

УДК 533.6.011.5:532.526

© 1993 г. Р. К. ТАГИРОВ

О НЕОБХОДИМОСТИ ДОННОГО ТОРЦА ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОЙ КОРМОВОЙ ЧАСТИ ДВУМЕРНОГО ТЕЛА ПРИ НАЛИЧИИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Многие технические устройства (стойки, крыловые профили, лопатки турбомашин, выходные устройства реактивных двигателей и т. д.) содержат кормовые (хвостовые) участки, обтекаемые вязкими потоками. Естественно, что они должны иметь по возможности минимальное сопротивление. Обычно считается, что такие оптимальные кормовые части при достаточных удлинениях не должны содержать донных торцов.

В теоретических работах [1—3] показано, что при относительно малых удлинениях оптимальная кормовая часть двумерного тела в сверхзвуковом потоке невязкого газа может содержать донный торец, за которым поток отрывается. С увеличением длины кормы высота донного торца уменьшается и после достижения некоторой длины она становится равной нулю, т. е. обтекание становится безотрывным.

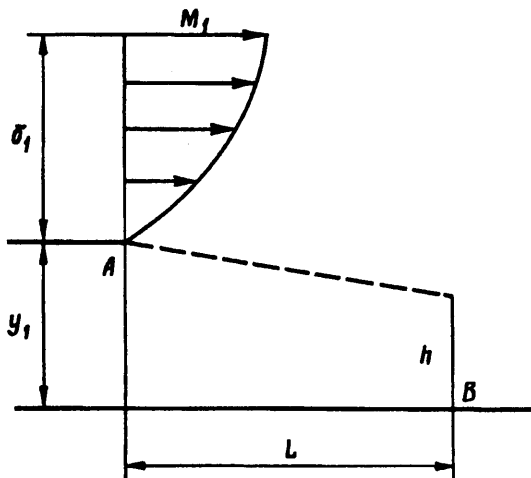
С другой стороны, имеются экспериментальные данные, показывающие, что и при относительно больших удлинениях оптимальная корма содержит донный торец. Насколько известно автору, впервые этот эффект уменьшения сопротивления кормы при введении донного торца был показан В. Т. Ждановым в 1959 г. на основе экспериментального исследования осесимметричной модели выходного устройства воздушно-реактивного двигателя. Для заданной длины выходного устройства производилось изменение контура кормы путем введения донного торца. На основе параметрических исследований была найдена оптимальная высота кольцевого донного торца, обеспечивающего получение минимального сопротивления кормы и, следовательно, максимального значения тяги. Этот эффект получался как при сверхзвуковой, так и при дозвуковой скорости внешнего потока.

Аналогичные данные для осесимметричного выходного устройства при сверхзвуковых скоростях внешнего потока получены в [4], где найдены изменения суммарного сопротивления кормы $C_{X\Sigma} = C_{Xp} + C_{X\delta}$ в зависимости от угла наклона ее стенки. Здесь C_{Xp} — коэффициент сопротивления давления боковой поверхности кормы, $C_{X\delta}$ — коэффициент донного сопротивления. Установлено, что для каждого значения отношения давлений внутреннего и внешнего потоков ($p_c/p_n = 1-15$) имеется оптимальная высота кольцевого донного торца, при которой суммарное сопротивление кормы достигает минимума.

В недавно вышедшей книге [5] приведены необычные на первый взгляд сведения о том, что после укорочения задних (кормовых) участков профилей крыла и киля самолета «Конкорд» путем введения донного торца сопротивление уменьшилось. Это, казалось бы, противоречит представлению, получаемому на основе теории донных течений: поскольку при укорочении профиля крыла угол наклона стенки перед торцом и отношение толщины пограничного слоя к высоте торца δ/h уменьшаются, то из теории следует, что донное давление должно уменьшаться, а сопротивление расти.

Аналогичные результаты получены в [6] на основе экспериментального исследования обтекания дозвуковым и трансзвуковым потоком осесимметричного тела с заостренным задним торцом. Исследования проведены при различных степенях укорочения этого тела путем введения донного торца. Эти результаты также показывают, что введение донного торца до определенного размера не увеличивает суммарного сопротивления тела.

Указанные экспериментальные факты говорят о наличии эффекта, который в [2, 3] не учитывался. В этих работах донное давление за торцом высотой h определялось без учета влияния начального пограничного слоя толщиной δ , что справедливо только для $\delta/h < 1$. Это условие может выполняться при относительно малых удлинениях кормы, когда высота h получается достаточно большой. Однако



Фиг. 1

с увеличением удлинения кормы и с уменьшением h обязательно наступает момент, когда $\delta/h > 1$.

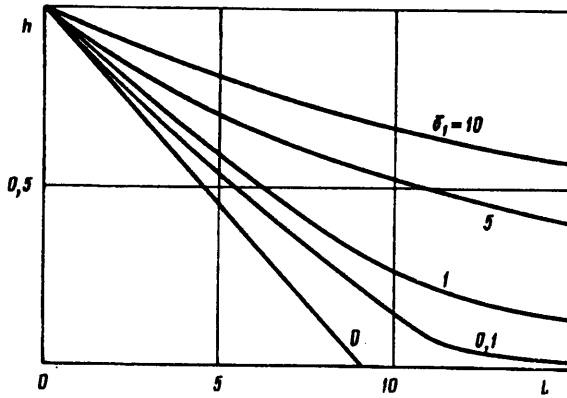
Рассмотрим влияние пограничного слоя на примере кормовой части плоского тела, обтекаемого сверхзвуковым потоком. В отличие от предыдущих работ никаких ограничений на удлинение кормы накладывать не будем.

Итак, пусть заданы поверхности перед и за кормовой частью тела, а также высота $y_1 = 1$ и длина искомой кормы L (фиг. 1). Пусть набегающий на корму сверхзвуковой поток имеет число Маха M_1 , статическое давление p_1 и толщину пограничного слоя δ_1 . Необходимо определить оптимальный контур кормовой части, соединяющий заданные точки A и B и дающий максимальный интеграл сил давления (минимальное сопротивление). На основе [3] предполагаем, что оптимальный контур кормы может быть выбран из семейства прямолинейных отрезков и донного торца высотой h . Донное давление за торцом определяется местным числом Маха и отношением δ/h перед торцом. Однако для облегчения анализа считаем, что оно определяется числом M_1 и толщиной δ_1 , предполагая, что в плоском течении можно перейти от местного числа Маха и δ к M_1 и δ_1 перед кормой.

На основе имеющихся экспериментальных и расчетных данных можно установить, что при заданном M_1 область зависимости безразмерного донного давления p_b/p_1 от δ/h содержит три характерных участка. Первый — область малых значений δ/h . Здесь происходит интенсивный рост донного давления с увеличением δ/h . Второй участок — область умеренных значений δ/h , в которой происходит относительно медленный рост донного давления с увеличением δ/h . Третий участок — область малых значений h/δ , где наблюдается интенсивный рост донного давления практически до единицы ($p_b/p_1 = 1$) при уменьшении h/δ до нуля. Важно отметить, что здесь p_1 — статическое давление набегающего на кормовую часть потока, а не давление потока перед донным торцом p_k . При стремлении h к нулю донное давление будет стремиться к давлению за замыкающим скачком уплотнения, которое приблизительно равно p_1 и больше p_k .

При отсутствии донного торца в конце кормовой части возникает область повышенного давления из-за наличия косога скачка уплотнения. Это давление по пограничному слою передается на некоторое расстояние вверх по потоку. Существование такой области повышенного давления при наличии пограничного слоя и приводит к мысли о необходимости введения донного торца в оптимальную кормовую часть. Подчеркнем, что для установленного условия $p_b > p_k$ при малых h необходимость введения донного торца можно показать на основе результатов [1]. В этой работе получено, что вариация силы, приложенной к корме, может быть записана в виде

$$\delta R = \left[p_k + \left(\frac{\rho_1 v^2}{\sqrt{M^2 - 1}} \right)_k - p_b + \frac{dp_b}{dh} h \right] \delta h$$



Фиг. 2

Условие оптимальности имеет вид $\delta R \leq 0$. Если учесть, что вертикальная составляющая скорости на корме $v < 0$ и высота h мала, то выражение в квадратной скобке оказывается отрицательным. Отсюда следует, что $\delta h > 0$, т. е. оптимальная кормовая часть должна содержать донный торец.

Для получения численных значений оптимальной высоты донного торца проведем аналитическое исследование обтекания плоской кормовой части сверхзвуковым потоком. Предполагаем, что на линию вытеснения вдоль поверхности кормы действует постоянное давление p_k , определяемое поворотом набегающего потока в волне разрежения на угол θ . Считая этот угол небольшим, определяем

$$p_k = p_1 - \frac{p_1}{\beta} \operatorname{tg} \theta, \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{1-h}{L} + \frac{\Delta\delta^*}{L}, \quad \beta = \frac{\sqrt{M_1^2 - 1}}{\gamma M_1^2}$$

Принимаем, что число Рейнольдса большое, поэтому приращением толщины вытеснения можно пренебречь ($\Delta\delta^*/L \approx 0$).

Суммарная сила, действующая на кормовую часть тела, может быть записана в виде

$$R_{\Sigma} = p_k(1-h) + p_b h - R_f$$

где R_f — сила трения. После подстановки значения p_k получаем

$$R_{\Sigma} = (1-h) \left(p_1 - \frac{p_1}{\beta} \frac{1-h}{L} \right) + p_b h - R_f$$

Для определения оптимального значения h найдем производную dR_{Σ}/dh и приравняем ее нулю. С учетом $dR_f/dh \approx 0$ получаем основное уравнение для определения оптимальной высоты донного торца h

$$\frac{2}{\beta} \frac{1-h}{L} + \frac{d}{dh} \left(\frac{p_b}{p_1} \right) h + \frac{p_b}{p_1} - 1 = 0$$

На основе имеющихся данных можно получить аппроксимацию зависимости p_b/p_1 от δ_1/h для каждого M_1 . Для первого и второго участков зависимости p_b/p_1 имеет место аппроксимация

$$\frac{p_b}{p_1} = a_1 \left(\frac{\delta_1}{h} \right)^2 + b_1 \left(\frac{\delta_1}{h} \right) + c_1$$

Для третьего участка

$$\frac{p_b}{p_1} = a_2 \left(\frac{h}{\delta_1} \right)^2 + b_2 \left(\frac{h}{\delta_1} \right) + 1$$

При использовании таких аппроксимаций основное уравнение для h преобразуется в два квадратных уравнения. Их решения дают оптимальные значения h .

Для первого и второго участков решение имеет вид

$$h = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{c_1 - 1}{2} \beta L \right) + \left(\left(1 + \frac{c_1 - 1}{2} \beta L \right)^2 + h_1 \beta L \delta_1 \right)^{0,5} \right]$$

Для третьего участка

$$h = \frac{\delta_1}{3a_2} \left[\left(\frac{1}{\beta} \frac{\delta_1}{L} - b_2 \right) - \left(\left(\frac{1}{\beta} \frac{\delta_1}{L} - b_2 \right)^2 - \frac{6}{\beta} \frac{a_2}{L} \right)^{0,5} \right]$$

Конкретная аппроксимация p_b/p_l для $M_1 = 3$, $\gamma = 1,4$ дает: для первого участка ($\delta_1/h \leq 0,25$)

$a_1 = -2,86$, $b_1 = 1,51$, $c_1 = 0,02$; для второго участка ($\delta_1/h \leq 2$) $a_1 = 0$, $b_1 = 0,08$, $c_1 = 0,2$ и для третьего участка $a_2 = 2,24$, $b_2 = -2,4$.

С использованием полученных формул проведены расчеты оптимальных значений h в зависимости от L для различных δ_1 при $M_1 = 3$, $\gamma = 1,4$ (фиг. 2). Нижняя прямая $h = 1 - 0,11L$ получена для $\delta_1 = 0$ с помощью формулы, соответствующей первому участку. Кривые для $\delta_1 = 0,1$ и 1 получены в результате последовательного использования первой формулы для первого и второго участков. Кривые для $\delta_1 = 5$ и 10 получены с помощью второй формулы для h .

Анализ полученных решений показывает, что при заданном δ_1 увеличение L ведет к уменьшению h . При больших удлинениях ($L \sim 10-15$) оптимальная высота h примерно на порядок меньше δ_1 .

Величина h достигает нуля лишь при $\delta_1 = 0$ и $L \geq 2/(1-c_1)\beta$ (это следует из первой формулы для h) и при $L \rightarrow \infty$ (это следует из второй формулы для h). На практике указанные предельные значения δ_1 и L не достигаются. Отсюда следует, что при наличии пограничного слоя оптимальная кормовая часть всегда содержит донный торец и не нужно стремиться к созданию острой задней кромки между соплом и кормовой частью выходного устройства, на концевом участке стойки и т. д.

Этот вывод справедлив и при обтекании кормовой части дозвуковым потоком, что подтверждают экспериментальные результаты, в частности результаты [6]. Заметим, что попытки оптимизировать кормовую часть, обтекаемую дозвуковым или трансзвуковым потоком, без учета указанного выше фактора, т. е. без учета влияния пограничного слоя, представляются бесперспективными. При таком обтекании кормы с торцом трудно провести строгие исследования. Поэтому были проведены приближенные численные исследования, основанные на аппроксимации границы отрывной зоны плавной кривой [7]. Эти исследования для $M_1 = 0,7$ показали, что действительно имеется оптимальная высота торца осесимметричной кормовой части ($h/y_1 \approx 0,18$), при которой суммарное сопротивление достигает минимума; эта оптимальная высота торца получилась порядка толщины вытеснения пограничного слоя перед точкой отрыва.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Крайко А. Н.* Вариационные задачи сверхзвуковых течений газа с произвольными термодинамическими свойствами. М.: ВЦ АН СССР, 1963. 84 с.
2. *Иванов М. Я.* Об одной вариационной задаче сверхзвуковой газовой динамики//Изв. АН СССР. МЖГ. 1968. № 1. С. 97—100.
3. *Крайко А. Н., Тагиров Р. К.* К построению оптимальной кормовой части плоского тела при сверхзвуковой скорости обтекания//Изв. АН СССР. МЖГ. 1970. № 3. С. 56—62.
4. *Agrell J., White R. A.* An experimental investigation of supersonic axisymmetric flow over boattails containing a centered propulsive jet//FFA-TN-AU-913. 1974. 51 p.
5. *Ganzer U.* Gasdynamic. Berlin: Springer, 1988. 332 p.
6. *Kurn A. G.* Drag measurements on a series afterbodies at transonic speeds showing the effect of sting interference//ARC. С. Р. 1966. № 984. 15 p.
7. *Иванова В. М., Тагиров Р. К.* Расчет трансзвукового обтекания осесимметричных и плоских тел с учетом влияния перфорированной стенки аэродинамической трубы и хвостовой державки//Уч. зап. ЦАГИ. 1978. Т. 9. № 6. С. 28—37.

Москва

Поступила в редакцию
9.IV.1992