

УДК 532.582.2 : 534.121.1

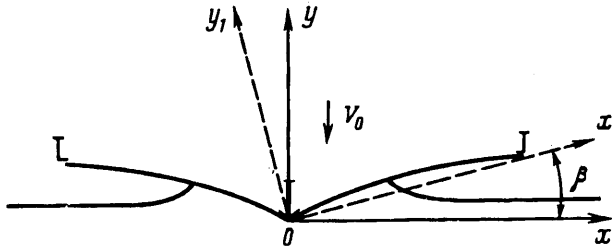
© 1993 г. А. Д. ВАСИН

ГИДРОУПРУГОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ С ЖИДКОСТЬЮ ПОГРУЖАЮЩЕГОСЯ ДНИЩА

Обзор работ по исследованию влияния упругости погружающихся в жидкость конструкций на гидродинамические силы сделан в [1]. Следует отметить, что ранее выполненные работы используют в основном «квазистационарный» метод гидроупругого расчета плоских клиновидных тел, основанный на том, что для учета упругих деформаций используются уравнения Вагнера для жесткого тела, имеющего такую же форму, какую имеет деформированное упругое тело [2—5]. Однако при этом не учитываются скорости и ускорения упругих колебаний, которые могут оказывать существенное влияние на величину гидродинамических давлений и сил. В работе [6] задача погружения клина с упругой пластиной рассмотрена в более общей постановке (учитывались скорости упругих колебаний), но автор применил очень сложный метод исследования и не получил решения интегрального уравнения Вагнера в аналитическом виде. Кроме того, в [6] при рассмотрении уравнения упругих колебаний пластины не учитывались цепные силы.

Целью данной работы было создание математической модели гидроупругого взаимодействия с жидкостью погружающегося днища, которая наиболее полно учитывала бы различные факторы: скорость и ускорение упругих колебаний, влияние цепных усилий, начального прогиба и подвижности опор.

1. Рассмотрим плоскую задачу о погружении в жидкость с постоянной скоростью V_0 днища (фиг. 1) с малым углом килеватости β ($\beta \leq 30^\circ$). Днище состоит из упругих пластин, которые могут иметь начальный прогиб и форму, отличную от прямолинейной. Нижняя кромка пластин прикреплена к килю и эта заделка считается абсолютно жесткой. Верхняя кромка соединена со стрингером (эта опора может иметь произвольный коэффициент жесткости по отношению к повороту). Процесс погружения заканчивается, когда смоченная поверхность достигает верхней опоры упругой пластины.



Фиг. 1

В нашей постановке происходит цилиндрический изгиб упругих пластин. Вырежем из пластины упругую балку-полоску единичной ширины и запишем уравнение ее колебаний [7, 8]

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} - N \frac{\partial^2 (w + w_0)}{\partial x_1^2} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = p(x_1, t)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}, \quad m = \rho_m h \quad (1.1)$$

$$N = \frac{KEh}{2(1-\mu^2)l_0} \int_0^{l_0} \left[\left(\frac{\partial w}{\partial x_1} \right)^2 + 2 \frac{\partial w_0}{\partial x_1} \frac{\partial w}{\partial x_1} \right] dx_1$$

где t — время, отсчитываемое от момента первоначального контакта с жидкостью, x_1 — продольная координата, направленная под углом β к невозмущенной свободной границе, w — прогиб пластины, w_0 — начальный прогиб, $p(x_1, t)$ — давление жидкости на смоченную поверхность пластины, E — модуль упругости, h — толщина пластины, μ — коэффициент Пуассона, ρ_m — плотность материала пластины, K — коэффициент распора, l_0 — длина балки-полоски.

Уравнение (1.1) решается методом Бубнова — Галеркина [7, 8]. В первом приближении прогиб пластины можно представить в виде

$$w(x_1, t) = G(t) \Phi(x_1) \quad (1.2)$$

где $\Phi(x_1)$ — функция, удовлетворяющая всем граничным условиям, $G(t)$ — неизвестная функция времени.

В качестве функции $\Phi(x_1)$ выберем форму статического прогиба под действием равномерной нагрузки. В нашем случае граничные условия имеют вид

$$x_1 = 0: \quad w = 0, \quad w' = 0$$

$$x_1 = l_0: \quad w = 0, \quad w' = -\chi D w''$$

где χ — коэффициент податливости на поворот упругой заделки правого торца балки-полоски.

Функцию $\Phi(x_1)$, удовлетворяющую всем граничным условиям, можно записать следующим образом:

$$\Phi(x_1) = x_{1b}^4 - 2(1+k)x_{1b}^3 + (1+2k)x_{1b}^2, \quad x_{1b} = \frac{x_1}{l_0}, \quad k = \frac{D\chi}{l_0 + 4D\chi} \quad (1.3)$$

В соответствии с процедурой метода Бубнова — Галеркина необходимо левую и правую части уравнения (1.1) (после подстановки (1.2)) умножить на функцию $\Phi(x_1)$ из (1.3) и проинтегрировать в пределах от 0 до l_0 . После проведения указанных преобразований получаем следующее дифференциальное уравнение для определения функции $G(t)$:

$$\alpha_1 \rho_m h l_0 \frac{d^2 G}{dt^2} + 2\alpha_2^2 \alpha_4 G^3(t) + \alpha_2 \alpha_4 \alpha_5 G^2(t) + \alpha_4 \alpha_6 G(t) = \int_0^{l_0} p(x_1, t) \Phi(x_1) dx_1$$

$$\alpha_1 = \frac{1 + 9k + 24k^2}{630}, \quad \alpha_2 = \frac{1 + 7k + 28k^2}{105}$$

$$\alpha_3 = \frac{1 + 5k}{15}, \quad \alpha_4 = \frac{KEh}{(1-\mu^2)l_0^3} \quad (1.4)$$

$$\alpha_5 = 2A_0 - B_0 l_0, \quad \alpha_6 = \frac{\alpha_3 h^2}{K} - A_0 B_0 l_0$$

$$A_0 = \int_0^{l_0} \frac{dw_0}{dx_1} [4x_{1b}^3 - 6(1+k)x_{1b}^2 + 2(1+2k)x_{1b}] dx_1$$

$$B_0 = \int_0^{l_0} \frac{d^2 w_0}{dx_1^2} [x_{1b}^4 - 2(1+k)x_{1b}^3 + (1+2k)x_{1b}^2] dx_1$$

Уравнение (1.4) решается при следующих начальных условиях:

$$t = 0: \quad G(t) = 0, \quad \frac{dG}{dt} = 0$$

Для определения правой части (1.4) необходимо найти зависимость между гидродинамическим давлением и скоростью упругих колебаний пластин клина.

2. В силу предположения о малости углов килеватости будем считать потенциал скорости на свободной границе вне смоченной части днища нулевым, а граничные условия снесем на плоскость невозмущенной свободной поверхности. Возьмем начало системы координат в точке первоначального касания днищем жидкости, ось x направим по невозмущенной свободной границе, ось y направим вертикально вверх. Краевая задача заключается в определении потенциала скорости $\varphi(x, y, t)$ в нижней полуплоскости со следующими граничными условиями:

$$|x| < c: \frac{\partial \varphi(x, 0, t)}{\partial y} = -V_n, \quad V_n = V_0 - v$$

$$|x| \geq c: \varphi(x, 0, t) = 0$$

где v — скорость упругих колебаний пластин днища, c — смоченная полуширина днища.

Комплексный потенциал течения имеет вид: $W = \varphi + i\psi$ (ψ — функция тока). Так как при $|x| \geq c$ потенциал $\varphi(x, 0, t) = 0$, то в силу принципа симметрии Шварца функцию W можно аналитически продолжить в верхнее полупространство, причем должны выполняться условия

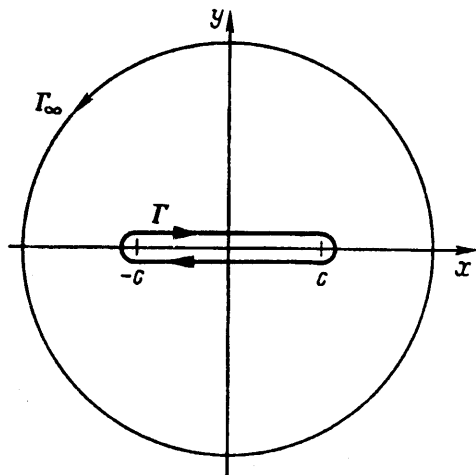
$$\varphi(x, y, t) = -\varphi(x, -y, t), \quad \psi(x, y, t) = \psi(x, -y, t)$$

$$\frac{\partial \varphi(x, y, t)}{\partial x} = -\frac{\partial \varphi(x, -y, t)}{\partial x}, \quad \frac{\partial \varphi(x, y, t)}{\partial y} = \frac{\partial \varphi(x, -y, t)}{\partial y}$$

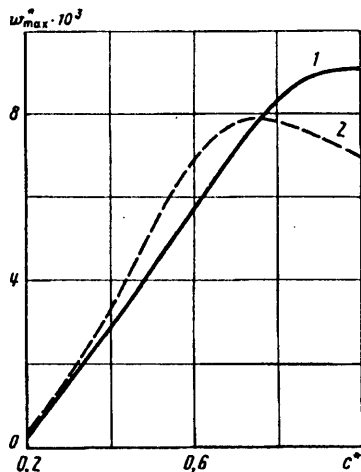
Вспользуемся выражением для комплексной скорости $dW/dz = \partial\varphi/\partial x - i\partial\varphi/\partial y$ ($z = x + iy$ — комплексная координата) и, следуя методу Седова Л. И. [9, 10], введем вспомогательную функцию $F(z) = \sqrt{z^2 - c^2} dW/dz$. Возьмем ту ветвь $\sqrt{z^2 - c^2}$, которая при $z = x > c$ имеет положительные значения на оси x . Применяя формулу Коши, для $F(z)$ получим

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i} \left[\int_{\Gamma} \frac{F(\zeta) d\zeta}{\zeta - z} + \int_{\Gamma_{\infty}} \frac{F(\zeta) d\zeta}{\zeta - z} \right]$$

Направление интегрирования показано на фиг. 2. Интеграл по контуру Γ_{∞} при устремлении контура в бесконечность стремится к нулю. Стягивая контур Γ к отрезку $[-c, c]$, получаем



Фиг. 2



Фиг. 3

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-c}^c \frac{[F_+(\zeta) - F_-(\zeta)] d\zeta}{\zeta - z} \quad (2.1)$$

где $F_+(\zeta)$ и $F_-(\zeta)$ — значения функции $F(z)$ соответственно на верхнем и нижнем берегах отрезка $[-c, c]$. Из (2.1) при стремлении точки z снизу к отрезку $[-c, c]$ для правой его половины получим

$$\begin{aligned} -i\sqrt{c^2 - x^2} (v_x - iv_y) &= -\frac{1}{\pi i} \int_{-c}^c \frac{V_n(\zeta) \sqrt{c^2 - \zeta^2}}{\zeta - x} d\zeta - \\ &- \frac{1}{\pi i} v. p. \int_0^c \frac{V_n(\zeta) \sqrt{c^2 - \zeta^2}}{\zeta - x} d\zeta + V_n(x) \sqrt{c^2 - x^2} \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$v_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

Распределение скорости упругих колебаний по отрезку $[-c, c]$ оси x можно записать в виде

$$\begin{aligned} x > 0: \quad v &= \frac{dG}{dt} [x_b^4 - 2(1+k)x_b^3 + (1+2k)x_b^2] \\ x < 0: \quad v &= \frac{dG}{dt} [x_b^4 + 2(1+k)x_b^3 + (1+2k)x_b^2] \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$x_b = \frac{x}{l}, \quad l = l_0 \cos \beta$$

После подстановки (2.3) в (2.2), выполнения интегрирования и деления действительной и мнимой частей получаем значения горизонтальной и вертикальной скорости жидкости на смоченной поверхности дна с правой стороны

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{V_0 x}{\sqrt{c^2 - x^2}} + \frac{dG}{dt} \left[f_1 - \frac{4(1+k)}{\pi} f_2 + (1+2k) f_3 \right] \\ v_y &= -V_0 + \frac{dG}{dt} [x_b^4 - 2(1+k)x_b^3 + (1+2k)x_b^2] \\ f_1 &= \frac{x(c^4 + 4c^2x^2 - 8x^4)}{8l^4 \sqrt{c^2 - x^2}}, \quad f_3 = \frac{x(c^2 - 2x^2)}{2l^2 \sqrt{c^2 - x^2}} \\ f_2 &= \frac{x}{l^2} \left[\frac{c(c^2 - 3x^2)}{3\sqrt{c^2 - x^2}} + x^2 \ln \frac{\sqrt{c^2 - x^2} + c}{x} \right] \end{aligned} \quad (2.4)$$

Аналогичным образом можно получить выражения для вертикальной и горизонтальной скорости жидкости на свободной границе справа от отрезка $[-c, c]$

$$\begin{aligned} v_y &= \frac{V_0 x}{\sqrt{x^2 - c^2}} - V_0 + \frac{dG}{dt} \left[f_4 - \frac{4(1+k)}{\pi} f_5 + (1+2k) f_6 \right] \\ v_x &= 0, \quad f_4 = \frac{x}{l^4} \left(\frac{c^4 + 4c^2x^2 - 8x^4}{8\sqrt{x^2 - c^2}} + x^3 \right) \\ f_5 &= \frac{x}{l^2} \left[\frac{c(c^2 - 3x^2)}{3\sqrt{x^2 - c^2}} + x^2 \arcsin \frac{c}{x} \right] \\ f_6 &= \frac{x}{l^2} \left(\frac{c^2 - 2x^2}{2\sqrt{x^2 - c^2}} + x \right) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Потенциал на смоченной поверхности дна определяется интегралом от горизонтальных скоростей

$$\varphi(x) = - \int_x^c v_x(x) dx$$

После подстановки v_x из (2.4) и интегрирования получаем

$$\varphi = - V_0 \sqrt{c^2 - x^2} + \frac{dG}{dt} f(x, c)$$

$$f(x, c) = f_7 - \frac{4(1+k)}{\pi} f_8 + (1+2k) f_9,$$

$$f_7 = \frac{(3c^4 + 4c^2x^2 + 8x^4) \sqrt{c^2 - x^2}}{40t^4} \quad (2.6)$$

$$f_8 = \frac{1}{4t^3} \left[\frac{c(2c^2 + 3x^2) \sqrt{c^2 - x^2}}{3} + x^4 \ln \frac{\sqrt{c^2 - x^2} + c}{x} \right]$$

$$f_9 = \frac{(c^2 + 2x^2) \sqrt{c^2 - x^2}}{6t^2}$$

3. Смоченная ширина упругого дна определяется из решения интегрального уравнения

$$y(x) = \int_0^{t^*} v_y(x, c) dt \quad (3.1)$$

где $y(x)$ — уравнение недеформированного профиля дна в системе координат, начало которой находится в нижней точке кия, ось y направлена по оси симметрии, ось x перпендикулярна ей, $v_y(x, c)$ — распределение относительных скоростей сближения поверхности дна и свободной границы, t^* — момент встречи поверхности дна с точкой свободной границы, имеющей координату x .

Уравнение недеформированного профиля дна можно записать в виде

$$y(x) = \frac{w_0}{\cos \beta} + x \operatorname{tg} \beta$$

Для определения относительной скорости сближения нужно из вертикальной скорости частиц свободной границы (2.5) вычесть скорость упругих колебаний (2.3) и прибавить скорость погружения

$$v_y(x, c) = \frac{V_0 x}{\sqrt{x^2 - c^2}} + \frac{dG}{dt} f_{10}$$

$$f_{10} = f_4 - x_b^4 - \frac{4(1+k)}{\pi} \left(f_5 - \frac{\pi x_b^3}{2} \right) + (1+2k) (f_6 - x_b^2)$$

Введем функцию Вагнера $\kappa(c) = V_0/dc/dt$, тогда уравнение (3.1) и функцию dG/dt можно представить в виде

$$y(x) = \int_0^x v_y(x, c) \frac{\kappa(c)}{V_0} dc, \quad \frac{dG}{dt} = \frac{dG}{dc} \frac{V_0}{\kappa(c)} \quad (3.2)$$

Для решения интегрального уравнения (3.2) применим процедуру обращения, описанную в [11]. Разделим обе части (3.2) на x и введем новые переменные $x^2 = \tau$, $c^2 = \sigma$. В этих обозначениях уравнение (3.2) примет вид

$$\frac{w_0}{\cos \beta \sqrt{\tau}} + \operatorname{tg} \beta = \int_0^{\tau} \frac{\kappa(\sigma) d\sigma}{2\sqrt{\sigma(\tau-\sigma)}} + \int_0^{\tau} \frac{dG}{d\sigma} \frac{f_{10}(\sigma, \tau) d\sigma}{\sqrt{\tau}} \quad (3.3)$$

Умножив обе части (3.3) на $1/\sqrt{z-\tau}$ и проинтегрировав по τ от 0 до z , изменяя порядок интегрирования, получим

$$\int_0^z \left(\frac{w_0}{\cos \beta \sqrt{\tau}} + \operatorname{tg} \beta \right) \frac{d\tau}{\sqrt{z-\tau}} = \int_0^z \frac{\kappa(\sigma) d\sigma}{2\sqrt{\sigma}} \int_{\sigma}^z \frac{d\tau}{\sqrt{(\tau-\sigma)(z-\tau)}} + \int_0^z \frac{dG}{d\sigma} d\sigma \int_{\sigma}^z \frac{f_{10}(\sigma, \tau) d\tau}{\sqrt{\tau(z-\tau)}} \quad (3.4)$$

В результате преобразования уравнения (3.4) получаем выражение для функции $\kappa(c)$

$$\begin{aligned} \kappa(c) &= \frac{2 \operatorname{tg} \beta}{\pi} + \frac{1}{\pi} \frac{d\omega(c)}{dc} + \frac{dG}{dc} \left(\frac{c}{l}\right)^2 \left[\frac{3}{8} \left(\frac{c}{l}\right)^2 - \frac{8(1+k)}{3\pi} \left(\frac{c}{l}\right) + \frac{1+2k}{2} \right] + \\ &+ \frac{G(c)c}{l^2} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{c}{l}\right)^2 - \frac{8(1+k)}{\pi} \left(\frac{c}{l}\right) + 1 + 2k \right] \\ \omega(c) &= 2 \int_0^c \frac{w_0 dx}{\cos \beta \sqrt{c^2 - x^2}} \end{aligned} \quad (3.5)$$

4. Определим гидродинамическое давление на поверхность дна. Пренебрежем квадратами скоростей упругих колебаний. Уравнение Коши — Лагранжа имеет вид [12]

$$\frac{\Delta p}{\rho} = - \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{1}{2} (v_x^2 + v_y^2) \quad (4.1)$$

$$v_x = \frac{V_0 x}{\sqrt{c^2 - x^2}}, \quad v_y = -V_0$$

где Δp — избыточное гидродинамическое давление на днице, ρ — плотность жидкости.

Дифференцируя (2.6) и подставляя в (4.1), получим

$$\frac{\Delta p}{\rho} = \frac{V_0 c}{\sqrt{c^2 - x^2}} \frac{dc}{dt} - \frac{d^2 G}{dt^2} f(x, c) - \frac{dG}{dt} \frac{dc}{dt} \frac{\partial f(x, c)}{\partial c} - \frac{V_0^2 c^2}{2(c^2 - x^2)} \quad (4.2)$$

Выражение (4.2) подставляется в правую часть (1.4) и интегрируется, причем в соответствии с [12] член $V_0^2 c^2 / 2(c^2 - x^2)$ интегрируется до координаты $x^* = c \sqrt{1 - \kappa^2(c)} / 4$. Поскольку явной зависимости $c(t)$ получить не удалось, дифференциальное уравнение (1.4) записывается относительно производной $d^2 G / dc^2$, с учетом следующих соотношений

$$\frac{d^2 G}{dt^2} = \frac{d^2 G}{dc^2} \left(\frac{dc}{dt}\right)^2 + \frac{dG}{dc} \frac{d^2 c}{dt^2}, \quad \frac{d^2 c}{dt^2} = - \frac{V_0}{\kappa^3(c)} \frac{d\kappa(c)}{dc}$$

Дифференциальное уравнение (1.4) интегрировалось численно методом Рунге — Кутты. Зависимость $t(c)$ можно определить из (3.5).

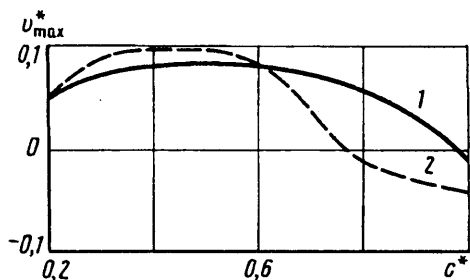
5. Из уравнения (1.4) можно определить систему безразмерных параметров, которые будут определяющими для гидроупругого взаимодействия дна с жидкостью

$$\Pi = \frac{E}{(1 - \mu^2) \rho V_0^2}, \quad \rho^* = \frac{\rho_m}{\rho}, \quad h^* = \frac{h}{l_0}$$

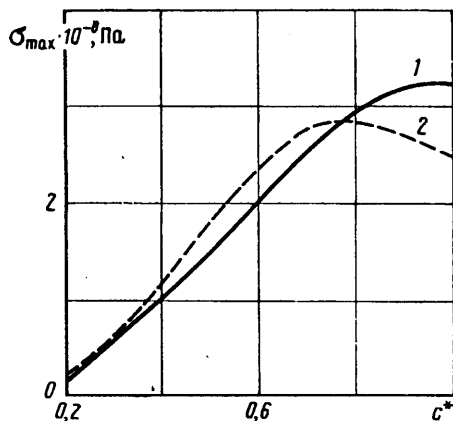
К этим параметрам следует добавить угол килеватости β , безразмерный начальный прогиб w_0^* , коэффициент распора K , коэффициент податливости k . Характер взаимодействия будет существенно зависеть от отношения периода собственных колебаний балки-полоски T_0 к времени T , за которое фронт давления в области разворота брызговой струи проходит длину балки. Для балки с двумя абсолютно жесткими заделками и при $K=0$ это отношение можно записать следующим образом:

$$\frac{T_0}{T} = \frac{\pi^2 \sqrt{12}}{\lambda_k^2 \sin \beta} \frac{1}{h^*} \sqrt{\frac{\rho^*}{\Pi}} \quad (5.1)$$

Для первого тона колебаний $\lambda_k = 4,73$. Следует ожидать, что при малых значениях параметра (5.1) нагружение пластин будет статическим, т. е. в уравнении (1.4) членом, содержащим $d^2 G / dt^2$, можно пренебречь. По мере уве-



Фиг. 4



Фиг. 5

личения параметра (5.1) от 0 до 1 коэффициент динамичности (отношение динамического прогиба к статическому) возрастает и достигает максимума (при резонансе). С увеличением коэффициента динамичности возрастают скорости упругих колебаний, а следовательно, становится существенным влияние гидроупругости. Параметр (5.1) будет увеличиваться при увеличении скорости погружения V_0 , уменьшении относительной толщины пластины h^* и угла килеватости β . В качестве материала упругого днища был выбран Д16: $E = 7 \cdot 10^{10}$ Па, $\rho_n = 2700$ кг/м³, $\mu = 0,3$. В процессе расчета на ЭВМ определялись: максимальный безразмерный прогиб пластины w_{\max}^* , отнесенный к длине l_0 , безразмерная максимальная скорость упругих колебаний v_{\max}^* (отнесенная к скорости погружения), максимальное напряжение σ_{\max} . Численное интегрирование позволяло получать зависимости указанных величин от безразмерной смоченной полуширины c^* ($c^* = 1$ соответствует полному замыву пластины клина).

В качестве примера на фиг. 3—5 представлены расчетные зависимости w_{\max}^* , v_{\max}^* , σ_{\max} от c^* при следующих значениях параметров: $\beta = 15^\circ$, $V_0 = 8$ м/с, $h^* = 0,029$, $K = 0$, $k = 0$, $T_0/T = 0,31$. Максимальные значения прогиба и скорости упругих колебаний будут в середине пластины, а максимальное значение напряжения — в жесткой заделке. На фиг. 3—5 показано два варианта расчета: первый вариант (линия 1) соответствует полному учету гидроупругого взаимодействия (в правую часть (1.4) подставляется давление (4.2), а $\kappa(c)$ определяется из (3.5)); второй вариант (линия 2) соответствует воздействию на упругий клин динамического давления, равного давлению, возникающему на погружающийся жесткий клин (в выражениях (3.5) и (4.2) отсутствуют члены с dG/dc , G , dG/dt , d^2G/dt^2). Из фиг. 3—5 видно, что в начальной стадии погружения влияние гидроупругости приводит к уменьшению w_{\max}^* и σ_{\max} , но по мере роста c^* до единицы эти величины при гидроупругом взаимодействии превышают значения w_{\max}^* и σ_{\max} , определенные без учета влияния гидроупругости. Например, при гидроупругом взаимодействии величина σ_{\max} превышает предел текучести σ_t ($\sigma_t = 3 \cdot 10^8$ Па), в то время как при динамическом нагружении $\sigma_{\max} < \sigma_t$. Объяснение эффекта дает рассмотрение выражения для гидродинамического давления (4.2): в начале погружения скорость $\sim dG/dt$ и ускорение $\sim d^2G/dt^2$ упругих колебаний положительны, что приводит к уменьшению давления. На поздних стадиях погружения скорость упругих колебаний уменьшается, а ускорение становится отрицательным, что приводит к возрастанию гидродинамического давления и более медленному спаду скорости упругих колебаний (фиг. 4).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Григолюк Э. И., Горшков А. Г. Взаимодействие упругих конструкций с жидкостью. Л.: Судостроение, 1976. 199 с.
2. Повецкий А. С. Посадка гидросамолета//Тр. ЦАГИ, 1939. Вып. 423. 83 с.
3. Шац В. Н. Исследование напряжений в обшивке днища при ударе судна о волну//Науч.-техн. о-во судостроит. пром-сти: Матер. по обмену опытом. Вып. 109. Л., 1968. С. 12—20.
4. Шац В. Н. Приближенное определение напряжений в пластинках при ударе днища о воду//Тр. Ленингр. ин-та. водн. транспорта. 1969. Вып. 96. С. 96—101.
5. Шац В. Н. Задача гидроупругости для пластин клина, погружающегося в жидкость//Тр. 7-й Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин. М.: Наука, 1970. С. 606—609.
6. Meyerhoff W. K. Die Berechnung Hydroelastischer Stösse// Schiffstechnik. 1965. В 12. № 60. S. 18—30; № 61. S. 49—64.
7. Постнов В. А., Ростовцев Д. М., Сулов В. П., Кочанов Ю. П. Строительная механика корабля и теория упругости. Т. 2. Л.: Судостроение, 1987. 412 с.
8. Постнов В. А., Калинин В. С., Ростовцев Д. М. Вибрация корабля. Л.: Судостроение, 1983. 248 с.
9. Седов Л. И. Теория нестационарного глиссирования и движения крыла со сбегаящими вихрями//Тр. ЦАГИ. 1936. Вып. 252. 40 с.
10. Лотов А. Б., Соколянский В. П. Погружение слабокилеватого симметричного профиля в жидкость//Уч. зап. ЦАГИ. 1974. Т. 5. № 6. С. 1—7.
11. Лотов А. Б. Глиссирование и быстрый вход тел в воду. М.: МФТИ, 1984. 107 с.
12. Логвинович Г. В. Гидродинамика течений со свободными границами. Киев: Наук. думка, 1969. 215 с.

Москва

Поступила в редакцию
30.VI.1992