

УДК 532.525:532.517.2/4

© 1993 г. В. Г. ЛУЩИК, В. И. СИЗОВ, Л. Е. СТЕРНИН,
А. Е. ЯКУБЕНКО

ПОТЕРИ УДЕЛЬНОГО ИМПУЛЬСА ИЗ-ЗА ТРЕНИЯ И РАССЕЯНИЯ В СОПЛЕ ЖРД С ЗАВЕСНЫМ ОХЛАЖДЕНИЕМ

Задача о построении наилучших профилированных (оптимальных) сопел жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) была поставлена еще в первых работах В. П. Глушко в 1931 г. (см. в [1]).

В начале 50-х годов в практику конструкторских бюро вошла методика профилирования сопел по дугам парабол или окружностей.

Впервые вариационная задача о выборе реактивного сопла, обладающего наименьшими потерями из-за рассеяния, была решена в работах [2—5] в 50-х годах. В [2] решение вариационной задачи было сведено к численному интегрированию системы дифференциальных уравнений. В работе [3] независимо от [2] для газа с постоянным показателем адиабаты получена аналогичная система уравнений и найден путь к ее эффективному аналитическому интегрированию. В [4] то же интегрирование выполнено для обобщенного случая произвольной зависимости давления от плотности. Основной результат работы [4] был повторен в [5]. Сопла, построенные на базе работ [2—5], ниже называются соплами с вариационной характеристикой; они внедрены в разработки ряда КБ и использованы на работающих двигателях. В американской литературе сопла с вариационной характеристикой именуются соплами Рао по имени автора работы [5].

В 50-х годах в НИИТП широко исследовались так называемые укороченные контуры сопел с равномерной характеристикой. Это однопараметрическое семейство контуров по своим тяговым характеристикам близко к соплам, полученным вариационными методами, что объясняется двумя обстоятельствами. Во-первых, для плоских течений решением вариационной задачи является укороченное сопло с равномерной характеристикой. Во-вторых, для осесимметричного случая укороченное сопло с равномерной характеристикой является предельным решением вариационной задачи.

Исследование потерь из-за рассеяния для обоих семейств контуров показало [6], что осесимметричные сопла с вариационной характеристикой лучше укороченных сопел с равномерной характеристикой примерно на 0,1—0,2%. Для коротких сопел это различие, как следует из расчетов, выполненных в НПО Энергомаш (1970 г.), может быть значительно выше.

Следует отметить, что хотя потери из-за рассеяния, связанные с неравномерностью потока в выходном сечении сопла, являются одними из основных составляющих потерь импульса в сопле, но существенны также и потери из-за трения в пограничном слое сопла, которые, как правило, превышают потери из-за рассеяния.

Оптимизация сопел с учетом потерь из-за трения и рассеяния в вариационной постановке является чрезвычайно сложной и трудоемкой задачей. Одной из первых попыток в этом направлении было исследование, выполненное в НПО Энергомаш и ВЦ АН СССР (1971 г.), в котором использован общий метод множителей Лагранжа, предложенный в [7]. В результате проведенных расчетов было получено, что влияние трения на форму оптимального контура весьма слабое.

В исследованиях НИИТП [6] с использованием прямых методов счета, без решения вариационной задачи, показано, что оптимальные контуры, имеющие минимальные потери из-за трения и рассеяния, более выпуклые, чем контуры с вариационной характеристикой.

Отметим, что в упомянутых исследованиях при определении потерь из-за трения использовались зависимости для интегральных характеристик пограничного слоя (в частности, для толщины потери импульса, определяющей потери из-за трения), полученные в [8].

Таким образом, в результате совместной деятельности ряда организаций (НИИТП, НПО Энергомаш, ВЦ АН СССР и др.) к середине 60-х годов определились методы расчета оптимальных

сопел, базирующиеся на использовании двух близких типов сопел — с вариационной характеристикой и укороченных сопел с равномерной характеристикой. Эти методы расчета сопел при течении вязких потоков в настоящее время являются классическими и вошли в монографии и учебники (см., например, [9]).

За период, прошедший со времени создания методик профилирования сопел до настоящего времени, прошло более 30 лет. За это время появились новые методы расчета пограничного слоя, основанные на дифференциальных моделях турбулентности. Поэтому целесообразно заново вернуться к задаче о выборе оптимального контура сопла с учетом современных представлений о потерях импульса из-за трения в пограничном слое сопла, особенно для сопел с большой степенью расширения, когда вклад трения в суммарные потери удельного импульса весьма велик. При этом специальный интерес представляет расчет потерь из-за трения в сопле при наличии завесы, что является предметом рассмотрения настоящей работы.

1. Методика расчета пограничного слоя в сопле. Для расчета течения и теплообмена в сжимаемом турбулентном пограничном слое однородного газа с заданным градиентом давления используются уравнения неразрывности, движения и энергии, которые в приближении пограничного слоя для стационарного осесимметричного случая имеют вид [10]

$$\frac{\partial}{\partial x}(r\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(r\rho v) = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left[r \left(\eta \frac{\partial u}{\partial y} + \rho \tau \right) \right], \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (1.2)$$

$$\rho u \frac{\partial I}{\partial x} + \rho v \frac{\partial I}{\partial y} = u \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left[r \left(\frac{\eta}{Pr} \frac{\partial I}{\partial y} - \rho q_t \right) \right] + \eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (1.3)$$

Здесь x — направление вдоль стенки сопла, y — нормальная координата, отсчитываемая от стенки, r — расстояние от оси симметрии сопла до рассматриваемой точки пограничного слоя ($r = r_w - y \cos \alpha$, где r_w — текущий радиус стенки сопла, α — угол между касательной к стенке и осью симметрии); u и v — компоненты скорости вдоль осей x и y соответственно, I — статическая энтальпия газа, p — статическое давление; ρ — плотность, η — динамическая вязкость газа, Pr — молекулярное число Прандтля; $\rho \tau = -\rho \langle u'v' \rangle$ — турбулентное трение, $\rho q_t = \rho \langle v'I' \rangle$ — турбулентный поток тепла.

При вводе в пограничный слой завесы из газа другого состава, отличного от газа основного потока в сопле, система уравнений (1.1)—(1.3) должна быть дополнена уравнением диффузии, которое для бинарной смеси химически не взаимодействующих газов имеет вид [10]

$$\rho u \frac{\partial c}{\partial x} + \rho v \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left[r \left(\frac{\eta}{Sc} \frac{\partial c}{\partial y} - \rho j_t \right) \right] \quad (1.4)$$

Здесь c — относительная массовая концентрация газа завесы (концентрация газа основного потока равна $1 - c$), $\rho j_t = \rho \langle v'c' \rangle$ — турбулентный поток массы, Sc — молекулярное число Шмидта.

Для определения турбулентных потоков тепла ρq_t и массы ρj_t , входящих в уравнения энергии (1.3) и диффузии (1.4), использованы гипотезы, основанные на введении постоянных по толщине пограничного слоя турбулентных чисел Прандтля и Шмидта ($Pr_t = Sc_t = 0,85$) вида

$$q_t = -\frac{1}{Pr_t} \frac{\tau}{\rho} \frac{\partial I}{\partial y}; \quad j_t = -\frac{1}{Sc_t} \frac{\tau}{\rho} \frac{\partial c}{\partial y} \quad (1.5)$$

Входящие в уравнения (1.1)—(1.4) теплофизические свойства (ρ , η , I) в случае однородной среды должны быть заданы в зависимости от температуры и

давления, а при наличии завесы газа, отличного от основного потока, еще и от концентрации.

Для определения плотности бинарной смеси используется уравнение состояния идеального газа. Динамическая вязкость смеси газов определялась в соответствии с [11]. Значения чисел Pr и Sc принимались постоянными по толщине пограничного слоя, причем полагалось, что $Pr = Sc = 0,7$. Связь между энтальпией I и температурой T среды задавалась в табличном виде.

Входящий в уравнение движения (1.2) градиент давления dp/dx вычислялся по распределению числа Маха $M_w(x)$ вдоль стенки сопла, которое в дозвуковой части сопла определялось по одномерной теории, а в сверхзвуковой — из решения газодинамической задачи о двумерном течении идеального газа в сопле заданной геометрии $r_w(x)$.

Для решения системы уравнений (1.1)—(1.4) во входном сечении сопла ($x = 0$) должны быть заданы профили определяемых функций $u(y)$, $I(y)$. В качестве граничных условий на стенке сопла ($y = 0$) и на внешней границе пограничного слоя ($y = \delta$) используются следующие:

$$u = \rho v = 0; \quad \frac{\partial c}{\partial y} = 0; \quad T = T_w(x) \quad \text{при } y = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial I}{\partial y} = \frac{\partial c}{\partial y} = 0; \quad \text{при } y = \delta$$

Для определения величин τ , q_t и j_t , входящих в уравнения (1.2)—(1.4) и соотношения (1.5), в настоящей работе использована трехпараметрическая модель турбулентности [12], обобщенная на течение с теплообменом [13]. В модели используются уравнения переноса для $\tau = -\langle u'v' \rangle$, энергии турбулентности $E = 0,5 \cdot \sum_i \langle u_i'^2 \rangle$ и параметра $\omega = E/L^2$, имеющего физический смысл завихренности турбулентности и содержащего поперечный интегральный масштаб турбулентности L . Эти уравнения для сжимаемого турбулентного пограничного слоя имеют вид [13]

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial E}{\partial x} + \rho v \frac{\partial E}{\partial y} &= - (c_1 \eta + c_2 \rho \sqrt{E} L) \frac{E}{L^2} + \rho \tau \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left(r D_E \frac{\partial E}{\partial y} \right) \\ \rho u \frac{\partial \tau}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \tau}{\partial y} &= - (c_6 \eta + c_3 \rho \sqrt{E} L) \frac{\tau}{L^2} + \\ &+ c_7 \rho E \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left(r D_\tau \frac{\partial \tau}{\partial y} \right) - D_\tau \frac{\tau}{r^2} \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial \omega}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \omega}{\partial y} &= - 1,4 c_1 \eta \frac{\omega - \omega_0}{L^2} - 2 c_2 \rho \omega^{3/2} + \\ &+ \left[\frac{\tau}{E} + 2 c_4 \operatorname{sign} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \rho \omega \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left(r D_\omega \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) \end{aligned}$$

$$D_\Phi = \alpha_\Phi \rho \sqrt{E} L + \alpha_\Phi \eta \quad (\Phi = E, \tau, \omega); \quad \omega_0 = \left(\frac{\partial E}{\partial y} \right)^2 (2 c_1 E)^{-1}; \quad L = \sqrt{\frac{E}{\omega}}$$

Значения констант следующие [12, 13]: $c = 0,3$; $c_1 = 5\pi/4$; $c_4 = 0,04$; $c_5 = 3c$; $c_6 = 9c_1$; $c_7 = 0,2$; $\alpha_E = \alpha_\omega = 0,06$; $\alpha_\tau = \alpha_E c_3 / c$; $\alpha_E = \alpha_\tau = 1$; $\alpha_\omega = 1,4$.

Граничные условия в расчетах с системой уравнений (1.6)

$$E = \frac{\partial E}{\partial y} = \tau = 0 \quad (y = 0), \quad \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{\partial E}{\partial y} = \tau = 0 \quad (y = \delta)$$

Коэффициент потерь удельного импульса (тяги) двигателя из-за трения в пограничном слое сопла определяется выражением [14]

$$\zeta_f = \frac{2\delta^{**}/r_w}{1 + (\gamma M_1^2)^{-1}} \frac{\rho_a u_a^2}{\rho_1 u_1^2} \cos \alpha \left(1 - \frac{H \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{M_w^2 - 1}} \right) + \frac{2\delta_m^*/r_m}{1 + (\gamma M_1^2)^{-1}} \times$$

$$\times \frac{\rho_a u_a^2}{\rho_1 u_1^2} \left[\frac{\sin \alpha \cos \alpha - (z/r_w) \sin^2 \alpha}{\sqrt{M_w^2 - 1}} - \frac{1 - p_1/p_a}{\gamma M_w^2} \right]$$

Здесь δ^* , δ^{**} — толщины вытеснения и потери импульса в пограничном слое, $H = \delta^*/\delta^{**}$ — формпараметр, γ — показатель адиабаты, M — число Маха, δ_m^* — толщина вытеснения в минимальном сечении сопла радиуса r_m , z — расстояние вдоль оси симметрии от критического сечения до сечения, в котором определяются потери; параметры с индексом e соответствуют условиям на внешней границе пограничного слоя, с индексом w — на стенке сопла, с индексом i определяются по одномерным соотношениям для заданного контура сопла.

Кроме трехпараметрической модели турбулентности для расчетов пограничного слоя в сопле без завесного охлаждения использовалась также интегральная методика [8], базирующаяся на интегральных соотношениях импульса и энергии и зависимостях для коэффициента трения, числа Стантона и формпараметра, полученных путем обработки экспериментальных данных.

Вместо выражения (1.7) в инженерной практике для определения ζ_f часто используется более простое приближенное соотношение, которое имеет вид [6, 9]

$$\zeta_f = \frac{2(\delta^{**}/r_w)_a}{1 + (\gamma M_{1a}^2)^{-1}} \quad (1.8)$$

где индекс a относится к выходному сечению сопла.

Отметим [14], что в предельном случае, когда угол наклона стенки сопла в выходном сечении $\alpha_a \rightarrow 0$, течение в сопле стремится к одномерному ($\rho_a u_a^2 \rightarrow \rho_1 u_1^2$, $p_a \rightarrow p_1$) и зависимость (1.7) переходит в (1.8).

Для входящей в определение ζ_f (1.8) толщины потери импульса δ^{**} на основе приближенного решения интегральных соотношений [8] получена удобная формула, учитывающая влияние градиента давления и температурного фактора $T_w^* = T_w/T_0$, которая имеет вид [9]

$$\left(\frac{\delta^{**}}{r_w} \right)_a = \left(\frac{2}{\gamma - 1} \right)^{0,1} \operatorname{Re}_{w_0}^{-0,5} \left(\frac{0,015}{(T_w^*)^{0,5}} \right)^{4,5} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{wa}^2 \right)^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)} \times$$

$$\times \frac{l^{0,2}}{R_a^2 M_{wa}^{q+1}} \left[\int_0^l R^{5/4} M_1^{1+5/4q} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \right)^{-(1,36\gamma - 0,36)/(\gamma-1)} dl \right]^{4,5} \quad (1.9)$$

$$\operatorname{Re}_{w_0} = \frac{u_m L_c \rho_0}{\eta_w}, \quad q = \frac{18T_w - 2}{7}$$

Здесь l — длина образующей контура сопла, число Рейнольдса Re_{w_0} определено по максимальной скорости истечения газа в пустоту u_m , полной (с учетом дозвуковой части) длине сопла L_c , плотности ρ_0 при температуре торможения газа на входе в сопло T_0 и динамической вязкости η_w при температуре стенки T_w . Здесь и далее размеры сопел отнесены к радиусу критического сечения.

При проведении расчетов потерь удельного импульса из-за трения по интегральной методике [8] использовались две ее модификации.

Согласно первой модификации, толщина потери импульса вычислялась по формуле (1.9) или по другим подобным формулам, а потери удельного импульса из-за трения определялись затем по соотношению (1.8) [6, 9]. Эта модификация

широко применялась в течение 25 лет — со второй половины 50-х годов и до периода, когда появилась вторая, более совершенная модификация интегрального метода.

Во второй модификации непосредственно использовались интегральные соотношения импульса и энергии [8] с уточненным выражением для коэффициента трения, а для расчета потерь удельного импульса из-за трения — выражение (1.7) [14]. К настоящему времени эта модификация интегральной методики хорошо апробирована с привлечением результатов натурных испытаний различных ЖРД и реализована в программе [15].

Потери импульса из-за рассеяния, связанные с неравномерностью параметров в выходном сечении сопла, для газа с постоянным показателем адиабаты γ , равным значению среднего показателя политропы расширения газа в сопле, определяются выражением [6, 9]

$$\zeta_d = \frac{[z(\lambda_a) - 2] - 2P/\rho(1)}{z(\lambda_a)}, \quad P = \int_1^{R_a} \frac{P}{P_0} R dR \quad (1.10)$$

Здесь P — безразмерный интеграл сил давления, спроецированных на ось симметрии сопла, $R = r_w/r_*$ — относительный радиус контура сопла, λ_a — приведенная скорость в выходном сечении сопла, определенная по газодинамической функции $q(\lambda_a) = (R_a)^{-2}$, $z(\lambda_a) = \lambda_a + \lambda_a^{-1}$, $\rho(1) = [2/(\gamma + 1)]^{1/(\gamma-1)}$. Для расчета потерь из-за рассеяния (1.10) использовалась программа [16].

2. Сопла без завесного охлаждения. При проведении численного исследования по оптимизации потерь импульса из-за трения и рассеяния в качестве базового было принято сопло ЖРД со следующими параметрами: длина сверхзвуковой части $L_a = 29$, радиус выходного сечения $R_a = 11$, температурный фактор $T_w^\circ = 0,2$. Указанные параметры варьировались в диапазоне: $L_a = 12-20$ для $R_a = 6, 25-29$ для $R_a = 11$, $T_w^\circ = 0,1-0,9$. Неизменными во всех расчетах оставались контуры дозвуковой части сопла, число Рейнольдса, определенное по радиусу и параметрам потока на входе в сопло $Re = 0,84 \cdot 10^7$, и показатель адиабаты $\gamma = 1,15$.

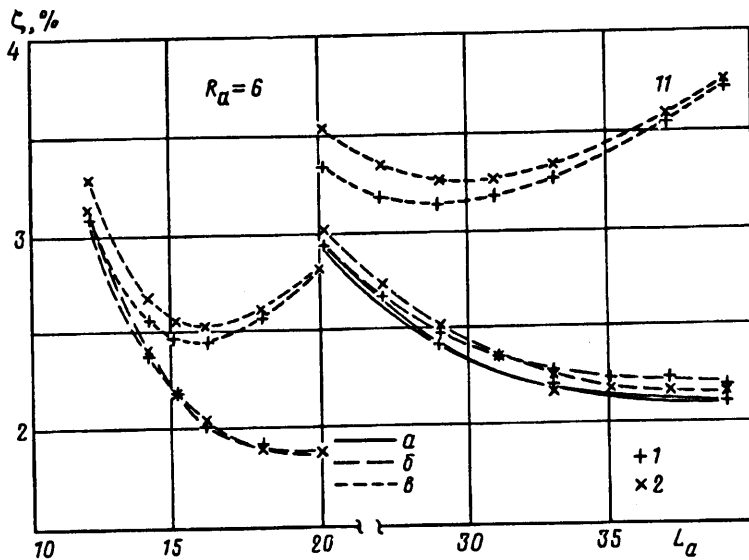
Профили скорости, температуры и характеристик турбулентности на входе в сопло ($x = 0$) были приняты однородными, значения E , τ , ω в расчетах составляли: $E/u_0^2 = 0,001$; $\tau = 0$; $\omega(r_0/u_0)^2 = 0,1$.

Исследование влияния величин R_a и L_a было проведено для двух семейств контуров, широко используемых в инженерной практике проектирования сопел ЖРД: сопел с вариационной характеристикой и укороченных сопел с равномерной характеристикой. Контуры указанных сопел были выполнены по промежуточной линии тока $\psi = 0,95$.

Расчеты подтвердили известные результаты, что сопла с вариационной характеристикой имеют меньшие углы наклона контура в выходном сечении сопла α_a и меньшие потери из-за рассеяния ζ_d по сравнению с укороченными соплами с равномерной характеристикой. Обработка полученных результатов в форме зависимости ζ_d от α_a показала, что для каждого из семейств контуров существует своя зависимость $\zeta_d(\alpha_a)$, на которую хорошо укладываются результаты для разных длин L_a и радиусов R_a .

Расчеты потерь импульса из-за трения ζ_f для обоих семейств контуров гладких (без учета шероховатости) сопел проведены по трем методикам: по трехпараметрической модели турбулентности [13], по первой модификации интегрального метода — по формулам (1.8), (1.9) при $Re_{*0} = 10^8$ согласно рекомендации и [6], и по второй модификации [15] интегрального метода [8]. В расчетах по второй модификации и по трехпараметрической модели турбулентности использовалась уточненная формула для ζ_f (1.7). Кроме того, в обоих случаях пограничный слой рассчитывался от начала дозвуковой части сопла, в то время как при использовании первой модификации расчет пограничного слоя велся от критического сечения.

На фиг. 1 представлена зависимость суммарных (из-за трения ζ_f и рассеяния ζ_d) потерь импульса ($\zeta = \zeta_f + \zeta_d$) от длины сверхзвуковой части сопла L_a для обоих семейств контуров при $T_w^\circ = 0,2$. Результаты, полученные по первой модификации интегрального метода (линии θ), из-за больших



Фиг. 1

значений ζ_g для сопел большого удлинения существенно превышают результаты, полученные по второй модификации (линия б) и по трехпараметрической модели турбулентности (линии а). Кроме того, они имеют минимум при $L_a \approx 16$ для $R_a = 6$ и при $L_a \approx 29$ для $R_a = 11$. Значения ζ , полученные по первой модификации, для вариационных контуров (значки 1) чуть меньше, чем для контуров с равномерной характеристикой (значки 2), в то время как по двум другим методам значения ζ для этих двух семейств контуров близки между собой.

Одной из причин отмеченного различия результатов может быть разный характер зависимости потерь из-за трения ζ_f от температурного фактора T_w° . Определенные по трем методикам расчета зависимости $\zeta_f(T_w^\circ)$ во всем исследованном диапазоне $T_w^\circ = 0,1-0,9$ подтвердили это предположение. Так, зависимость $\zeta_f(T_w^\circ)$, полученная по первой модификации, при $Re_{w0} = 10^8$ лежит выше зависимостей по двум другим методам.

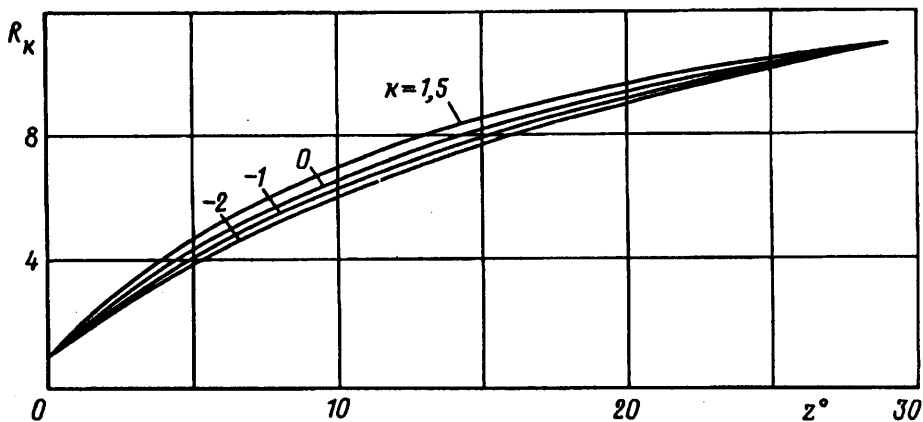
Как видно из фиг. 1, расчеты по трехпараметрической модели турбулентности [13] хорошо согласуются с результатами, полученными по второй модификации [15] интегрального метода [8], как по характеру зависимости потерь удельного импульса от длины сопла, так и по абсолютному уровню потерь.

Для исследования влияния контура сопла на потери импульса из-за трения и рассеяния для базового варианта с $L_a = 29$, $R_a = 11$ и $T_w^\circ = 0,2$ было рассмотрено семейство контуров вида

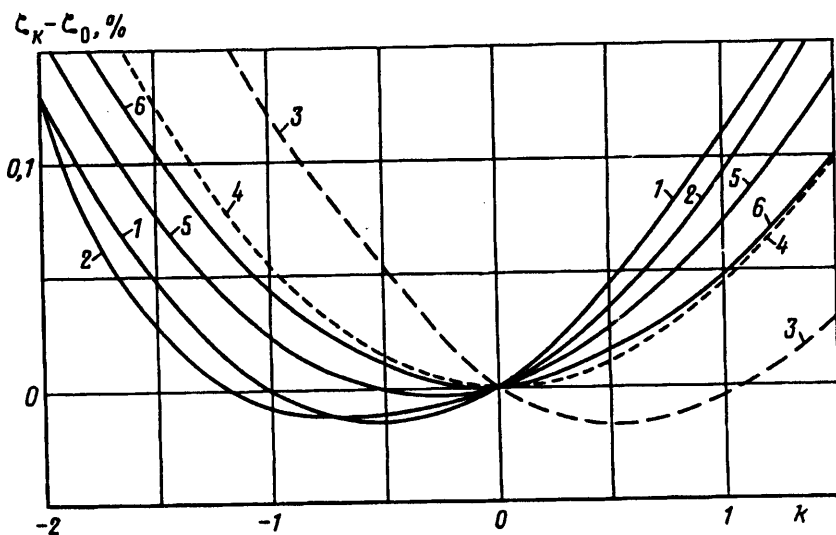
$$R_k(z^\circ) = R_0 + k(R_0 - R_{-1}) \quad (2.1)$$

Здесь k — параметр деформации контура; значение $k = 0$ соответствует соплу с вариационной характеристикой $R_0(z^\circ)$, $k = -1$ — укороченному соплу с равномерной характеристикой $R_{-1}(z^\circ)$. Диапазон изменения параметра деформации контура был принят $k = -2-1,5$. Контуров этого семейства (фиг. 2) при $k = 1,5$ более выпуклы, чем сопла с вариационной характеристикой ($k = 0$), а при $k = -2$ более пологи, чем сопла с равномерной характеристикой ($k = -1$). На фиг. 2 по оси ординат отложен безразмерный радиус контура сопла $R = r_w/r_*$, по оси абсцисс — безразмерная координата $z^\circ = z/r_*$, где z отсчитывается от критического сечения сопла вдоль его оси симметрии.

Результаты расчетов потерь из-за трения и рассеяния для семейства контуров (2.1) представлены на фиг. 3 в виде зависимости от значения параметра деформации k разности потерь импульса ζ_k для контура при соответствующем значении параметра k и вариационного контура, которому отвечает величина ζ_0 . Как видно, минимум потерь из-за трения и рассеяния, рассчитанных по трехпараметрической модели турбулентности (кривая 1) и по второй модификации интегрального метода [15] (кривая 2), соответствует контурам, находящимся в интервале $k = -1-0$ между семейством контуров с равномерной ($k = -1$) и вариационной ($k = 0$) характеристиками. Эти



Фиг. 2



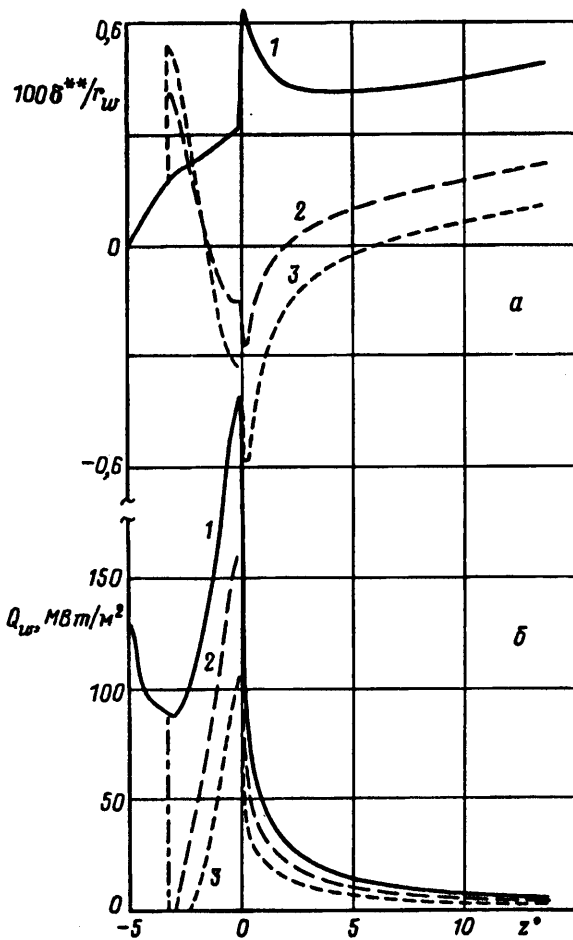
Фиг. 3

результаты отличаются от полученных по первой модификации (кривая 3) и согласующиеся с этим выводом [6] о смещении оптимальных контуров в сторону более выпуклых ($k > 0$) по отношению к вариационному контуру ($k = 0$), по-видимому, не соответствуют действительности. Это связано, как отмечалось выше, с использованной зависимостью потерь из-за трения в формулах (1.8), (1.9) от температурного фактора.

Различие в потерях импульса сопел, оптимальных по трению и рассеянию, и сопел с вариационной характеристикой, т. е. оптимальных только по рассеянию, составляет около 0,01%, что свидетельствует о пологости оптимума суммарных потерь для исследованных сопел большого удлинения.

Сопоставление потерь удельного импульса из-за трения и рассеяния для семейства контуров сопел, представляющих собой интерполяционные между вариационным контуром и контуром с равномерной характеристикой в виде (2.1) и отличающихся лишь параметром k , не полное. Строго говоря, для нахождения контура, оптимального по трению и рассеянию, нужно использовать вариационные методы, например прямые. Однако оценки показывают, что существенного отличия от полученных результатов при использовании прямых вариационных методов не ожидается.

3. Сопла с завесным охлаждением. При проведении численного исследования по оптимизации потерь удельного импульса в сопле с газовой завесой неизменными параметрами были: радиус выходного сечения сопла $R_c = 11$ и температурный



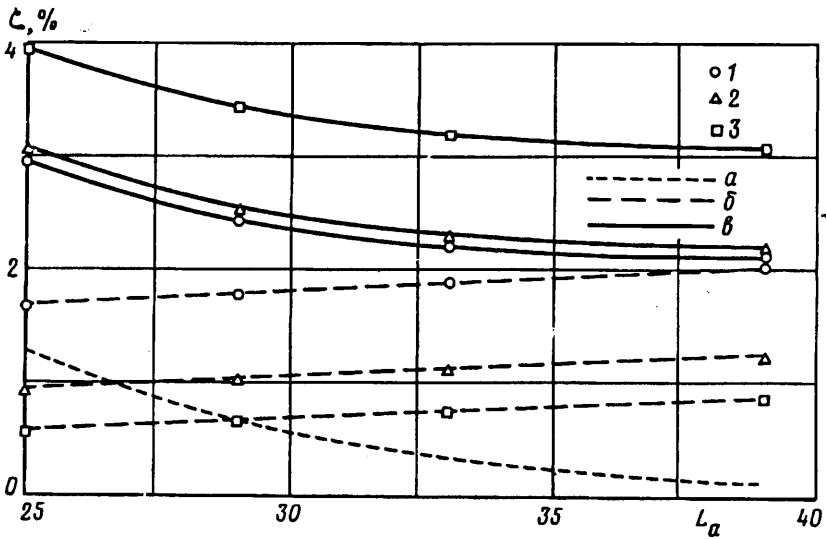
Фиг. 4

фактор $T_w^* = 0,2$. Варьировались относительный расход горючего в завесе, который составлял $g_z = 0,005; 0,01$ суммарного расхода топлива через сопло, длина сверхзвуковой части сопла $L_a = 25-39$ и форма контура сопла.

Расчеты проведены по программе ZAVESA [17] с использованием системы уравнений (1.1)—(1.4), замкнутых при помощи соотношений (1.5) и уравнений переноса для характеристик турбулентности (1.6) трехпараметрической модели [13].

Для пограничного слоя с завесой принимались следующие входные условия по завесе [17]. Сечение ввода завесы располагалось на входе в коническую дозвуковую часть сопла при относительном расстоянии от критического сечения $z_s^* = z_s/r_* \approx -3,3$, высота щели завесы $H_s = h_s/r_* \approx 0,014$, пограничный слой нарастает на цилиндрической части камеры сгорания от $z^* = -5$. Профили скорости и характеристик турбулентности на выходе из щели завесы были заданы соответствующими развитому турбулентному течению в плоской щели. Профили температуры и концентрации приняты однородными по ширине щели завесы и составляли $T_s^* = T_s/T_0 = 0,1$, $c_s = 1$.

Проверка разработанной методики и программы расчета проведена в [17] путем сравнения результатов расчета с экспериментом по завесному охлаждению осесимметричного сопла Лавалея с адиабатической стенкой и будет продолжена по мере появления новых экспериментальных данных.



Фиг. 5

Исследование зависимости характеристик пограничного слоя от расхода в завесу проведено для сопла с вариационным контуром длиной $L_a = 29$. Полученные результаты расчета изменения по длине сопла толщины потери импульса (фиг. 4,а)

$$\delta^{**} = \int_0^{\delta} \frac{r}{r_w} \frac{\rho u}{\rho_a u_a} \left(1 - \frac{u}{u_a} \right) dy \quad (3.1)$$

позволили установить следующее. В закритической части сопла с ростом расхода в завесу g_s , величина δ^{**} уменьшается, что свидетельствует о снижении трения в пограничном слое при вводе завесы. В области критического сечения величина δ^{**} принимает отрицательные значения. Это обусловлено наличием максимума в профиле скорости пограничного слоя, который появляется при ускорении газа завесы в сопле, что в соответствии с (3.1) приводит к отрицательному значению толщины потери импульса.

Отметим, что величина формпараметра $H = \delta^*/\delta^{**}$ в случае завесы, где δ^{**} обращается в ноль (см. фиг. 4,а), терпит разрыв. Это обстоятельство приводит к трудностям при попытках использования интегрального метода расчета, в котором задается зависимость для H .

Изменение по длине сопла теплового потока в стенку $Q_w = -(\lambda \partial T / \partial y)_w$ представлено на фиг. 4,б. Как видно, величина Q_w резко снижается после ввода завесы и в критическом сечении сопла при расходе в завесу $g_s = 0,005$ (линия 2) уменьшается на 30%, а при $g_s = 0,01$ (линия 3) — на 50% по сравнению со случаем отсутствия завесы (линия 1).

Необходимое при выборе оптимального сопла определение потерь удельного импульса из-за трения при наличии завесы требует корректировки, которая состоит в следующем.

В определении коэффициента потерь удельного импульса

$$\zeta = \frac{J_0 - J}{J_0} \quad (3.2)$$

где J — действительный удельный импульс сопла, J_0 — удельный импульс идеального сопла, величина $J_0(K_m)$ определяется по исходному (баковому) соотношению компонентов топлива K_m . В случае, когда часть горючего отбирается на

завесу, величина K_m в ядре потока меняется (K_{ms}), что приводит к изменению удельного импульса идеального сопла $J_{0s}(K_{ms})$. Коэффициент потерь удельного импульса при наличии завесы ζ_s , определенный по величине J_{0s} , будет иметь вид

$$\zeta_s = (J_{0s} - J) / J_{0s} \quad (3.3)$$

Если вернуться к определению потерь удельного импульса относительно идеального сопла при исходном соотношении компонентов $J_0(K_m)$, то связь между величинами ζ (3.2) и ζ_s (3.3) можно представить в виде

$$\zeta = \frac{J_0 - J_{0s}}{J_0} + \frac{J_{0s}}{J_0} \zeta_s \quad (3.4)$$

Таким образом, определенные по соотношению (3.4) потери удельного импульса будут учитывать не только потери из-за трения в пограничном слое при наличии завесы ζ_s , определенные по зависимости (1.7), но и потери импульса из-за изменения соотношения компонентов топлива в ядре потока за счет отбора части расхода горючего на завесное охлаждение.

На фиг. 5 для сопла с вариационным контуром различной длины $L_a = 25-39$ представлено изменение потерь удельного импульса из-за рассеяния (линия *a*), определенных по зависимости (1.10), потерь из-за трения (линии *b*), определенных по зависимости (1.7), и суммарных потерь (линии *в*), определенных с учетом зависимости (3.4). На фиг. 5 представлены результаты как для случая отсутствия завесы (точки 1), так и при наличии завесы с расходом $g_s = 0,005$ (точки 2) и 0,01 (точки 3).

Как видно, несмотря на то что потери импульса из-за трения при наличии завесы существенно уменьшаются (линии *b*), суммарные потери импульса (линии *в*) с ростом расхода в завесу возрастают. Так, при $g_s = 0,005$ возрастание суммарных потерь импульса составляет $\sim 0,1\%$. С ростом длины сопла L_a потери из-за трения возрастают слабо и уменьшение суммарных потерь определяется падением потерь из-за рассеяния, которые при $L_a > 29$ убывают менее интенсивно, чем для коротких сопел.

Результаты проведенного исследования влияния формы контура для семейства (2.1) при $L_a = 29$ на величину суммарных потерь импульса представлены на фиг. 3. Как и при отсутствии завесы (линии 1-3), результаты приведены в виде зависимости от величины параметра деформации контура k в выражении (2.1) разности потерь импульса ζ_k для контура при соответствующем значении параметра k и вариационного контура, которому соответствует величина ζ_0 . Как видно, при наличии завесы (линии 5-6) минимум потерь удельного импульса, как и при отсутствии завесы (линия 1), соответствует контурам, находящимся в узком интервале между семейством контуров с равномерной ($K = -1$) и вариационной ($k = 0$) характеристиками. Однако с ростом расхода в завесу (линии 5, 6) этот минимум уменьшается и приближается к вариационному контуру ($k = 0$). При расходе в завесу $g_s = 0,01$ (линия 6) за счет существенного уменьшения потерь из-за трения, когда потери импульса определяются в основном потерями из-за рассеяния, оптимальный контур практически совпадает с вариационным, имеющим минимальные потери из-за рассеяния (линия 4).

Отметим два ограничения, которые следует иметь в виду при расчете пограничного слоя с завесой по настоящей методике. Первое состоит в том, что завеса полагается газовой, а в случае завесы из жидкого горючего испарение последнего полагается происходящим в сечении ввода завесы в сопло. Второе ограничение связано с величиной расхода в завесу, который, по-видимому, не должен превышать нескольких процентов от суммарного расхода топлива через сопло, чтобы расчетная модель оставалась в рамках приближения пограничного слоя.

4. **Заключение.** Разработанные методика и программа расчета сжимаемого турбулентного пограничного слоя в соплах ракетных двигателей с газовым завесным охлаждением позволяют определять потери удельного импульса из-за трения, тепловые потоки и другие характеристики течения. Расчеты проводятся на основе численного решения уравнений газодинамики в приближении пограничного слоя с использованием трехпараметрической модели турбулентности.

Проведенные расчеты сопел без завесного охлаждения показали, что минимальные потери импульса из-за трения и рассеяния имеют контуры, находящиеся в узком интервале между семействами контуров с равномерной и вариационной характеристиками. В отличие от известных результатов минимум потерь сдвинут относительно сопел с вариационной характеристикой в сторону укороченных сопел с равномерной характеристикой.

Для сопел с завесным охлаждением определена зависимость максимального теплового потока в стенку в критическом сечении сопла от расхода горючего в завесу. Показано, что с ростом расхода в завесу потери из-за трения уменьшаются, а минимум потерь импульса из-за трения и рассеяния смещается в сторону контуров с вариационной характеристикой, имеющих минимальные потери из-за рассеяния. Суммарные потери импульса, учитывающие изменение соотношения компонентов топлива в ядре потока за счет отбора части горючего, подаваемого в завесу, возрастают с увеличением расхода в завесу.

Результаты проведенного численного исследования влияния формы контура и расхода в завесу свидетельствуют о том, что в качестве оптимального для сопел ЖРД должен быть использован контур с вариационной характеристикой, имеющий потери удельного импульса из-за трения и рассеяния, близкие к минимальным.

Авторы благодарят сотрудников НПО Энергомаш Л. П. Верещаку и Л. К. Данилюк за помощь в проведении расчетов, участников семинара Г. А. Любимова за обсуждение полученных результатов и Д. А. Мельникова, У. Г. Пирумова и А. А. Сергиенко за ценные советы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глушко В. П. Путь в ракетной технике. М.: Машиностроение, 1977. 504 с.
2. Guderley K. G., Hantsch E. Beste Formen für achsensymmetrische Überschallschubdüsen//Z. Flugwissenschaften. 1955. В. 3. Н. 9. С. 305—315. (Рус. перев.: Гудерлей К., Хантш Э. Наилучшие формы сверхзвуковых осесимметричных реактивных сопел//Механика (сб. перев.). 1956. № 4. С. 53—69).
3. Шмыглевский Ю. Д. Некоторые вариационные задачи газовой динамики осесимметричных сверхзвуковых течений//ПММ. 1957. Т. 21. Вып. 2. С. 195—206.
4. Стернин Л. Е. Определение оптимальных параметров весомого круглого реактивного сопла с учетом траектории полета//Науч.-техн. бюллетень. 1957. № 6. С. 42—49.
5. Rao G. V. R. Exhaust nozzle contour for optimum thrust//Jet Propulsion. 1958. V. 28. № 6. P. 377—382.
6. Мельников Д. А., Пирумов У. Г., Сергиенко А. А. Сопла реактивных двигателей//Аэромеханика и газовая динамика. М.: Наука, 1976. С. 57—75.
7. Guderley K. G., Armitage J. V. A general method for determination of best supersonic rocket nozzles//Paper Sympos. on External Problems in Aerodynamics. Washington, Dec. 3—4, 1962. (Рус. перев.: Гудерлей К., Армитаидж Дж. Общий метод определения оптимальных сверхзвуковых реактивных сопел//Механика (сб. перев.). 1963. № 6).
8. Авдеевский В. С. Метод расчета пространственного турбулентного пограничного слоя в сжимаемом газе//Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1962. № 4. С. 3—12.
9. Пирумов У. Г., Росляков Г. С. Течение газа в соплах. М.: Изд-во МГУ, 1978. 288 с.
10. Иевлев В. М. Турбулентное движение высокотемпературных сплошных сред. М.: Наука, 1975. 256 с.
11. Голубев И. Ф. Вязкость газов и газовых смесей. М.: Физматгиз, 1959. 375 с.
12. Луцкич В. Г., Павелев А. А., Якубенко А. Е. Трехпараметрическая модель сдвиговой турбулентности//Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 3. С. 13—25.

13. Луцкич В. Г., Павельев А. А., Якубенко А. Е. Трехпараметрическая модель турбулентности: расчет теплообмена//Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 2. С. 40—52.
14. Сергиенко А. А. Газодинамический импульс потока в осесимметричных каналах//Проблемы механики и теплообмена в космической технике. М.: Машиностроение, 1982. С. 136—151.
15. Кузьмина Л. Ф., Никулин Г. З., Соловьева И. К. Расчет трения и теплообмена в соплах при турбулентном пограничном слое — TREN1. Описание программы//ОФАП САПР. Рег. № 1631. 1983.
16. Верещака Л. П. Комплекс программ по расчетам сверхзвуковых сопел. Описание программы//ОФАП САПР. Рег. № 1788. 1983.
17. Ковалев В. И., Луцкич В. Г., Сизов В. И., Якубенко А. Е. Трехпараметрическая модель турбулентности: численное исследование пограничного слоя в сопле с завесным охлаждением//Изв. АН. МЖГ. 1992. № 1. С. 48—57.

Москва

Поступила в редакцию
26.1.1993