

УДК 532.526.74

© 1993 г. Ю. Н. КАРПЕЕВ

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ В СМЕШАННЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЯХ ЭЛЛИпсоИДА, ОБТЕКАЕМОГО С УГЛАМИ АТАКИ

Конечно-разностным методом, описанным в [1, 2], численно исследованы два случая смешанных течений в пространственных пограничных слоях эллипсоида вращения удлинением 6, обтекаемого с углами атаки 10 и 5°. В первом случае имеет место «предписанный» ламинарно-турбулентный переход в узкой области течения, расположенной на расстоянии 20% длины от носовой оконечности; во втором — естественный переход в протяженной области. Эти случаи течения экспериментально изучались в работах [3—5], являющихся в настоящее время наиболее представительными источниками данных для апробирования различных методов расчета пространственного обтекания тел с углами атаки. В частности, данные [3] использовались для сопоставления с результатами численных исследований, проведенных в рамках концепций трехмерных пограничных слоев первого и второго порядков [3, 6, 7], а также в приближении «тонкого» слоя на основе уравнений Рейнольдса [7]. Случай естественного перехода ранее численно не исследовался.

При построении замыкающего уравнения для случаев течения в переходной и турбулентной областях использован принцип суперпозиции вязких и турбулентных напряжений и модель «пути смешения», обобщенная на случай трех измерений.

1. При численном исследовании течения в ламинарной области смешанного пространственного пограничного слоя используются уравнения, приведенные в [2]. Для турбулентного и переходного режимов соответствующие уравнения выводятся из уравнений сохранения количества движения и массы произвольной сплошной среды, записанных в тензорной форме

$$\rho v'_{,s} v^s = \sigma'_{,s}, \quad v'_{,r} = 0 \tag{1.1}$$

Система (1.1) замыкается определяющим уравнением, связывающим компоненты тензоров напряжений и скоростей деформации

$$\begin{aligned} \sigma^{rs} &= -p g^{rs} + 2 (\mu + \rho l^2 \gamma \sqrt{2 \varepsilon_{jk} \varepsilon^{jk}}) \varepsilon^{rs} \\ \varepsilon^{rs} &= 1/2 (g^{rk} v'_{,k} + g^{sk} v'_{,k}) \end{aligned} \tag{1.2}$$

$$l = 0,4 \zeta \left[1 - \exp \left(- \frac{\zeta}{26\nu} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \right) \right] \exp \left(- \frac{\zeta}{0,6\delta} \right)$$

полученным суперпозицией определяющего уравнения Навье — Стокса и формулы Прандтля, обобщенной на случай трех измерений.

В (1.1) и (1.2) фигурируют величины: v' — контравариантные компоненты вектора средней скорости, g^{rs} , σ^{rs} , ε^{rs} — контравариантные компоненты тензоров (метрического, напряжений и скоростей деформации), p — полное давление, включающее пульсационную составляющую; ρ — плотность, μ — динамический коэффициент вязкости, γ — коэффициент перемежаемости ламинарного и турбулентного режимов течения в пограничном слое над данной точкой поверхности, l — путь смешения, ζ — расстояние по нормали к поверхности, τ_0 — модуль вектора касательного напряжения на стенке, δ — толщина пограничного слоя.

В (1.2) нелинейное взаимодействие эффектов молекулярной и турбулентной природы учитывается введением демпфирующего множителя Ван-Дриста.

Уравнения записываются в нормальной системе координат x^1, x^2, x^3 (x^3 — координата по нормали), аналогичной принятой в [2]. Координатными линиями x^1, x^2 криволинейных координат на поверхности являются соответственно линии, соединяющие критические точки эллипсоида и эквипотенциали. Эти семейства линий неортогональны.

После выполнения операций тензорного анализа, перехода к физическим компонентам, проведения упрощений, вытекающих из оценок теории пограничного слоя, исключения давлений с помощью уравнений потенциального обтекания, проведения преобразований, направленных на упрощение граничных условий, и приведения переменных к безразмерному виду система уравнений турбулентного и переходного пространственного пограничного слоя принимает вид

$$P_1 (u_1^2 - 1) + P_2 u_2^2 + P_3 u_1 u_2 + P_4 u_1 u_{1,1} + P_5 (u_2 + \varphi u_1) u_{1,2} + u_3 u_{1,3} = \\ = u_{1,33} (1 + F_1) + u_{2,33} F_2 + F_3 \quad (1.3)$$

$$R_1 (u_1^2 - 1) + R_2 u_2^2 + R_3 u_1 u_2 + R_4 u_1 u_{2,1} + R_5 (u_2 + \varphi u_1) u_{2,2} + u_3 u_{2,3} = \\ = u_{2,33} (1 + G_1) + u_{1,33} G_2 + G_3$$

$$u_{3,3} + S_1 u_1 + S_2 u_2 + S_3 u_{1,1} + S_4 (u_{2,2} + \varphi u_{1,2}) = 0$$

$$u_1 = \frac{u}{u_e}, \quad u_2 = \frac{w}{u_e} - \varphi u_1, \quad u_3 = \frac{v}{u_e} \sqrt{\frac{u_e \alpha}{v}} + \frac{u_1 \alpha}{\sqrt{a_{11}}} \frac{\partial z}{\partial \xi} + \frac{(u_2 + \varphi u_1) \alpha}{\sqrt{a_{22}}} \frac{\partial z}{\partial \eta}$$

$$F_1 = K [2u_{1,3}^2 (1 - \varphi^2) + u_{2,3}^2], \quad F_2 = K u_{1,3} u_{2,3}, \quad F_3 = 2KDT u_{1,3}$$

$$G_1 = K [u_{1,3}^2 (1 - \varphi^2) + 2u_{2,3}^2], \quad G_2 = K u_{1,3} u_{2,3} (1 - \varphi^2), \quad G_3 = 2KDT u_{2,3}$$

$$K = \frac{P \gamma}{\alpha^2 \sqrt{D}} \left(\frac{u_e \alpha}{v} \right)^{3/2}, \quad D = u_{1,3}^2 (1 - \varphi^2) + u_{2,3}^2, \quad \varphi = \frac{w_e}{u_e}$$

$$T = \frac{1}{z} - \frac{1}{0,6\delta} + \frac{N e^{-zN}}{1 - e^{-zN}}, \quad N = \frac{1}{2\delta} \left\{ \frac{u_e \alpha}{v} [(u_{1,3})^2 (1 - \varphi^2) + (u_{2,3})^2] \right\}^{1/4}$$

$$\xi = x^1, \quad \eta = x^2, \quad z = \frac{x^3}{\alpha} \sqrt{\frac{u_e \alpha}{v}}$$

Здесь u, w, v — физические компоненты вектора скорости в пограничном слое, соответствующие базисным векторам нормальной системы координат x^1, x^2, x^3 ; u_e, w_e — физические компоненты вектора скорости потенциального обтекания на поверхности; ξ, η, z — пространственные переменные; $u_{i,j}, u_{i,jk}$ ($i, j, k = 1, 2, 3$) — частные производные u_i первого и второго порядков по пространственным переменным; $a_{\beta\kappa}$ ($\beta, \kappa = 1, 2$) — компоненты матричного тензора на поверхности; P_i, R_i, S_i ($i = 1-5$) — коэффициенты, идентичные приведенным в [2]; α — функция, введенная в [2]. Индексом «градус» в формуле (1.3) отмечены значения производных на стенке.

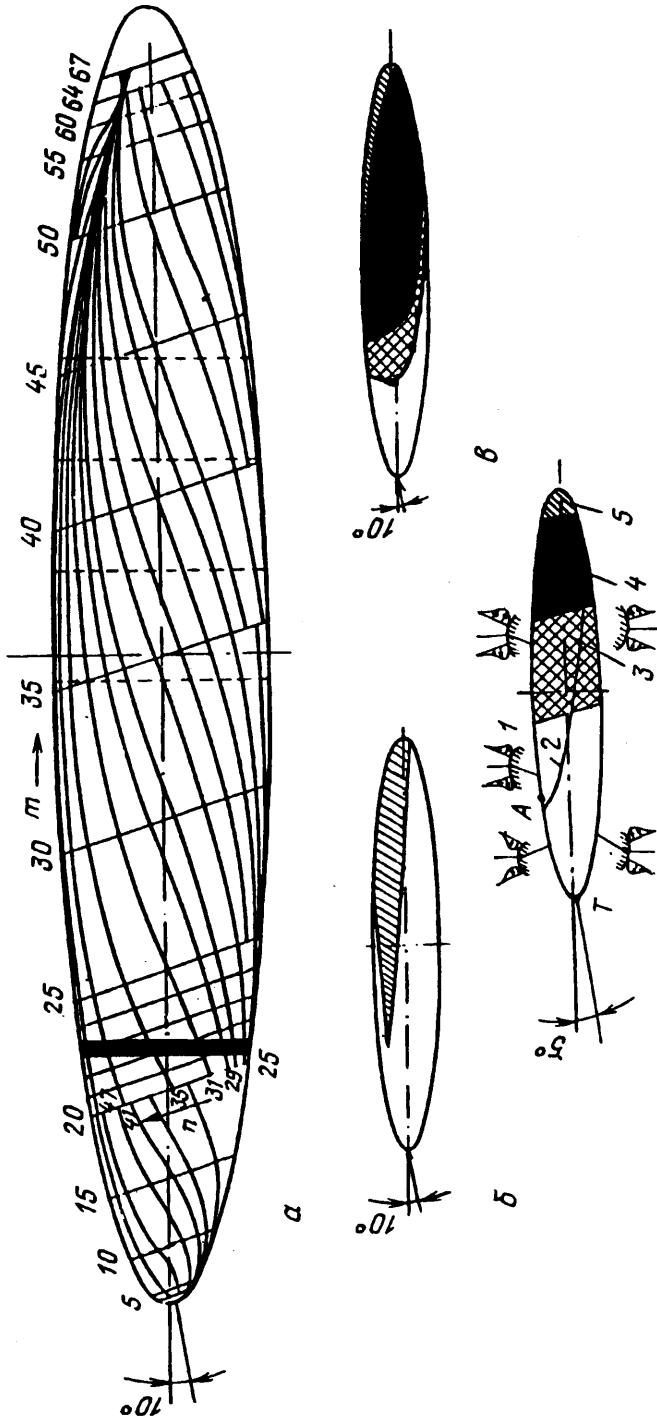
Уравнения (1.3) интегрируются при граничных условиях

$$z = 0: \quad u_1 = u_2 = u_3 = 0 \quad (1.4)$$

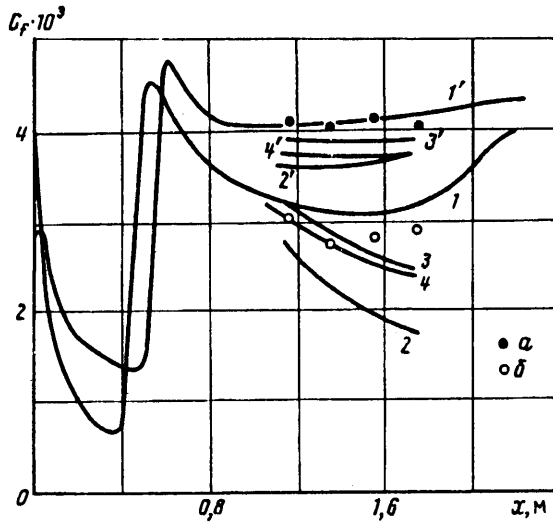
$$z \rightarrow \infty: \quad u_1 \rightarrow 1, \quad u_2 \rightarrow 0$$

Начальные значения переменных u_i определяются из решения уравнений ламинарного пространственного пограничного слоя в окрестности критической точки двоякой кривизны.

Краевая задача (1.3)—(1.4) с указанным начальным условием решается конечно-разностным методом [1, 2]. Его модификация применительно к расчетам турбулентной и переходной областей



Фиг. 1



Фиг. 2

течения в основном свелась к введению в программу соответствующих операторов для расчета правых частей.

С целью обеспечения большего сгущения узлов сетки вблизи стенки уменьшен начальный шаг геометрической прогрессии, описывающей изменение расстояний между узлами по нормали, и на 30—40% увеличено их общее число в сравнении со случаем численного исследования трехмерных ламинарных течений. Это позволило в проведенных расчетах в турбулентных областях течений всюду иметь несколько узлов в пределах зоны ламинарного подслоя.

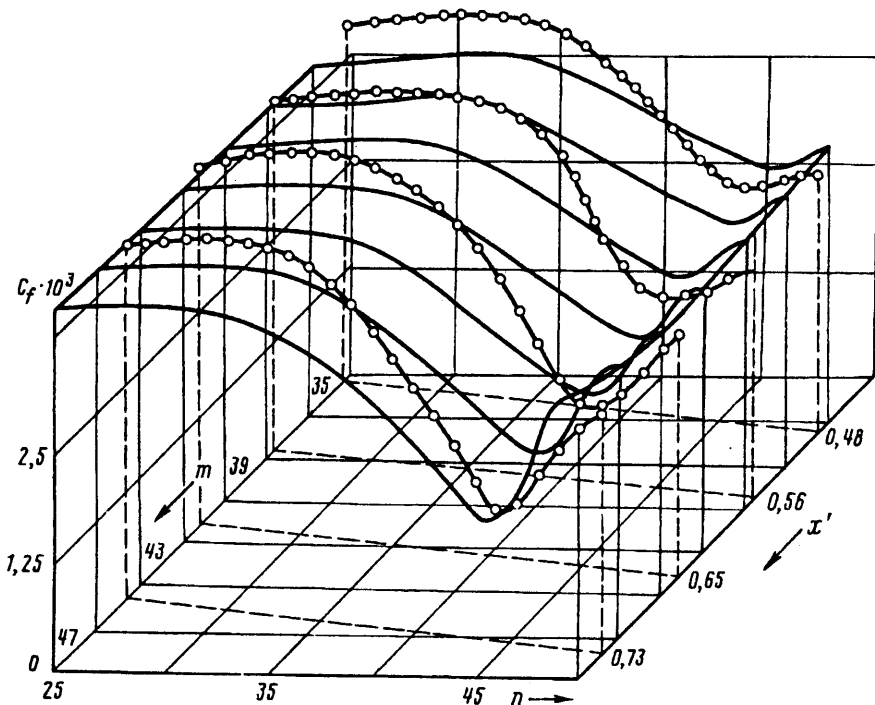
Аналогично [2] допустимый шаг $\Delta\xi$ в продольном (вдоль координатной линии x^1) направлении определялся в соответствии с принципом «влияния» Ритца. В окружном (вдоль эквипотенциалей) направлении шаг $\Delta\eta$ принимался равномерным. Также использовалось условие плавного сопряжения, регулирующее гладкость изменения компоненты скорости u_1 вблизи внешней границы слоя.

2. Численное исследование течения в смешанном пространственном пограничном слое эллипсоида вращения удлинением 6 при наличии узкой области «предписанного» перехода вблизи носовой оконечности проведено для условий экспериментов [3] в аэродинамической трубе: число Рейнольдса $7,7 \cdot 10^6$, скорость потока $U_0 = 55$ м/с, длина тела $L = 2,4$ м, $\nu = 1,715 \cdot 10^{-5}$ м²/с, угол атаки 10° .

В опыте турбулентный режим течения инициировался кольцевой полосой шероховатости шириной 2 см, расположенной на расстоянии 48 см от носовой оконечности, в то время как в численном исследовании переход происходил на участке между эквипотенциалами 21—24, на которых были заданы следующие значения коэффициента перемежаемости: 0, 0,15, 0,75, 1.

На фиг. 1, а показаны область предписанного перехода и положение полосы шероховатости. Там же приведена картина расчетных векторных линий поля касательных напряжений (предельных линий тока), свидетельствующая о безотрывном обтекании вплоть до $x' = x/L = 0,93$, что согласуется с отмеченным в [3] прилеганием потока вдоль всей поверхности эллипсоида. Окрестность кормовой оконечности при сопоставлении следует исключить из рассмотрения, так как, с одной стороны, течение в ней в опытах возмущено кормовой осевой державкой, а с другой — здесь не справедливы уравнения пограничного слоя ввиду сильного вязко-невязкого взаимодействия.

Сравнение картины на фиг. 1, а с картиной предельных линий тока, полученной в [7] на основе решения уравнений Рейнольдса в приближении тонкого слоя (краевая задача эллиптического типа), показало их сходство, в то время как



Фиг. 3

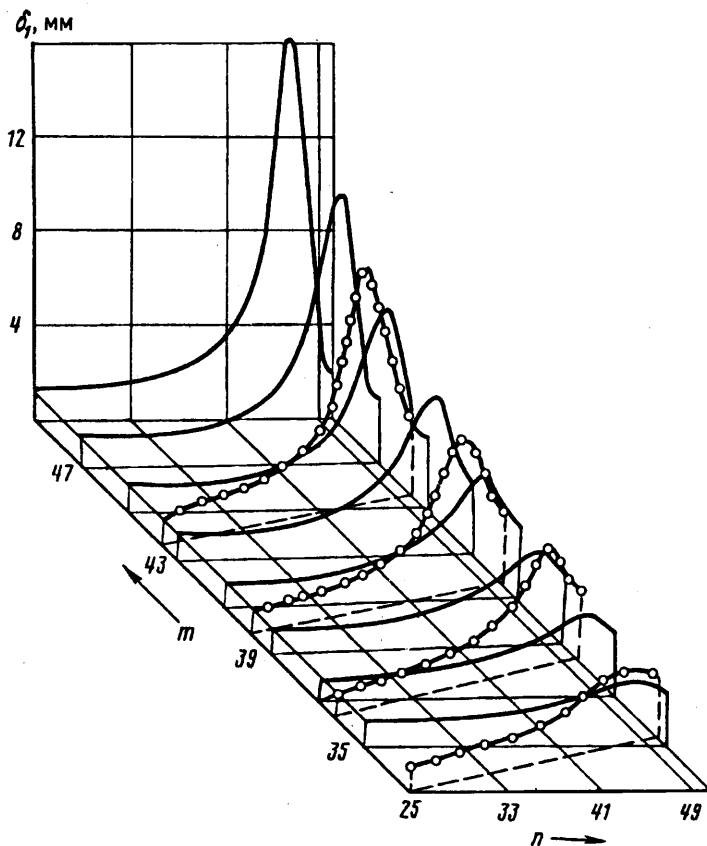
картина, построенная по результатам численного интегрирования уравнений пространственного турбулентного пограничного слоя второго порядка [6], обнаруживает развитый пространственный отрыв.

В отличие от исследуемого случая при полностью ламинарном обтекании [2] длина отрывной зоны, отмеченной штриховкой (фиг. 1, б), достигает почти 75% длины эллипсоида, а в случае естественного перехода [4] (фиг. 1, в) — 60% длины. Из сравнения указанных фигур с фиг. 1, а можно заключить, что локальная турбулизация течения является мощным средством воздействия на пространственный отрыв.

На фиг. 2 представлены распределения коэффициента местного трения $C_f = 2\tau_0/\rho U_0^2$ по наветренному и подветренному участкам линии сечения эллипсоида вертикальной плоскостью, определяемой вектором скорости натекания U_0 и осью тела. В качестве характерных значений плотности и скорости взяты: $U_0 = 55$ м/с, $\rho = 1,115$ кг/м³. Последнее соответствует температуре 41° С, как и значение кинематического коэффициента вязкости, определенное по числу Рейнольдса $7,7 \cdot 10^6$. Кривыми на фиг. 2 показаны расчетные распределения $C_f(x)$ из разных работ: 1 — настоящие данные, 2 — [6], 3 — [7] (решение уравнений пограничного слоя), 4 — [7] (решение уравнений Рейнольдса), а точками — экспериментальные данные [3]. Кривые с номерами, отмеченными штрихом, и точки а относятся к наветренной стороне; без штриха и точки б — к подветренной.

Из фиг. 2 можно видеть, что результаты данной работы более удовлетворительно согласуются с экспериментом [3], чем данные [6] и [7].

На фиг. 3, 4 представлены окружные распределения C_f и толщин вытеснения δ_1 , построенной по компоненте u_1 , на участке поверхности эллипсоида $0,45 < x' < 0,8$, где в опытах [3] были расположены (в сечениях $x' = 0,48, 0,56, 0,65, 0,73$) двухкомпонентные пленочные термоанемометрические датчики для изме-



Фиг. 4

рения компонент касательного напряжения. Сплошными кривыми показаны расчетные зависимости C_f и δ_f от номера узла на данной эквипотенциали, а кривыми с точками — экспериментальные данные в указанных сечениях. Как и в случае полностью ламинарного обтекания, минимальные величины C_f и максимальные δ_f достигаются на подветренной стороне не в плоскости симметрии течения, а на некотором расстоянии по обе стороны от нее.

В целом сопоставление результатов данного численного исследования и опытов [3] свидетельствует о возможности удовлетворительного прогнозирования характеристик пространственного обтекания удлиненного эллипсоида при умеренных значениях угла атаки в рамках концепции пограничного слоя, за исключением окрестности кормовой оконечности, где имеет место сильное вязко-невязкое взаимодействие. Используемая в работе простая модель турбулентности может быть усовершенствована, в частности, благодаря учету зависимости постоянной Ван-Дрифта от градиента давления и других факторов.

3. Численное исследование течения в смешанных пространственных пограничных слоях в случае протяженного естественного перехода затруднено из-за отсутствия достоверных критериев начала перехода и модели течения, которая позволяла бы прогнозировать значения коэффициента перемежаемости в переходной области. Критерии начала перехода, используемые при расчете двумерных течений, неудовлетворительно работают даже при слабой трехмерности обтекания, о чем свидетельствуют результаты [8], а также фиг. 1, 2, где показаны линии

начала перехода и зоны течения с различными режимами (переходный — 3, турбулентный — 4, отрывной — 5) на поверхности эллипсоида, обтекаемого под углом атаки 5° при числе Рейнольдса $7,2 \cdot 10^6$ ($U_0 = 45$ м/с, $L = 2-4$ м, $\nu = 1,5 \cdot 10^{-5}$ м²/с, $\varepsilon = 0,2\%$). На наветренной стороне переход, по опытным данным [5] (кривая 1), наступает существенно раньше, чем по расчету методом Гренвилла [9] (кривая 2), а на подветренной стороне — наоборот. Однозначно связать отмеченные расхождения с конкретными особенностями течений в трехмерных ламинарных пограничных слоях затруднительно, поскольку вопросы устойчивости и развития возмущений в них еще мало изучены и нет надежной основы для разработки достоверных и универсальных критериев начала перехода.

Критерий перехода Оуэна, в котором фигурирует вторая производная скорости вторичного течения по нормальной координате (на стенке), как установлено в [8] и в данной работе, не универсален. При его применении для исследуемых течений прогнозируется слишком ранний переход.

Можно, однако, обнаружить определенную корреляцию различий в положении начала перехода на линии пересечения поверхности эллипсоида плоскостью симметрии течения с особенностями поведения вторичных течений в окрестности указанной плоскости. Так, на наветренной стороне, где в этой окрестности всюду имеет место «растекание» (вторичные течения направлены в обе стороны от плоскости симметрии, см. схемы на фиг. 1, з), реальный переход наступает раньше, чем это прогнозируется по методу Гренвилла, в котором необходимые квадратуры вычисляются по характеристикам «основного» течения вдоль меридиональных координатных линий x^1 . Это позволяет рассматривать растекание как дестабилизирующий фактор, не учитываемый в указанном методе. На подветренной стороне, где действительный переход начинается позже, чем по расчетным данным, на участке в окрестности линии TA наличествует стекание, а ниже по потоку от точки A — растекание. Более позднее наступление перехода в этом случае можно объяснить, по-видимому, действием стабилизирующего фактора на участке TA , которым является стекание.

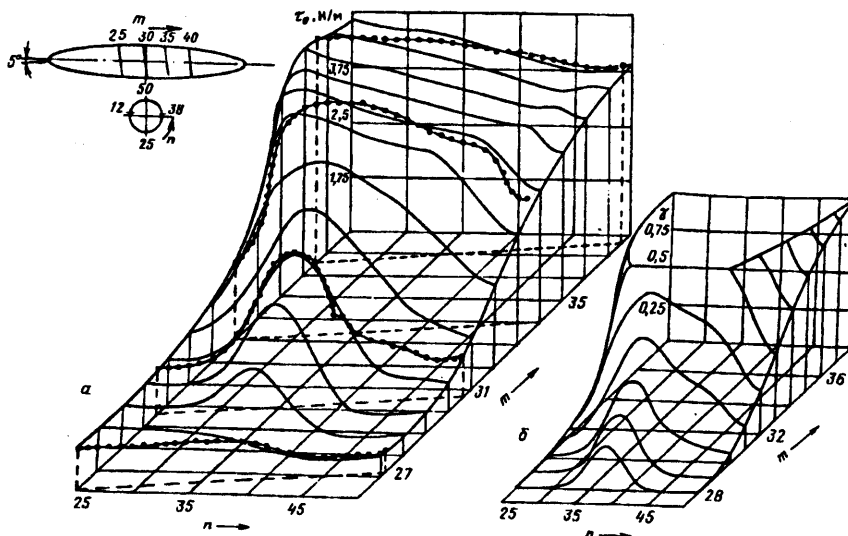
Препятствия, отмеченные выше, не позволяют в настоящее время осуществить численное исследование пространственного течения в области естественного перехода.

Однако если для данного случая трехмерного обтекания тела из опыта известно положение границ переходной области, а также распределение в ней какой-либо характеристики (в нашем случае модуля касательного напряжения на поверхности), то, используя описанный выше аппарат численного исследования ламинарных и турбулентных пространственных пограничных слоев, можно рассчитать все другие характеристики течения и тем самым получить полное представление о его структуре и деталях.

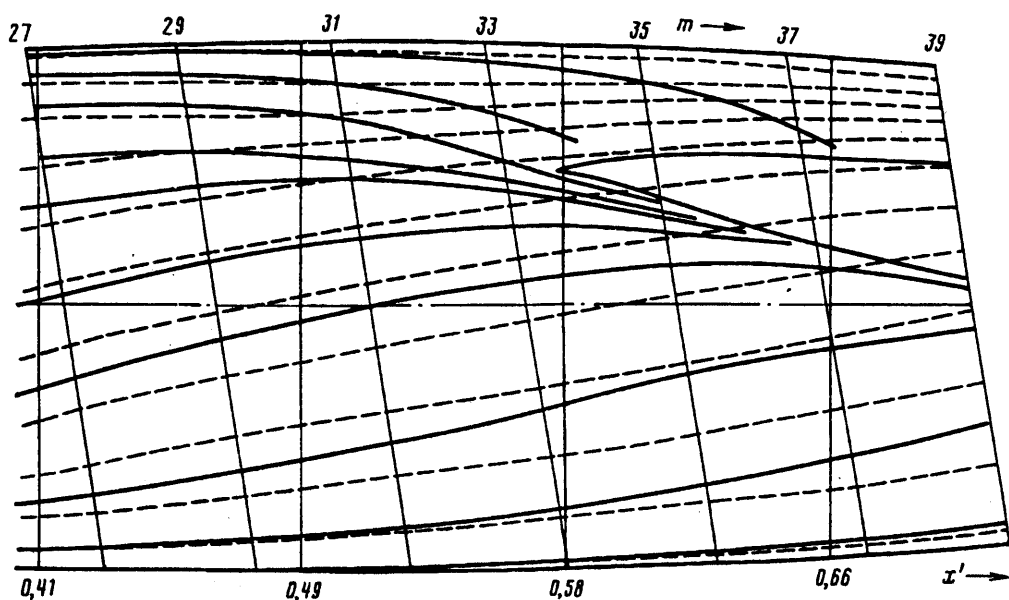
Итеративная процедура такого исследования заключается в следующем. Вначале из общих соображений об особенностях перехода в пространственном случае эвристически строится исходное приближение для двумерной функции коэффициента перемежаемости $\gamma(x^1, x^2)$ в области с границами, взятыми из опыта. Затем численно решается краевая задача (1.3), (1.4). Полученное при этом распределение модуля касательных напряжений сравнивается с экспериментальным и производится коррекция $\gamma(x^1, x^2)$, направленная на уменьшение различия между распределениями. После этого итерации повторяются до тех пор, пока упомянутое различие не удастся сделать достаточно малым.

Поскольку конфигурация переходной области при угле атаки 10° по сравнению с углом атаки 5° значительно сложнее (ср. фиг. 1, в и з), численное исследование ограничивается последним случаем с условиями обтекания, указанными в начале разд. 3. Экспериментальные данные о положении границ (фиг. 5) и величинах модуля касательных напряжений в области естественного перехода берутся из [4].

Рельефы модуля касательного напряжения и коэффициента перемежаемости в области перехода, построенные по результатам, полученным на заключительной



Фиг. 5



Фиг. 6

стадии численного исследования, показаны на фиг. 5, где кривые с точками соответствуют данным опытов [4]. На фиг. 6 представлены картины векторных линий поля касательных напряжений для случаев полностью ламинарного обтекания (сплошные кривые) и естественного перехода (штриховые кривые).

Как видно из фиг. 6, турбулизация течения в процессе перехода приводит к перестройке течения и ликвидации пространственного отрыва, который происходил в рассматриваемой области при ламинарном режиме течения. Одновременно существенно уменьшаются вторичные течения.

Таким образом, как показывают результаты обоих численных исследований, турбулентное смешение существенно ослабляет пространственные эффекты, в частности приводит к смещению зон пространственного отрыва вниз по потоку и уменьшению их размеров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шевелев Ю. Д. Пространственные задачи вычислительной аэрогидродинамики. М.: Наука, 1986. 367 с.
2. Карпеев Ю. Н. Численное исследование течений в пространственных ламинарных пограничных слоях на эллипсоидах, обтекаемых под углами атаки//Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 6. С. 59—68.
3. Cebecit T., Meier H. U. Turbulent boundary layers on a prolate spheroid//AIAA Pap. 1987. № 1299. 8 p.
4. Meier H. U., Kreplin H.-P. Experimental investigation of the boundary layer transition and separation on a body of revolution//Z. Flugwiss. Weltraumforsch. 1980. B. 4. № 2. S. 65—74.
5. Kreplin H.-P., Vollmers H., Meier H. U. Measurement of the wall shear stress on an inclined prolate spheroid//Z. Flugwiss. Weltraumforsch. 1982. B. 6. № 4. S. 248—252.
6. Monnoyer de Galland F. Calculation of three-dimensional attached viscous flow on general configurations using second-order boundary-layer theory//Z. Flugwiss. Weltraumforsch. 1990. B. 14. № 1/2. S. 95—108.
7. Panaras A. G., Steger J. L. A thin-layer solution of the flow about a prolate spheroid//Z. Flugwiss. Weltraumforsch. 1988. B. 12. № 3. S. 137—180.
8. Xia F., Johannsson L.-E., Larsson L. Experimental and theoretical studies of boundary layer transition on ship models//Second Internat. Symp. on Ship Viscous Resistance. 1985. P. 4 : 1—4 : 31.
9. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 742 с.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
24.I.1992