sum_{k=M}^N e_k^* I_k - \frac{\rho}{Re_\infty} \sum_{k=M}^N \left(c_k D_k \frac{\partial}{\partial y} e_k^* \right)$$

На внешней границе задаются условия, соответствующие параметрам набегающего потока.

В возмущенной области течения предполагается наличие пяти компонент:

N_2 , O_2 , NO , N , O , между которыми протекают реакции диссоциации, рекомбинации и обменные реакции.

Влияние неравновесного возбуждения поступательных и колебательных степеней свободы на реакции диссоциации проявляется в изменении константы скорости диссоциации: $K_D(T, T_{vk}) = K_D(T) V(T, T_{vk})$, где $K_D(T)$ — константа скорости диссоциации при термодинамическом равновесии. Влияние термодинамической неравновесности на скорость реакций рекомбинации и обменных реакций не учитывалось. При задании функции $V(T, T_{vk})$ использовалась модель [10], в которой предполагается, что диссоциация происходит с определенной вероятностью с любого колебательного уровня и не нарушает больцмановского распределения молекул по колебательным уровням. Распределение вероятности предполагается экспоненциальным с одним подгоночным параметром U , имеющим размерность температуры и определяющим степень преимущественной диссоциации с верхних уровней, по сравнению с нижними: $F(v) = \exp[-(T_D - E_v)/U]$, где T_D , E_v — температура диссоциации и энергия уровня в размерности температуры. Тогда в предположении о больцмановском распределении с температурой T_{vk} функция V имеет следующий вид:

$$V(T, T_{vk}) = \frac{Z_k^*(T) Z_k(T_{fk})}{Z_k(T_{vk}) Z_k(-U)}, \quad \frac{1}{T_{fk}} = \frac{1}{T_{vk}} - \frac{1}{T} - \frac{1}{U}$$

где Z_k — статсуммы по колебательным степеням свободы. Для модели обрезанного гармонического осциллятора они выражаются следующим образом:

$$Z_k(T) = \exp\left(-\frac{\theta_k}{2T}\right) \left(1 - \exp\left(-\frac{T_{Dk}}{T}\right)\right) \left(1 - \exp\left(-\frac{\theta_k}{T}\right)\right)^{-1}$$

Обратное влияние химических реакций на колебательную релаксацию учитывалось через источниковые члены Q_k^R . Например, для молекулярной компоненты N_2 он выражается следующим образом:

$$Q_{\text{N}_2}^R = -m_{\text{N}_2} \frac{\rho}{m^2} \left[e_{D\text{N}_2} V(T, T_{v\text{N}_2}) x_{\text{N}_2} \sum_{i=1}^N (K_{ji} x_i) - e_{R\text{N}_2} x_{\text{N}_2}^2 \sum_{i=1}^N (K_{bi} x_i) - e_{\text{N}_2} (K_{j4} x_0 x_{\text{N}_2} - K_{b4} x_{\text{N}_2} x_{\text{NO}}) \right]$$

$$e_{Dk} = e_k(T_{fk}), \quad e_{Rk} = e_k(-U)$$

Здесь K_{ji} и K_{bi} — константы скоростей прямых и обратных реакций с участием N_2 ; e_{Dk} , e_{Rk} — среднее изменение удельной колебательной энергии при единичном акте диссоциации и рекомбинации. Среднее изменение удельной колебательной энергии при единичном акте обменной реакции предлагается взять равным удельной колебательной энергии вновь образующейся молекулы.

Источниковый член Q_k^{VT} записывается в форме Ландау—Теллера, время релаксации VT -обмена вычисляется с поправкой для высоких температур, предложенной в [11]

$$Q_k^{VT} = \frac{E_k(T) - E_k}{\tau_k}, \quad \frac{1}{\tau_k} = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\tau_{ki}^{MW}} + \sigma \langle v_k \rangle n$$

где τ_{ki}^{MW} — время релаксации, рассчитываемое по формуле Милликена — Уайта; $\langle v_k \rangle$ — средняя тепловая скорость молекулы, n — число частиц в единице объема, σ — эффективное поперечное сечение, которое принималось равным 10^{-16} см^2 .

Источниковый член Q_k^{vv} , отвечающий за VV' -обмен, можно записать в следующем виде:

$$Q_k^{vv} = \rho c_k \frac{R_g \theta_k}{m_k} \sum_{i=M} (L_i + 1) L_i \exp(t_i - t_k) - (L_i + 1) L_k$$

$$L_i = (\exp(t_i) - 1)^{-1}, \quad t_i = \frac{\theta_i}{T_{\nu_i}}$$

$$\tau_{ik}^{vv} = (n K_{10}^k)^{-1} + (\sigma \langle v_k \rangle n)^{-1}$$

Скорости констант колебательной дезактивации K_{10}^k вычислялись в соответствии с [12].

Для нахождения численного решения системы уравнений (1)–(10) использовался метод глобальных итераций по градиенту давления, предложенный в [2]. При заданном продольном градиенте давления уравнения интегрируются маршевым методом со вторым порядком аппроксимации по продольной координате и четвертым — по поперечной.

На первой глобальной итерации продольный градиент давления задается из локально-автомодельного приближения системы параболизованных уравнений Навье — Стокса. Решение представляется в виде рядов искомых функций по степеням $\cos \alpha$, $\sin \alpha$ при ограничении первыми членами разложения. Для замыкания задачи в разложении для давления учитывается следующий член [13]. Подставляя разложение в (3) и приравнивая члены при $\cos^2 \alpha$, получим уравнение для определения продольного градиента давления на первой глобальной итерации

$$\frac{\partial}{\partial y} p_2 = - \frac{\partial}{\partial y} p + P \frac{x}{H_1} \frac{u}{\cos \alpha} \left(\frac{u}{\cos \alpha} + \frac{v}{\sin \alpha} \right), \quad \frac{\partial p}{\partial x} = 2p_2 x \cos \alpha \sin \alpha \quad (13)$$

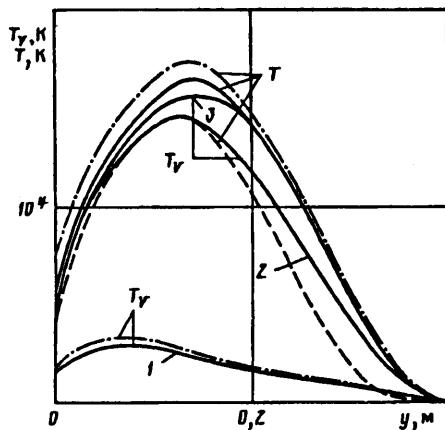
с граничным условием $p_2 \rightarrow 0$ при $y \rightarrow \infty$.

На последующих глобальных итерациях продольный градиент давления вычисляется со вторым порядком аппроксимации по полю давления, полученному на предыдущей глобальной итерации. Вниз по потоку для давления задаются мягкие граничные условия.

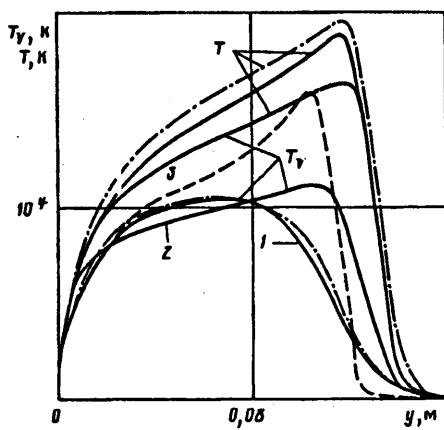
На маршевом проходе решение каждого уравнения находится скалярной прогонкой. После введения функции тока уравнение неразрывности (1) удовлетворяется тождественно. Приведенная функция тока определяется из уравнения (2). Плотность определяется из уравнения (3), давление — из уравнения состояния (10). Для устранения особой точки системы граничное условие $v \rightarrow -\sin \alpha$ переносится на поверхность тела путем однократного интегрирования уравнения (3) от некоторой точки, расположенной в набегающем потоке, до поверхности тела.

Ниже приведены результаты расчетов гиперзвукового обтекания осесимметричного гиперболоида, моделирующего линию растекания корабля многоразового использования в диапазоне высот от 85 до 110 км (Re_∞ от 4700 до 73 соответственно). Радиусы затупления и угол полураствора гиперболоида зависели от угла атаки и в разных точках траектории изменялись в пределах от 1,296 до 1,362 м и от 41 до 42,5°. Температура поверхности и условия в набегающем потоке приведены в [5]. Расчеты сравниваются с результатами прямого статистического моделирования методом Монте-Карло [4], полученными для тех же условий. Поверхность тела предполагалась некаталитической по отношению к реакциям рекомбинации ($K_w = 0$) и идеально каталитической по отношению к релаксации колебательных степеней свободы ($T_{\nu_k} |_{y=0} = T_w$). Константы скоростей реакций соответствовали [14].

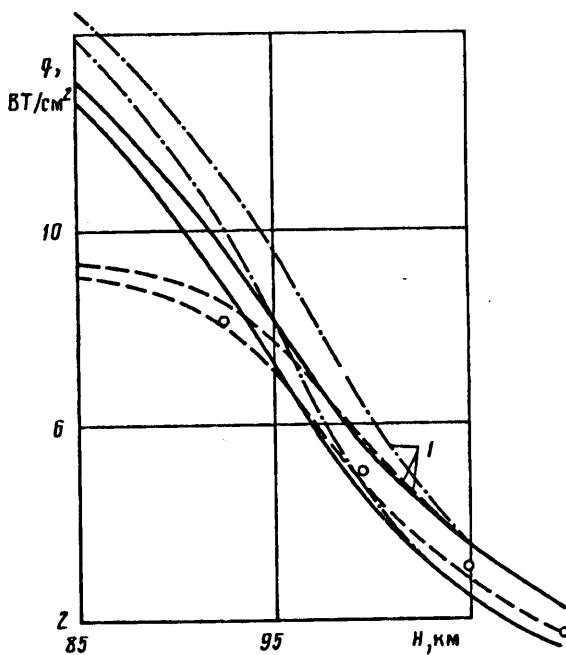
На фиг. 1, 2 представлены профили поступательной и колебательных температур на критической линии при $H = 100$ и 85 км. Здесь и далее сплошные линии соответствуют результатам расчетов модели с разными колебательными температурами молекулярных компонентов (уравнение колебательной релаксации (5)), штрихпунктирные — модели с одной усредненной колебательной температурой (уравнение колебательной релаксации (6)), штриховые — расчетам в пред-



Фиг. 1



Фиг. 2



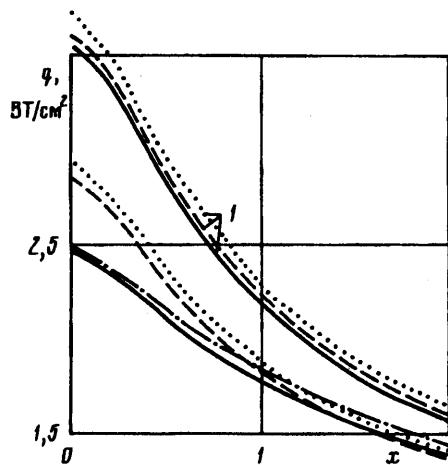
Фиг. 3

положении, что все внутренние степени свободы возбуждены равновесно и колебательные температуры совпадают с поступательной. Линиями 1—3 обозначены колебательные температуры N_2 , O_2 , NO .

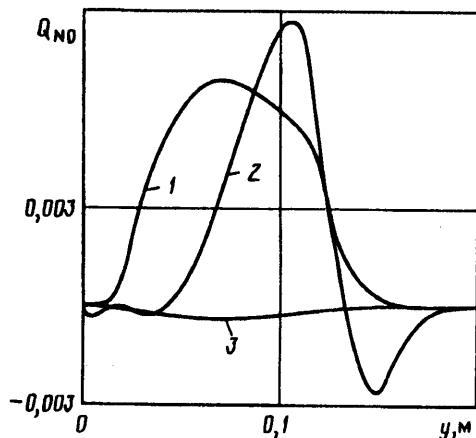
Колебательные температуры молекулярных компонентов значительно различаются между собой. На рассмотренном участке траектории усреднения колебательная температура близка к колебательной температуре азота. Вниз по потоку колебательные температуры окиси азота и кислорода приближаются друг к другу и к температуре активных степеней свободы.

Учет колебательной релаксации приводит к увеличению размеров возмущенной области течения на 10—20% и увеличению максимума поступательной температуры на 2000—3000 К в ударном слое.

Использование граничных условий скольжения приводит к значительному



Фиг. 4



Фиг. 5

повышению максимума температуры в ударном слое (1000 К при $H = 92$ км до 3000 К при $H = 110$ км), а также к различию поступательной и колебательных температур газа у тела (фиг. 1).

Решение задачи в рамках параболизованных уравнений Навье — Стокса предсказывает меньшую толщину возмущенной области течения, чем решение уравнений Больцмана (при $H = 92$ км 25—40%). Наиболее значительно отличается протяженность переднего фронта ударной волны. При решении задачи методом прямого статистического моделирования температура газа в области переднего фронта ударной волны значительно выше (до 4000 К), хотя максимумы температур практически совпадают. Выше также степень диссоциации (в 2—3 раза), что в некоторой мере можно объяснить тем, что в [4] не учитывались столкновения, которые отвечают за реакции рекомбинации.

На фиг. 3 приведены значения теплового потока в критической точке в зависимости от высоты полета. Цифрой 1 обозначены результаты расчетов без учета эффектов скольжения на теле, остальные линии соответствуют расчетам с граничными условиями (11), (12) при $\theta, \beta, \dots = 1$. Точки — решение уравнений Больцмана из [4].

При $H \geq 105$ км и пренебрежении эффектами скольжения тепловые потоки для термодинамически неравновесных и равновесной модели практически совпадают. При использовании граничных условий (11), (12) значения q для термодинамически равновесной модели близки к решениям уравнений Больцмана, тогда как для других моделей они ниже на 10—20 %. Для $H \geq 105$ км различие в значениях теплового потока между моделями с разными и одинаковой колебательной температурой становится существенным.

На фиг. 4 приведены распределения теплового потока вдоль поверхности тела при $H = 105$ км. Пунктиром обозначены результаты расчетов термодинамически равновесной модели в рамках локально-автомодельного приближения уравнений Навье—Стокса (решение на первой глобальной итерации с продольным градиентом давления из уравнения (13)).

Сравнение решений параболизованных уравнений Навье—Стокса и локально-автомодельного приближения показывает, что наиболее существенно изменяется профиль продольного градиента давления. При этом происходит увеличение размеров возмущенной области течения. Увеличивается также степень диссоциации. Значения теплового потока для локально-автомодельного приближения больше (на 20 % при $H = 85$ км). В области малых чисел Рейнольдса величина продольного градиента оказывает небольшое влияние на характеристики течения

по сравнению с остальными членами уравнения количества движения в продольном направлении и проведение глобальных итераций приводит к незначительному изменению решения.

На фиг. 5 показаны профили безразмерных источниковых членов окиси азота при $H = 92$ км. Линиями 1—3 обозначены Q^{vt} , Q^R и Q^{vv} . Как видно, источниковый член Q^R , ответственный за обратное влияние химических реакций на колебательную релаксацию, при развитой диссоциации сравним по величине с членом Q^{vt} Ландау — Теллера. В то же время процессы VV' -обмена в общем балансеказываются значительно слабее.

В литературе при расчетах задач внешнего обтекания в ряде работ члены Q_k^R не учитываются (см., например, [3]). Это при развитой диссоциации приводит к нефизическому превышению колебательной температуры над поступательной внутри ударного слоя. Дело в том, что при образовании или распаде молекул в результате химических реакций колебательная энергия накапливается или уменьшается и пренебрежение эффектом обратного влияния химических реакций на колебательную релаксацию приводит к нарушению баланса колебательной энергии. При расчетах с учетом членов Q_k^R и граничным условием $T_{vk} \mid_{y=0} = T_w$ колебательные температуры не превышают поступательную.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тирский А. Г., Щербак В. Г. Влияние колебательной релаксации при обтекании тел химически неравновесным воздухом с учетом вязкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 1. С. 151—157.
2. Глазков Ю. В., Тирский Г. А., Щербак В. Г. Численный метод решения параболизованных уравнений Навье — Стокса в задачах сверхзвукового обтекания тел // Докл. АН СССР. 1990. Т. 315. № 6. С. 1322—1325.
3. Candler G. V., MacCormack R. W. The computation of hypersonic ionized flows in chemical and thermal nonequilibrium // AIAA Pap. 1988. № 0511. 13 р.
4. Moss J. N., Bird G. A. Direct simulation of transitional flow for hypersonic reentry conditions // AIAA Pap. 1984. № 223. 14 р.
5. Shinn J. L., Simmonds A. L. Comparison of viscous-shock-layer heating analysis with the Shuttle flight data in slip flow regime // AIAA Pap. 1984. № 226. 9 р.
6. Пейгин С. В., Тирский Г. А. Трехмерные задачи сверх- и гиперзвукового обтекания тел потоком вязкого газа // Итоги науки и техники. ВИНТИ. Механика жидкости и газа. 1988. Т. 22. С. 62—177.
7. Тирский Г. А. Полуфеноменологический вывод уравнений гидродинамики смесей многокомпонентных газов с возбужденными внутренними степенями свободы // Механика. Соврем. проблемы. М.: Изд-во МГУ, 1987. С. 79—86.
8. Гуревич Л. В., Вейц И. В., Медведев В. А. и др. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Т. 1. Кн. 2. М.: Наука, 1978. 327 с.
9. Scott C. D. Reacting shock layers with slip and catalitic boundary conditions // AIAA Journal. 1975. V. 13. № 10. Р. 1271—1278.
10. Treanor C. E., Marrone P. V. Chemical relaxation with preferential dissociation from excited vibrational levels // Phys. Fluids. 1963. V. 6. № 9. Р. 1215—1221.
11. Park C. Problems of rate chemistry in the flight regimes of aeroassisted orbital transfer vehicles // AIAA Pap. 1984. № 1730. 11 р.
12. Taylor R. L., Bitterman S. Survey of vibrational relaxation date for processes important in the CO₂ — N₂ laser system // Rev. Mod. Phys. 1969. V. 41. № 1. Р. 26—47.
13. Kao H. C. Hypersonic viscous flow near the stagnation streamline of a blunt body // AIAA Journal. 1964. V. 2. № 11. Р. 1896—1906.
14. Kang S.-W., Dunn M. G. Theoretical and experimental studies of reentry plasmas // NASA CR-2232. 1973. 326 с.