

УДК 532.5.031

© 1993 г. В. И. КЛИМОВИЧ

РАСЧЕТНАЯ ОЦЕНКА ВТОРИЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ В МЕЖЛОПАСТНЫХ КАНАЛАХ ГИДРОМАШИН

В данной работе рассматривается вывод уравнений задачи о расчете дополнительных течений в лопастных системах гидромашин для квазитрехмерного потока. Приводятся результаты расчетов этих течений для радиально-осевой гидротурбины и насосного режима работы насос-турбины.

Рассмотрение квазитрехмерных моделей движения жидкости в проточных частях гидромашин [1—4] основано на предположении об осесимметричности поверхностей тока течения или на эквивалентном предположении о независимости интеграла Бернулли в относительном движении от окружной координаты. Для оценки точности квазитрехмерного расчета и определения вторичных потерь энергии необходимо решать третью краевую задачу теории гидромашин [5—7] о расчете дополнительных (вторичных) течений и определении нормальной к осесимметричным поверхностям тока скорости.

1. Математическая модель. Уравнения, описывающие пространственное установившееся течение идеальной несжимаемой ($\rho = \text{const}$) жидкости в лопастной системе гидромашин, можно написать в виде (см., например, [5])

$$\text{div } W = 0 \quad (1.1)$$

$$W_2 \text{rot}_3 c - W_3 \text{rot}_2 c = \frac{1}{H_1} \frac{\partial I}{\partial q_1} \quad (1.2)$$

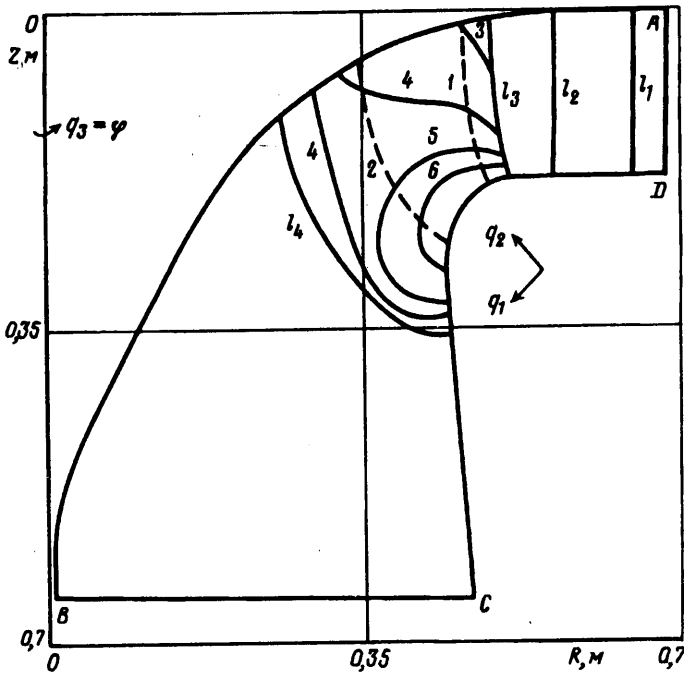
$$W_3 \text{rot}_1 c - W_1 \text{rot}_3 c = \frac{1}{H_2} \frac{\partial I}{\partial q_2} \quad (1.3)$$

$$W_1 \text{rot}_2 c - W_2 \text{rot}_1 c = \frac{1}{H_3} \frac{\partial I}{\partial q_3} \quad (1.4)$$

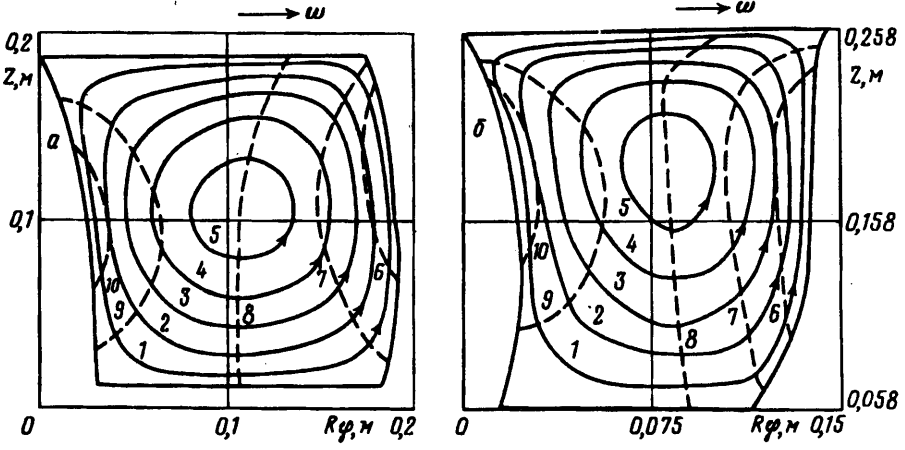
$$I = G - \omega R c_3, \quad G = \frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2}$$

Здесь $H_1, H_2, H_3 = R$ — коэффициенты Ламе, соответствующие криволинейным координатам $q_1, q_2, q_3 = \varphi$ (см. фиг. 1); $W_1, W_2, W_3 = c_3 - \omega R$ — компоненты относительной скорости W , c — вектор абсолютной скорости с проекциями $c_1 = W_1, c_2 = W_2, c_3$; $\text{rot}_1 c, \text{rot}_2 c, \text{rot}_3 c$ — проекции вихря скорости $\text{rot } c$; ω — угловая скорость вращения лопастной системы; I и G — интегралы Бернулли в относительном и абсолютном движениях соответственно; p — давление.

Как известно, уравнения квазитрехмерной модели движения, полученные на основе предположения $c_n = 0$ (n, S — естественная система координат в меридиональной плоскости, координатными линиями которой являются линии тока осредненного течения) и осреднения по окружной координате q_3 уравнений (1.1), (1.3), представляют собой систему уравнений для совместного решения задачи определения осесимметричных поверхностей тока и задачи обтекания решеток



Фиг. 1



Фиг. 2

профилей в слое переменной толщины. Поэтому квазитрехмерное решение для естественной системы координат удовлетворяет уравнениям (1.1), (1.2), (1.4) и осредненному по окружной координате уравнению (1.3). Квазитрехмерное решение для произвольной криволинейной системы координат удовлетворяет уравнениям (1.1), (1.4), осредненному по окружной координате уравнению (1.3), а также линейной комбинации уравнений (1.2) и (1.3), равной сумме уравнений (1.2), умноженному на W_1 , и (1.3), умноженному на W_2 .

Частичная оценка точности квазитрехмерной модели движения, т. е. определение нормальной к осесимметричным поверхностям тока скорости, может быть произведена на основе решения уравнения (1.3) или какой-либо невырожденной

денной линейной комбинации уравнений (1.2)—(1.4), отличной от упомянутой выше.

Отметим, что в рассматриваемых пространственной и квазитрехмерной моделях движения предполагается осреднение всех гидродинамических характеристик потока во времени. Поэтому явления, связанные с нестационарностью из-за взаимодействия неподвижных и вращающихся лопастных систем, в данной работе, как и в [1—7], не рассматриваются.

Возвратимся в уравнениях (1.2)—(1.4) к векторной форме

$$\mathbf{W} \times \text{rot } \mathbf{c} = \text{grad } I \quad (1.5)$$

Умножая (1.5) векторно на \mathbf{W} и проецируя результат на направление q_1 , получим

$$\text{rot}_1 \mathbf{c} = |\mathbf{W}|^{-2} \left[W_1 (\mathbf{W} \cdot \text{rot } \mathbf{c}) + W_3 \frac{1}{H_2} \frac{\partial I}{\partial q_2} - W_2 \frac{1}{H_3} \frac{\partial I}{\partial q_3} \right] \equiv \Omega_1 \quad (1.6)$$

Рассмотрим уравнения (1.1) и (1.6). Предполагая, что правая часть (1.6) определена на основе результатов квазитрехмерного расчета ($\Omega_1 = \Omega_{01}$), и рассматривая, как и в [6], трехмерное течение в виде суммы основного течения со скоростями $c_0(c_{01}, c_{02}, c_{03})$, полученными на основе квазитрехмерной модели движения, и дополнительного течения со скоростями $c'(0, c'_2, c'_3) = c - c_0$, имеем

$$\frac{\partial}{\partial q_2} (H_1 R c'_2) + \frac{\partial}{\partial q_3} (H_1 H_2 c'_3) = 0 \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial R c'_3}{\partial q_2} - \frac{\partial H_2 c'_2}{\partial q_3} = H_2 R \Omega_{01} - \frac{\partial R c_{03}}{\partial q_2} + \frac{\partial H_2 c_{02}}{\partial q_3} \equiv F_0 \quad (1.8)$$

Отметим, что граничные условия для основного (квазитрехмерного) течения удовлетворяют условиям непротекания через ограничивающие поверхности AB и CD (см. фиг. 1) и через поверхность лопасти в относительном движении. Поэтому граничные условия для дополнительного течения в сечении $q_1 = \text{const}$ при отсутствии зазоров между лопастями рабочего колеса и ограничивающими поверхностями (или в пренебрежении ими) имеют вид

$$c'_N \cdot \mathbf{l}_\Gamma = 0 \quad (1.9)$$

Здесь N — нормаль к границе Γ области течения между соседними лопастями в сечении $q_1 = \text{const}$.

Нормальная к осесимметричным поверхностям тока квазитрехмерного течения компонента скорости c_n определяется с помощью решения краевой задачи (1.7)—(1.9) и при учете $c_{0n} = 0$ имеет вид

$$c_n = c'_2 c_{01} (c_{01}^2 + c_{02}^2)^{-1/2} \quad (1.10)$$

Оценка c_n с помощью решения краевой задачи (1.7)—(1.9), вообще говоря, зависит от выбора системы координат q_1, q_2 . Это обстоятельство обусловлено исходной неопределенностью выбора уравнений задачи о расчете дополнительных течений, а также разложения течения на основное и дополнительное. В частном случае возможен выбор естественной системы координат ($q_1 = s, q_2 = n$). Однако в ряде случаев для упрощения численного решения задачи удобнее пользоваться системой координат q_1, q_2 , координатные линии которой $q_1 = \text{const}$ не пересекают кромки лопастной системы, причем, естественно $|c_{01}| \gg |c_{02}|$.

2. Методика численного решения. Определим функцию тока для краевой задачи (1.7)—(1.9), исходя из уравнения неразрывности (1.7)

$$d\psi(q_2, q_3) = H_1 (R c'_2 dq_3 - H_2 c'_3 dq_2) \quad (2.1)$$

Подставляя (2.1) в (1.8), получаем

$$\operatorname{div} \frac{1}{H_1^2} \nabla \psi = - \frac{1}{H_1 H_2 R} F_0 \quad (2.2)$$

Граничные условия для (2.2) в соответствии с (1.9) имеют вид

$$\psi|_{\Gamma} = \operatorname{const} = 0 \quad (2.3)$$

Отображая расчетную область в сечении $q_1 = \operatorname{const}$ на единичный квадрат в плоскости вспомогательных переменных ξ, η и производя конечно-разностную аппроксимацию (2.2) с помощью 9-точечной схемы во всех внутренних узлах регулярной расчетной сетки для переменных ξ, η , получаем систему линейных алгебраических уравнений.

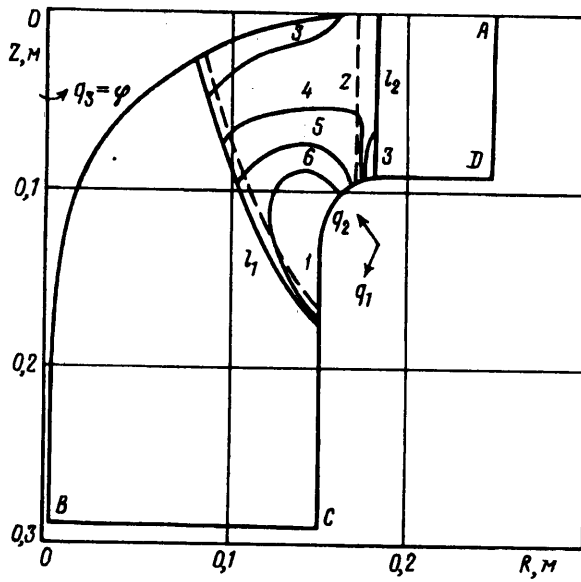
Указанная система линейных алгебраических уравнений с учетом краевого условия (2.3) решалась методом последовательных приближений, при этом правая часть уравнения (2.2) и его конечно-разностного аналога определялась на основе квазитрехмерного расчета течения жидкости в проточной части гидромашины [4]. Затраты машинного времени на ЭВМ ЕС-1066 при расчете дополнительного течения в одном сечении $q_1 = \operatorname{const}$ для расчетной сетки 15×15 не превышали 4—5 с.

3. Результаты расчетов. Расчеты проводились для радиально-осевой гидротурбины, меридиональная проекция проточной части которой изображена на фиг. 1, с направляющим аппаратом У1-24-1 (число лопастей $k = 24$) и рабочим колесом РО-805а ($k = 16$), спроектированным и испытанным на ПО ЛМЗ. Полагалось $Q = 0,58 \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-1}$, $\omega = 7,016 \text{ с}^{-1}$, $H = 1 \text{ м}$, $a_0 = 60 \text{ мм}$, $D_1 = 1 \text{ м}$ (Q — расход, a_0 — открытие направляющего аппарата, D_1 — диаметр рабочего колеса, H — напор). На фиг. 1 линиями l_1, l_2 и l_3, l_4 показаны проекции кромок направляющего аппарата и рабочего колеса соответственно; кривые 3—6 — линии постоянства осредненной меридиональной проекции скорости $\langle c_{0r} \rangle = 1,0, 1,2, 1,4, 1,6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$.

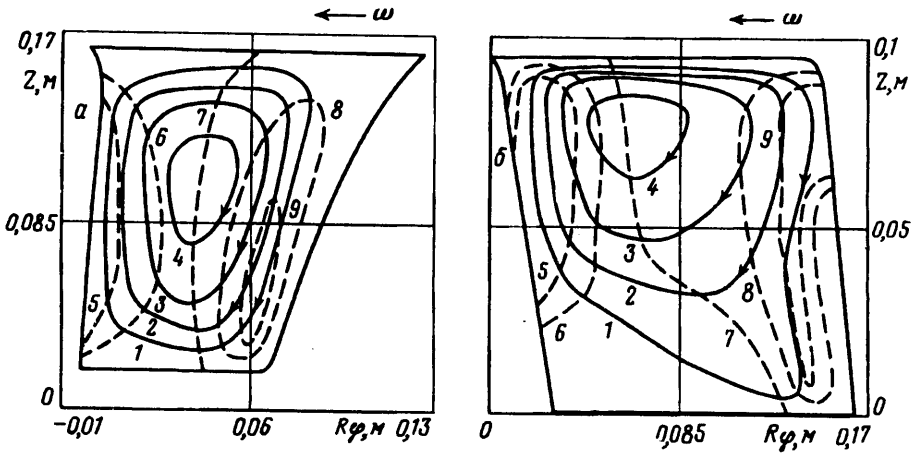
На фиг. 2, а, б показаны результаты расчетов дополнительных течений для рабочего колеса в сечениях 1 и 2 (штриховые линии на фиг. 1) соответственно. На фиг. 2, а кривые 1—5 — линии тока $\psi = \operatorname{const}$ (см. (2.1)) с размерностью $\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, соответствующие значениям $\psi = 0,00096, 0,00287, 0,00478, 0,0067, 0,00861$ (стрелками показано направление течения); кривые 6—10 — линии постоянства компоненты скорости $c_n = -0,2, -0,1, 0, 0,1, 0,2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$. На фиг. 2, б кривые 1—5 — линии тока $\psi = 0,00031, 0,00103, 0,00175, 0,00246, 0,00318$; кривые 6—10 — линии постоянства компоненты скорости $c_n = -0,08, -0,04, 0, 0,04, 0,08 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$. Вторичные потери энергии, равные кинетической энергии дополнительного течения в лопастной системе [5], составили по результатам расчета 0,063% от напора.

Проведены также расчеты для насосного режима работы быстроходной насос-турбины, меридиональная проекция проточной части которой изображена на фиг. 3, с рабочим колесом ОРО-29 ($k = 7$), спроектированным и испытанным в ЛГТУ на модели диаметром $D_1 = 0,362 \text{ м}$. Полагалось $Q = 0,168 \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-1}$, $\omega = 62,83 \text{ с}^{-1}$. На фиг. 3 кривые 3—6 — линии постоянства осредненной меридиональной проекции скорости $\langle c_{0r} \rangle = 1,7, 2,0, 2,3, 2,6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ соответственно.

На фиг. 4, а, б показаны результаты расчетов дополнительных течений для рабочего колеса в сечениях 1 и 2 (штриховые линии на фиг. 3) соответственно. На фиг. 4, а кривые 1—4 — линии тока $\psi = -0,00232, -0,00406, -0,0058, -0,00754$; кривые 5—9 — линии постоянства компоненты скорости $c_n = -0,2, -0,1, 0, 0,1, 0,2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$. На фиг. 4, б кривые 1—4 — линии тока $\psi = -0,00152, -0,00298, -0,00443, -0,00589$; кривые 5—9 — линии постоянства компоненты скорости $c_n = -0,1, -0,05, 0, 0,05, 0,1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$. Вторичные потери энергии



Фиг. 3



Фиг. 4

в лопастной системе рабочего колеса составили, по результатам расчета, 0,097% от теоретического значения напора.

По результатам проведенных расчетов можно сделать следующие выводы. Наибольшие значения компоненты скорости c_n , нормальной к полученным с помощью квазитрехмерного расчета осесимметричным поверхностям тока, наблюдаются вблизи поверхности лопасти. При этом вблизи стороны разрежения значения c_n не превосходят 10% от величины скорости c_{0z} , а вблизи стороны давления — 25% от c_{0z} . При относительно значимых величинах c_n дополнительное течение в сечениях $q_1 = \text{const}$ для проведенных расчетов имеет вихревой характер с направлением вращения «дополнительного вихря» в сторону, противоположную вращению лопастной системы. Вторичные потери механической

энергии в лопастных системах рабочих колес для проведенных расчетов не превышают 0,1% от напора и они пренебрежимо малы по сравнению с профильными, кромочными и вторичными потерями в реальной вязкой жидкости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Хириш, Варзе*. Комбинированная программа расчета квазитрехмерного потока в турбомашинах методом конечных элементов//Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Энергетические машины и установки. 1979. Т. 101. № 1. С. 151—159.
2. *Дженншонс, Стоу*. Система квазитрехмерного проектирования лопаток турбомашин//Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Энергетические машины и установки. 1985. Т. 107. № 2. С. 34—50.
3. *Топаж Г. И.* Расчет интегральных гидравлических показателей гидромашин. Л.: Изд-во ЛГУ, 1989. 205 с.
4. *Климович В.И.* Квазитрехмерный расчет течений жидкости в проточных частях гидромашин//Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 2. С. 69—76.
5. *Степанов Г. Ю.* Гидродинамика решеток турбомашин. М.: Физматгиз, 1962. 512 с.
6. *Викторов Г. В.* Трехмерная задача для решеток лопастей гидромашин//Тр. МЭИ. 1972. Вып. 132. С. 66—79.
7. *Викторов Г. В.* Третья двумерная задача для лопастных систем турбомашин//Тр. МЭИ. 1975. Вып. 259. С. 13—25.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
19.II.1992