

УДК 533.6.011.5

© 1993 г. С. С. ГРАСЬКИН

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТАЦИОНАРНОГО ОТРЫВНОГО ОБТЕКАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ НЕСУЩИХ СИСТЕМ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ

В настоящее время для пространственных несущих систем наибольшее развитие получили численные методы решения линейных задач [1, 2]. Однако практическое применение этих систем на умеренных и больших углах атаки требует разработки новых подходов, позволяющих учесть различные нелинейные эффекты, такие, как большие возмущения, отрыв потока и изменение энтропии на скачках уплотнения. Известен в этом направлении ряд исследований, охватывающих в основном простые конфигурации (тела вращения, крылья и т. п.) [3, 4].

В данной работе предлагается численный метод исследования сверхзвукового обтекания сложных пространственных конфигураций. Метод является развитием и продолжением известных подходов, широко используемых для решения аналогичных задач в дозвуковой аэродинамике [5, 6]. Приводятся также некоторые примеры расчетов аэродинамических характеристик и обтекания крыльев и пространственных несущих систем.

1. Постановка задачи и метод исследования. Рассмотрим произвольную систему тонких несущих поверхностей, которая движется в потоке идеального газа с постоянной сверхзвуковой скоростью u_∞ . Поставим задачу определения поля возмущенных скоростей, вихревых структур и аэродинамических нагрузок, действующих в потоке на эту систему на умеренных и больших углах атаки.

Основные уравнения, описывающие обтекание несущих систем на указанных режимах, являются существенно нелинейными. В дальнейшем будем учитывать нелинейности, обусловленные большими возмущениями и отрывом потока с острых передних и задних кромок.

Для решения поставленной задачи применим нелинейное уравнение для потенциала возмущенной скорости φ , которое в подвижной системе координат XYZ (фиг. 1) имеет вид [7]

$$\nabla u - M_\infty^2 \frac{\partial u_x}{\partial x} = F(u)$$

$$F(u) = (\gamma - 1)M_\infty^2 \nabla u \left(u_x + \frac{1}{2} uu \right) + 2M_\infty^2 u \nabla \left(u_x + \frac{1}{4} uu \right), \quad u = \nabla \varphi \quad (1.1)$$

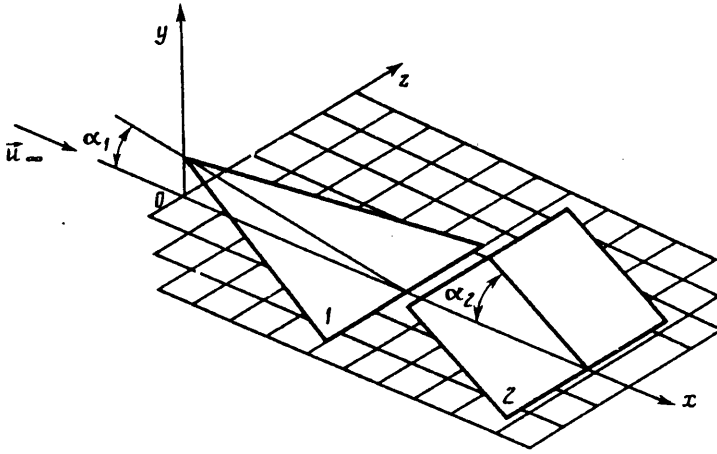
где M_∞ — число Маха набегающего потока, γ — показатель адиабаты.

Неизвестную функцию u ищем в виде последовательности приближений U_k , первое из которых удовлетворяет однородному уравнению

$$\nabla u_1 - M_\infty^2 \frac{\partial u_{1x}}{\partial x} = 0$$

а все последующие — неоднородному уравнению (1.1), в котором правая часть на k -й итерации определена через u на $(k-1)$ -й итерации, т. е.

$$\nabla u_k - M_\infty^2 \frac{\partial u_{kx}}{\partial x} = F(u_{k-1})$$



Фиг. 1

При безотрывном обтекании в качестве u_1 можно взять линейное приближение в виде интегрального решения [8]. Однако для учета отрыва потока целесообразен следующий способ определения u_1 .

Несущие поверхности заменим семейством поперечных и продольных присоединенных вихревых элементов, а свободную вихревую поверхность, сходящую с передних, задних и боковых кромок, — семейством свободных вихревых линий постоянной интенсивности, совпадающих с линиями тока. Будем считать, что интенсивности свободных вихревых линий равны интенсивности соответствующих присоединенных продольных или поперечных вихревых элементов. В связи с этим задача по определению u_1 сводится к нахождению неизвестных интенсивностей $\{\Gamma\} = \Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_N$ присоединенных элементов, исходя из граничных условий на несущих поверхностях $\{W\} = W_1, W_2, \dots, W_N$ и условия Чаплыгина — Жуковского на кромках схода вихревых пелен.

Граничные условия необходимо выполнить в совокупности контрольных точек, размещение которых определяется принятой схемой разбиения. В данном случае используем следующую схему. Каждый элемент несущей системы разобьем на l прямоугольных трапеций, каждую из которых в свою очередь разделим на m полос по оси Z и по оси X каждую полосу — на n частей. В результате на каждом элементе будем иметь $l \times m \times n$ панелей, в которых посередине местной хорды разместим поперечный, а на боковых кромках — продольный вихревые элементы. Контрольные точки расположим посередине задней кромки каждой панели.

Зоны отрыва для передних кромок определим, исходя из значений угла атаки α , стреловидности кромки χ и нормальной скорости потока

$$M_N = M_\infty \sqrt{1 - \cos^2 \alpha \sin^2 \chi}$$

Отрыв потока, как показывает эксперимент [9], реализуется при $M_N \leq 1,0$.

При такой схеме обтекания скорость u_1 в каждой контрольной точке индуцируется всеми присоединенными и свободными вихревыми элементами. Можно показать, что j -й произвольный прямолинейный вихревой отрезок с искомой интенсивностью Γ_j в сверхзвуковом потоке в некоторой точке (x_0, y_0, z_0) создает элементарную скорость, величина которой определяется формулой

$$u_i(x_0, y_0, z_0) = -\frac{(1 - M_\infty^2)\Gamma_j}{\pi} \left[\frac{\sqrt{A^{*2} + B^{*2} + C^{*2}}}{4ac - b^2} (\Phi_1 - \Phi_2) + \right. \\ \left. + \frac{\Gamma_j}{2\Delta x} \sqrt{(M_\infty^2 - 1) - \operatorname{tg}^2 \chi_j} \right] \quad (1.2)$$

$$a = (x_2 - x_1)^2 + (1 - M_\infty^2) [(y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2]$$

$$b = (x_1 - x_0)(x_2 - x_1) + (1 - M_\infty^2) [(y_1 - y_0)(y_2 - y_1) + (z_1 - z_0)(z_2 - z_1)]$$

$$c = (x_1 - x_0)^2 + (1 - M_\infty^2) [(y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2]$$

$$\Phi_1 = \begin{cases} \frac{2a + b}{\sqrt{a + b + c}}, & \sqrt{a + b + c} \neq 0 \\ 0, & \sqrt{a + b + c} = 0 \end{cases}, \quad \Phi_2 = \begin{cases} \frac{b}{\sqrt{c}}, & \sqrt{c} \neq 0 \\ 0, & \sqrt{c} = 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

Здесь A^* , B^* , C^* определены согласно [5]; χ_j , $x_{1,2}$, $y_{1,2}$, $z_{1,2}$ — угол стреловидности и координаты концов вихревого отрезка, Δx — местная хорда панели, которой принадлежит точка (x_0, y_0, z_0) .

Следует отметить, что второе слагаемое в формуле (1.2) есть результат перехода от непрерывного вихревого слоя к его дискретному аналогу — вихревому отрезку. Это слагаемое ненулевое в пределах панели, которой принадлежит этот отрезок, а также в точках пространства, являющихся вершинами обратных конусов Маха, дважды пересекающих этот отрезок.

Кроме того, применение формулы (1.2) имеет особенности, связанные со взаимным положением отрезка и обратного конуса Маха с вершиной в контрольной точке. Вихревой отрезок может находиться внутри, вне или пересекаться обратным конусом. Если отрезок находится внутри обратного конуса, то возмущенная скорость u_i равна бесконечности лишь тогда, когда контрольная точка лежит на вихревом отрезке или на его продолжении. Этот случай соответствует обращению в нуль выражения $\Delta = 4ac - b^2$. Если отрезок не попадает в конус, то возмущения от него не достигают расчетной точки и скорость u_i принимается равной нулю. При пересечении отрезка характеристическим конусом имеют место особенности, связанные с обращением в нуль выражений $\sqrt{a + b + c}$ и \sqrt{c} . В этом случае справедливы соотношения (1.3).

Таким образом, используя выражение (1.2) и граничные условия в каждой контрольной точке, получим систему линейных алгебраических уравнений для определения искомых интенсивностей $\{\Gamma\}$ вихревых элементов

$$\{\Gamma\} [L] = \{W\} \quad (1.4)$$

где $[L]$ — матрица аэродинамического влияния, каждый элемент которой определяется согласно (1.2) при $\Gamma_j = 1$; $\{W\}$ — вектор-столбец, элемент которого W_i равен нормальной скорости, создаваемой в i -й точке набегающим потоком u_∞ .

Переход от интенсивностей вихревых отрезков к давлению $c_p = (p - p_\infty)/q$ произведем, пользуясь следующим соотношением для изэнтропических течений и теоремой Жуковского «в малом» [5]:

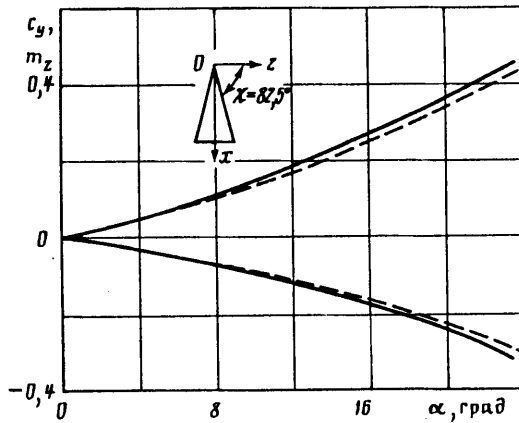
$$c_p = \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \left\{ \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 c_{pn} \right]^{\gamma/(\gamma-1)} - 1 \right\} \quad (1.5)$$

где c_{pn} — коэффициент давления для несжимаемой среды.

Коэффициенты суммарных аэродинамических сил и моментов получим путем интегрирования давления по панелям по всем несущим элементам системы.

Отметим, что возмущенная скорость u_i , а следовательно, и интенсивности вихревых элементов определяются с учетом вихревых пелен, процесс построения которых подробно изложен в [5].

Определим функцию u_2 . Для этого воспользуемся интегральным представле-



Фиг. 2

нием решения неоднородного волнового уравнения для произвольной области T , которое продифференцируем в подвижной системе координат по переменным x_0, y_0, z_0 . В результате получим

$$u_2(x_0, y_0, z_0) = \frac{(1 - M_\infty^2)}{4\pi} \iiint \frac{F(u_i)(r_0 - r)}{R^3} d\tau \quad (1.6)$$

$$R = \{(x_0 - x)^2 + (1 - M_\infty^2) [(y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2]\}^{1/2}$$

где r_0, r — радиусы-векторы точек x_0, y_0, z_0 и x, y, z . Данный интеграл понимается в смысле конечного значения по Адамару [7].

Для вычисления u_2 область T , протяженность которой в расчетах обычно составляет 3—4 хорды по потоку и 1—2 хорды в направлении осей Y и Z , разобьем на элементарные объемы $\Delta\tau_i$ с линейными размерами $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i$. В центре этих объемов разместим источники с интенсивностью $F[u_i(x, y, z)]$. Применение формулы (1.6) имеет особенность, связанную с обращением в нуль функции R на обратном конусе Маха с вершиной в точке x_0, y_0, z_0 .

Переход к аэродинамическим нагрузкам осуществляется согласно (1.4) и (1.5), с той лишь разницей, что

$$\{\Gamma\}[L] = \{W\} - \{U\}$$

где $\{U\}$ — вектор-столбец, элемент которого U_i равен нормальной скорости, создаваемой в i -й точке источниками.

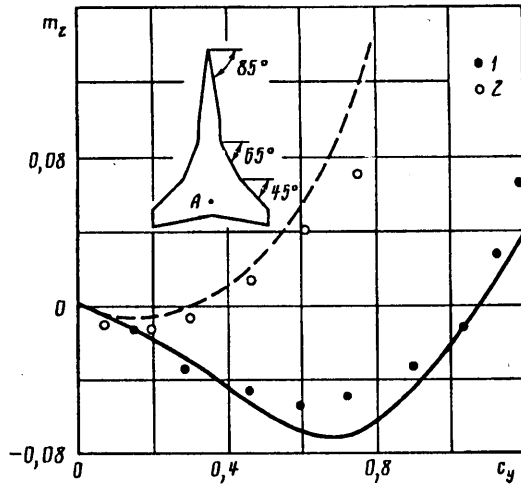
Итерационный процесс повторяется аналогично рассмотренному выше и продолжается до тех пор, пока ошибка в определении суммарной аэродинамической нагрузки

$$\varepsilon = \frac{\Gamma_{\Sigma, N} - \Gamma_{\Sigma, N-1}}{\Gamma_{\Sigma, N}} \cdot 100\% \quad (1.7)$$

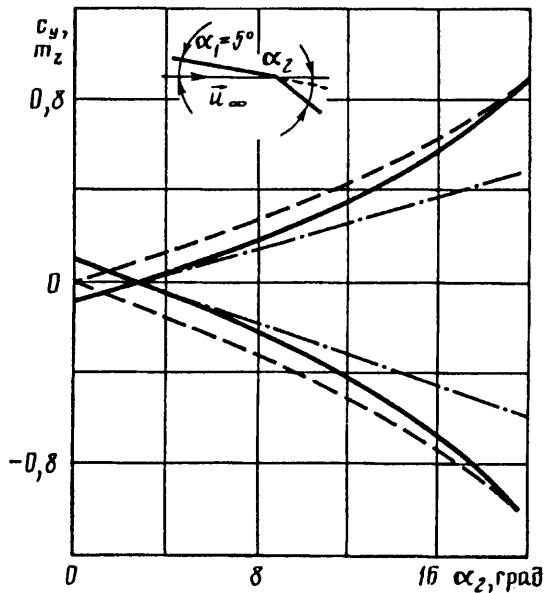
не станет меньше 1—2%. В (1.7) $\Gamma_{\Sigma, N}, \Gamma_{\Sigma, N-1}$ — суммарные циркуляции вихревых отрезков на N и $N-1$ итерациях.

2. Результаты. По предложенному алгоритму с целью его отладки и проверки достоверности получаемых результатов проведены исследования аэродинамических характеристик и обтекания тонких крыльев различной формы в плане.

На фиг. 2 для треугольного крыла со стреловидностью передней кромки $\chi = 82,5^\circ$ показано изменение коэффициента подъемной силы c_y и момента тангажа m_z в зависимости от угла атаки α . Результаты расчета (штриховая



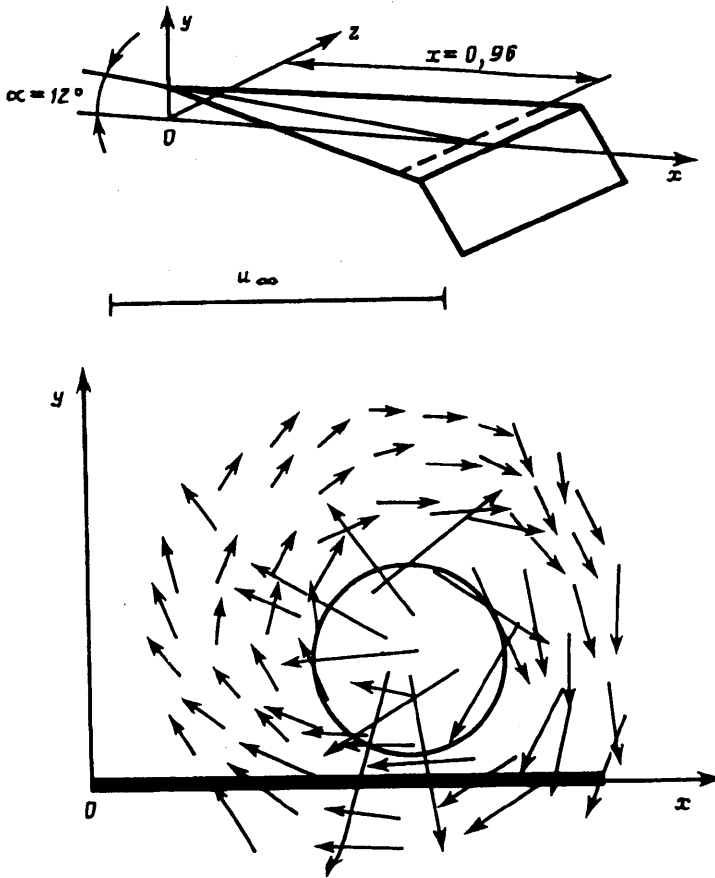
Фиг. 3



Фиг. 4

кривая) сопоставляются с данными, полученными на основе конечно-разностного метода [10] (сплошная кривая). Видно их хорошее согласие.

Результаты расчетов для чисел $M_\infty = 1,2, 2,0$ зависимости коэффициента момента тангажа m_z от коэффициента подъемной силы c_y для крыла сложной формы в плане, имеющего корневой наплыв большой стреловидности, показаны на фиг. 3. Эти результаты (сплошная и штриховая кривые) сопоставлены с экспериментальными данными, полученными в ЦАГИ (точки 1 — $M_\infty = 1,2$, 2 — $M_\infty = 2,0$). Анализ графиков показывает, что с ростом c_y на верхней поверхности крыла возрастает интенсивность вихревых жгутов, что в свою очередь приводит к существенному увеличению доли корневого наплыва в создании аэродинамической нагрузки. Поэтому фокус крыла смещается вперед, создавая тем самым положительный момент тангажа m_z .



Фиг. 5

Следует отметить, что расчетные и экспериментальные данные совпадают в диапазоне значений c_y , в котором существуют упорядоченные вихревые структуры. При дальнейшем увеличении c_y вихревые пелены начинают разрушаться, причем в расчетах разрушению пелены соответствует некоторый диапазон углов атаки α^* . Нижняя граница этой неустойчивости определялась по нагрузкам в кормовой части крыла, а верхняя — расходимостью итерационного процесса по суммарным характеристикам.

На фиг. 4 представлены результаты расчета (сплошная кривая) коэффициентов подъемной силы c_y и продольного момента m_z в зависимости от угла атаки α_2 прямоугольного плана удлинения $\lambda = 1,62$, расположенного в потоке за треугольным планом малого удлинения ($\lambda = 0,54$ (фиг. 1)). Характеристики определены для $\alpha_1 = 5^\circ$ при $M_\infty = 1,4$ и отнесены к корневой хорде треугольного плана и его площади, а в качестве центра приведения сил выбран носок корневой хорды этого плана. Здесь же штриховыми кривыми показаны решения для изолированного плана, а в качестве центра приведения сил выбран носок корневой хорды этого плана, а в качестве центра приведения сил выбран носок корневой хорды этого плана. Здесь же штриховыми кривыми показаны решения для изолированного плана, а в качестве центра приведения сил выбран носок корневой хорды этого плана. Здесь же штриховыми кривыми показаны решения, полученные по линейной теории на основе метода возмущенных давлений [8].

Пример расчета поля возмущенных скоростей вблизи задней кромки треугольного плана, обтекаемого потоком при $\alpha_1 = 12^\circ$ и $M_\infty = 2,4$, приведен на фиг. 5. Видно, что и на сверхзвуковых скоростях поток, отрываясь с острых передних кромок, сворачивается на верхней поверхности плана в устойчивый вихревой жгут, экспериментальное положение которого показано сплошной кривой [9].

Приведенные в статье результаты получены на ЭВМ ЕС-1066. При моделировании среднее число вихревых особенностей составило около 150, среднее число источников — около 30000, время счета с выстраиванием вихревых структур — около 1 ч. Количество итераций при построении вихревых пелен не превышало шести, а при решении уравнения (1.1) — трех.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоцерковский С. М., Кудряцева Н. А., Попыталов С. А., Табачников В. Г. Исследование сверхзвуковой аэродинамики самолетов на ЭВМ. М.: Наука, 1983. 335 с.
2. Воробьев Н. Ф. Аэродинамика несущих поверхностей в установившемся потоке. Новосибирск: Наука, 1985. 239 с.
3. Белоцерковский С. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982. 391 с.
4. Siclari M. J., Visich M. Shock fitting in conical supersonic full-potential flows with entropy effects // AIAA Pap. 1984. № 261. 14 p.
5. Белоцерковский С. М., Ништ М. И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. М.: Наука, 1978. 351 с.
6. Белоцерковский С. М., Коржнев В. Н., Шипилов С. Д. Метод расчета отрывного обтекания крыльев дозвуковым потоком газа // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 4. С. 141—147.
7. Общая теория аэродинамики больших скоростей / Под ред. У. Р. Сирса. М.: Воениздат, 1962. 667 с.
8. Попыталов С. А. Расчет нестационарных аэродинамических характеристик пространственных несущих систем // Изв. АН СССР. МЖГ. 1976. № 1. С. 173—176.
9. Аэродинамика ракет / Под ред. М. Хемша и Дж. Нилсена. М.: Мир, 1989. 510 с.
10. Косых А. П., Минайлос А. Н. Аэродинамические характеристики крыльев простейших форм на сверхзвуковых скоростях // Тр. ЦАГИ. 1977. Вып. 1891. 35 с.

Москва

Поступила в редакцию
23.XI.1990