

УДК 532.546:536.421

© 1993 г. Г. Г. ЦЫПКИН

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИССОЦИИИ ГАЗОВЫХ ГИДРАТОВ, СОСУЩЕСТВУЮЩИХ СО ЛЬДОМ В ПРИРОДНЫХ ПЛАСТАХ

Исследуется диссоциация газового гидрата, сосуществующего со льдом в низкотемпературных природных пластах. Построена математическая модель процесса, представляющая собой обобщение задачи Стефана и содержащая две неизвестные подвижные границы фазовых переходов — фронты диссоциации гидрата и плавления льда. Показано, что в высокопроницаемых пластах скорость поверхности диссоциации выше скорости поверхности плавления льда. При уменьшении проницаемости фронты меняются местами. Задача решена в автомодельном приближении.

Газовые гидраты в пластах могут сосуществовать с газом, водой, льдом, нефтью и т. д. [1—3]. Выбор оптимальных способов разработки месторождений связан с особенностями поведения гидрат-содержащего пласта, которые определяются фазовым составом и параметрами залежи.

Для описания разложения газовых гидратов в пластах были предложены математические модели, соответствующие случаям полного насыщения пор гидратом [4, 5], существованию смеси газ — гидрат [6] и смеси газ — вода — гидрат, находящейся в состоянии термодинамического равновесия [7]. Математические модели диссоциации гидратов строятся как обобщения задачи Стефана. В некоторых случаях учет дополнительных факторов не приводит к внутренним противоречиям в модели и поведение физической системы может быть описано в рамках фронтового подхода [4, 5]. В [7, 8] исследованы случаи, когда процесс диссоциации газовых гидратов в пластах может быть описан только с введением области объемных фазовых переходов.

Однако перечисленные модели не отражают всех возможных начальных состояний пласта. В последнее время большой интерес проявляется к исследованию гидратов в арктических областях [1—3]. Естественно начать рассмотрение с простейшей задачи, когда газовый гидрат сосуществует со льдом в пористой среде. Ниже будет показано, что в этом случае требуется построить новую математическую модель процесса диссоциации в пластах, содержащую две подвижные границы фазовых переходов. На одной границе будет иметь место разложение газового гидрата, а на другой — плавление льда. Найдено, что взаимное расположение подвижных неизвестных границ может изменяться в зависимости от параметров процесса.

1. Рассмотрим низкотемпературный (ниже  $0^{\circ}\text{C}$ ) гидратсодержащий пласт, поровое пространство которого заполнено смесью льда и газового гидрата. Изучим поведение пластовой системы при тепловом воздействии и понижении давления на неподвижной фиксированной поверхности, моделирующей скважину. Такое воздействие на пласт приведет к диссоциации газового гидрата и плавлению льда. Следовательно, в общем случае будут существовать две поверхности, соответствующие фазовым переходам каждого вещества. Если температуру плавления льда можно считать практически постоянной, то температура диссоциации газового гидрата сильно зависит от давления. Поэтому для высокопроницаемых пластов при значительном падении давления на скважине процесс диссоциации будет развиваться более интенсивно, нежели процесс плавления льда. В этом случае гидрат диссоциирует в области отрицательных температур и скорость движения этого фронта выше. В низкопроницаемых пластах процесс диссоциации

гидрата инициируется тепловым воздействием и разложение происходит при больших давлениях и температурах [7]. Фронт плавления льда в этом случае будет опережать фронт разложения гидрата.

Пусть скелет пористой среды, газовый гидрат и лед несжимаемы и неподвижны, вода является несжимаемой жидкостью, газ удовлетворяет уравнению Клапейрона, а капиллярные эффекты малы. Для вывода условий на фронте диссоциации представим газовый гидрат как гомогенную смесь газа и воды. Введем эффективные плотности газа  $\rho_{g0}$  и воды  $\rho_{w0}$  в поровом пространстве, заполненном гидратом, рассчитывая их как массы соответствующих компонент, отнесенные к объему, заполненному газовым гидратом. Тогда, рассматривая для определенности гидрат метана, получаем, что  $1 \text{ м}^3$  гидрата весом  $900 \text{ кг}$  при степени заполнения  $n=6$  содержит  $783,87 \text{ кг}$  воды и  $116,13 \text{ кг}$  газа. Отсюда получаем эффективные плотности воды и газа в гидратосодержащем объеме  $\rho_{w0} = 783,87 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_{g0} = 116,13 \text{ кг/м}^3$ .

2. Рассмотрим случай высокопроницаемого пласта, когда фронт диссоциации движется быстрее фронта плавления льда. Существуют три области, разделенные двумя подвижными границами. Область, примыкающая к неподвижной границе, представляет собой пласт, насыщенный смесью воды и газа. С учетом сделанных предположений в этой области справедлива система уравнений, представляющая собой законы сохранения масс, обобщенные законы Дарси, закон сохранения энергии и уравнение состояния Клапейрона

$$\begin{aligned}
 m \frac{\partial}{\partial t} S_w + \text{div } v_w &= 0 \\
 m \frac{\partial}{\partial t} [(1 - S_w) \rho_g] + \text{div } \rho_g v_g &= 0 \\
 v_j &= - \frac{k}{\mu_j} f_j(S_w) \text{ grad } P, \quad j = w, g \\
 \frac{\partial}{\partial t} (\rho e)_1 + \text{div} (\rho_g h_g v_g + \rho_w h_w v_w) &= \text{div} (\lambda_1 \text{ grad } T) \\
 P &= \rho_g R T \\
 \lambda_1 &= m S_w \lambda_w + m (1 - S_w) \lambda_g + (1 - m) \lambda_s \\
 (\rho e)_1 &= m S_w \rho_w e_w + m (1 - S_w) \rho_g e_g + (1 - m) \rho_s e_s
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Во второй области, расположенной между подвижными границами, где сосуществуют лед и газ, имеет место система уравнений

$$\begin{aligned}
 m \frac{\partial}{\partial t} [\rho_g (1 - S)] + \text{div } \rho_g v_g &= 0 \\
 v_g &= - \frac{k}{\mu_g} f_g(S) \text{ grad } P \\
 \frac{\partial}{\partial t} (\rho e)_2 + \text{div} (\rho_g h_g v_g) &= \text{div} (\lambda_2 \text{ grad } T) \\
 P &= \rho_g R T \\
 \lambda_2 &= m S_l \lambda_l + m (1 - S) \lambda_g + (1 - m) \lambda_s \\
 (\rho e)_2 &= m \rho_l e_l + m (1 - S) \rho_g e_g + (1 - m) \rho_s e_s
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

В третьей области гидрат — лед справедливо уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_3 \Delta T \tag{2.3}$$

$$a_3 = \lambda_3 / (\rho C)_3, \quad \lambda_3 = m v_0 \lambda_h + m (1 - v_0) \lambda_i + (1 - m) \lambda_s$$

$$(\rho C)_3 = m v_0 \rho_h C_h + m (1 - v_0) \rho_i C_i + (1 - m) \rho_s C_s$$

Здесь  $m$  — пористость,  $\rho$  — плотность,  $S$  — насыщенность  $H_2O$ ,  $v$  — гидратонасыщенность,  $v$  — скорость фильтрации,  $\mu$  — вязкость,  $k$  — проницаемость,  $f$  — относительная фазовая проницаемость,  $P$  — давление,  $T$  — температура,  $R$  — газовая постоянная,  $\lambda$  — теплопроводность,  $e$  — плотность внутренней энергии,  $h$  — плотность энтальпии. Индексы:  $w$  — вода,  $i$  — лед,  $h$  — гидрат,  $s$  — скелет пористой среды.

Вывод граничных условий на подвижных границах основан на использовании универсальных соотношений на поверхностях сильных разрывов [9, 10] и соображений молекулярного характера при условии непрерывности давления и температуры.

Условия на передней и задней границах, соответствующих фронтам диссоциации гидрата и плавления льда, имеют вид

$$\begin{aligned} \lambda_- (\text{grad } T)_{n-} - \lambda_+ (\text{grad } T)_{n+} - \rho_g h_g (v_g)_{n-} = \\ = m V_{*n} \{v_+ \rho_h h_h + (1 - v_+) \rho_i h_i - S_i \rho_i h_i - (1 - S) \rho_g h_g\} \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$- \rho_g (v_g)_{n-} = m V_{*n} \{v_+ \rho_{g0} - (1 - S) \rho_g\}$$

$$P_* = P_*(T_*)$$

$$\begin{aligned} \lambda_- (\text{grad } T)_{n-} - \lambda_+ (\text{grad } T)_{n+} - \rho_w h_w (v_w)_{n-} = m V_n^* (S_i \rho_i h_i - S_{w-p} h_w) \\ - \rho_w (v_w)_{n-} = m V_n^* (\rho_i S_i - \rho_w S_{w-}) \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$(v_g)_{n+} - (v_g)_{n-} = m V_n^* (S_{w-} - S), \quad T^* = 273,15 \text{ K}$$

Здесь  $V$  — скорость фронта фазового перехода. Индексы плюс и минус соответствуют значениям величин справа и слева на фронтах,  $n$  — нормаль, звездочка снизу и сверху соответствует значениям величин на передней и задней границе.

С использованием термодинамических соотношений и тождественных подстановок, из (2.1) в области газ — вода получаем

$$\begin{aligned} m \frac{\partial S_w}{\partial t} = \frac{k}{\mu_w} \text{div} [f_w (S_w) \text{grad } P] \\ (1 - S_w) \frac{\partial P}{\partial t} - P \frac{\partial S_w}{\partial t} - (1 - S_w) \frac{P}{T} \frac{\partial T}{\partial t} = \\ = \frac{k}{m \mu_g} \text{div} [f_g (S_w) P \text{grad } P] + \frac{k f_g (S_w)}{m \mu_g} \frac{P}{T} \text{grad } P \text{grad } T \\ (\rho C)_1 \frac{\partial T}{\partial t} - k \text{div} \left[ P \left( \frac{f_g}{\mu_g} + \frac{f_w}{\mu_w} \right) \text{grad } P \right] - \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$- \left( \rho_w C_w \frac{f_w}{\mu_w} + \frac{C_v P}{R T} \frac{f_g}{\mu_g} \right) \text{grad } P \text{grad } T = \text{div} (\lambda_1 \text{grad } T)$$

$$(\rho C)_1 = m S_w \rho_w C_w + m (1 - S_w) \rho_g C_p + (1 - m) \rho_s C_s$$

В системе (2.6) искомыми функциями являются  $P$ ,  $T$ ,  $S_w$ . Для области газ — лед система (2.2) после тождественных преобразований имеет вид

$$(1 - S) \frac{\partial P}{\partial t} - (1 - S) \frac{P}{T} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k f_g (S)}{m \mu_g} \text{div} (P \text{grad } P) +$$

$$+ \frac{k f_x(S_i) P}{m \mu_x T} \text{grad } T \text{ grad } P \quad (2.7)$$

$$(\rho C)_2 \frac{\partial T}{\partial t} - k \text{div} \left[ \frac{f_x(S_i)}{\mu_x} P \text{grad } P \right] - \\ - \frac{C_v P f_x(S_i)}{R T \mu_x} \text{grad } P \text{ grad } T = \text{div} (\lambda_2 \text{grad } T)$$

$$(\rho C)_2 = m S_i \rho_i C_i + m (1 - S_i) \rho_x C_p + (1 - m) \rho_s C_s$$

В системе (2.7) льдонасыщенность  $S_i$  является известной величиной, которая определяется по начальным значениям льдо- и гидратонасыщенности  $S_i = 1 - v_0 + 0,86v_0$ , что вытекает из молекулярных соображений при условии неподвижности льда.

В области сосуществования льда и гидрата справедливо уравнение (2.3).

После аналогичных преобразований условия на поверхностях диссоциации гидрата и плавления льда принимают вид

$$\lambda_+ (\text{grad } T)_{n+} - \lambda_- (\text{grad } T)_{n-} = m v_0 \rho_h q_{hi} V_{*n} \\ \frac{k}{\mu_x} f_x(S_i) (\text{grad } P)_{n-} = m \left( v_0 \frac{P_{g^0}}{\rho_{g^*}} + S_i - 1 \right) V_{*n} \quad (2.8)$$

$$\ln P_* = 24,38 - \frac{2655,6}{T_*}$$

$$\lambda_+ (\text{grad } T)_{n+} - \lambda_- (\text{grad } T)_{n-} = m S_i \rho_l q_{lw} V_n^* \\ \frac{k f_w(S_-)}{m \mu_w S_-} (\text{grad } P)_{n-} = \left( \frac{S_i}{S_-} \frac{\rho_l}{\rho_w} - 1 \right) V_n^* \quad (2.9)$$

$$\frac{k}{m \mu_x} [f_x(S_-) (\text{grad } P)_{n-} - f_x(S_i) (\text{grad } P)_{n+}] = (S_- - S_i) V_n^*$$

$$T^* = 273,15 \text{ K}$$

Здесь  $q_{hi}$  и  $q_{lw}$  — теплоты разложения гидрата на лед и газ и фазового перехода лед — вода соответственно.

Системы граничных условий (2.8) и (2.9) связаны уравнениями для давления и температуры (2.7) в промежуточной области газ — лед и по-существу составляют единую систему для определения неизвестных величин  $V_n$ ,  $V_n^*$ ,  $S_-$ ,  $P_n$ ,  $T_n$ ,  $P^*$ , а льдонасыщенность  $S_i$  вычисляется через начальное значение гидратонасыщенности  $v_0$ .

3. Пусть в начальный момент времени пласт имеет гидратонасыщенность  $v_0$  и температуру  $T_0$ . Зададим на неподвижной поверхности граничные значения давления  $P^0$  и температуры  $T^0$  такие, что точка  $(T^0, P^0)$  на фазовой диаграмме расположена в области существования воды и газа в свободном состоянии. Рассмотрим решение задачи в линейном приближении, когда отклонения искомым функций от начальных и граничных значений невелики. Представим искомые функции в виде

$$T = T^0 + T', P = P^0 + P', S = S^0 + S'$$

Тогда, пренебрегая малыми высшего порядка, в областях газ — вода и лед — газ имеем

$$\frac{\partial S_w'}{\partial t} = \alpha_w \Delta P', \quad \frac{\partial P'}{\partial t} + \delta \frac{\partial T'}{\partial t} = \alpha \Delta P'$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \omega \frac{\partial P'}{\partial t} = a_1 \Delta T'$$

$$a_1 = \frac{\lambda_1}{(\rho C)_1}, \quad \omega = -\frac{m(1-S^\circ)}{(\rho C)_1}, \quad \delta = -\frac{P^\circ}{T^\circ}, \quad (3.1)$$

$$\kappa_w = \frac{k f_w(S^\circ)}{m \mu_w}, \quad \kappa = \frac{k P^\circ}{m(1-S^\circ)} \left[ \frac{f_w(S^\circ)}{\mu_w} + \frac{f_x(S^\circ)}{\mu_x} \right]$$

$$\frac{\partial P'}{\partial t} = \kappa_s \Delta P', \quad \frac{\partial T'}{\partial t} = a_2 \Delta T'$$

$$\kappa_x = \frac{k f_x(S) P^\circ}{m(1-S) \mu_x}, \quad a_2 = \frac{\lambda_2}{(\rho C)_2} \quad (3.2)$$

В области лед — гидрат справедливо уравнение (2.3).

Рассмотрим одномерную полубесконечную задачу. Пусть  $x = X_*(t)$  — закон движения границы диссоциации, а  $x = X^*(t)$  — границы плавления льда. Если  $T_0, v_0, P^\circ, T^\circ$  — постоянные величины, то задача имеет автомодельное решение вида

$$T' = T'(\xi), \quad P' = P'(\xi), \quad S' = S'(\xi), \quad \xi = x/\sqrt{t}$$

$$X_*(t) = \beta_* \sqrt{t}, \quad X^*(t) = \beta^* \sqrt{t}, \quad V_* \equiv \dot{X}(t)$$

Решение системы (3.1) в области  $0 < x < X^*$  имеет вид

$$T(\xi) = T^\circ + \frac{\omega}{\alpha_1 - \alpha_2} [b_1 E_1(\xi) - b_2 E_2(\xi)]$$

$$P(\xi) = P^\circ + \frac{\delta}{\alpha_1 - \alpha_2} [(1 - \alpha_1) b_1 E_1(\xi) - (1 - \alpha_2) b_2 E_2(\xi)]$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{a_1}{\kappa} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left( 1 - \frac{a_1}{\kappa} \right)^2 + \frac{a_1 \delta \omega}{\kappa}}. \quad (3.3)$$

$$b_1 = \frac{1 - \alpha_2}{\omega} (T^* - T^\circ) + P^* - P^\circ, \quad E_1(\xi) = \frac{\operatorname{erf}(\sqrt{\alpha_1/a_1} \xi/2)}{\operatorname{erf}(\sqrt{\alpha_1/a_1} \beta^*/2)}$$

$$b_2 = \frac{1 - \alpha_1}{\omega} (T^* - T^\circ) + P^* - P^\circ, \quad E_2(\xi) = \frac{\operatorname{erf}(\sqrt{\alpha_2/a_1} \xi/2)}{\operatorname{erf}(\sqrt{\alpha_2/a_1} \beta^*/2)}$$

В области  $X^* < x < X_*$  решение системы (3.2) имеет вид

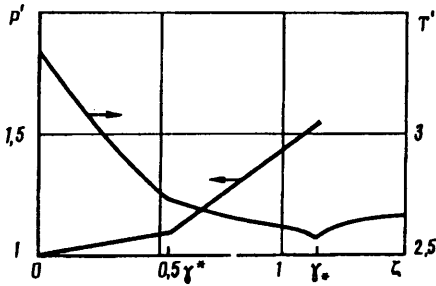
$$T(\xi) = T^* + (T_* - T^*) \frac{\operatorname{erf}(\xi/2 \sqrt{a_2}) - \operatorname{erf}(\beta^*/2 \sqrt{a_2})}{\operatorname{erf}(\beta_*/2 \sqrt{a_2}) - \operatorname{erf}(\beta^*/2 \sqrt{a_2})} \quad (3.4)$$

$$P(\xi) = P^* + (P_* - P^*) \frac{\operatorname{erf}(\xi/2 \sqrt{\kappa}) - \operatorname{erf}(\beta^*/2 \sqrt{\kappa})}{\operatorname{erf}(\beta_*/2 \sqrt{\kappa}) - \operatorname{erf}(\beta^*/2 \sqrt{\kappa})}$$

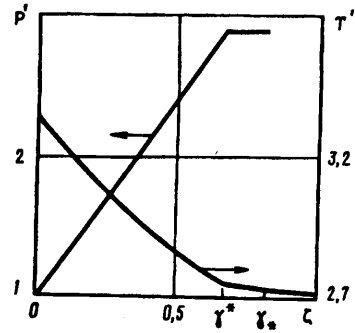
В области  $x > X^*$  распределение температуры определяется выражением

$$T(\xi) = T_0 + (T_* - T_0) \frac{\operatorname{erfc}(\xi/2 \sqrt{a_3})}{\operatorname{erfc}(\beta_*/2 \sqrt{a_3})} \quad (3.5)$$

Решения (3.3) — (3.5) подставляются в граничные условия (2.8) — (2.9),



Фиг. 1



Фиг. 2

которые составляют единую систему соотношений и в автомодельном приближении имеют вид

$$\lambda_3 \left( \frac{dT}{d\xi} \right)_+ - \lambda_2 \left( \frac{dT}{d\xi} \right)_- = \frac{1}{2} m v_0 \rho_h q_{h,l} \beta_*$$

$$\frac{k}{\mu_g} f_s(S) \left( \frac{dP}{d\xi} \right)_- = \frac{1}{2} \left( \frac{\rho_{g0}}{\rho_{g*}} v_0 + S_l - 1 \right) \beta_*$$

$$\ln P_* = 24,38 - \frac{2655,6}{T_*}$$

$$\lambda_2 \left( \frac{dT}{d\xi} \right)_+ - \lambda_1 \left( \frac{dT}{d\xi} \right)_- = \frac{1}{2} m S_l \rho_w q_{wv} \beta_* \quad (3.6)$$

$$\frac{k f_w(S_-)}{m \mu_w S_-} \left( \frac{dP}{d\xi} \right)_- = \frac{1}{2} \left( \frac{S_l}{S_-} \frac{\rho_l}{\rho_w} - 1 \right) \beta_*$$

$$\frac{k}{m \mu_g} \left[ f_s(S_-) \left( \frac{dP}{d\xi} \right)_- - f_s(S) \left( \frac{dP}{d\xi} \right)_+ \right] = \frac{1}{2} (S_- - S) \beta_*$$

$$T^* = 273,15 \text{ К}$$

Согласно формулам (3.3) — (3.5), производные, содержащиеся в уравнениях, зависят от  $T^*$ ,  $P^*$ ,  $T_*$ ,  $P_*$ ,  $\beta^*$  и  $\beta_*$ , которые вместе с  $S_-$  составляют систему искоемых величин в уравнении (3.6).

Данная система трансцендентных уравнений решалась численно. Расчеты проводились при следующих значениях параметров:

$$\begin{aligned} m &= 0,25, R = 520 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}, \rho_w = 10^3 \text{ кг/м}^3, \rho_h = 900 \text{ кг/м}^3, \rho_l = 910 \text{ кг/м}^3, \\ \rho_g &= 2000 \text{ кг/м}^3, \mu_w = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}, \mu_g = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с}, \\ \lambda_w &= 0,58 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}, \lambda_h = 2,11 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}, \lambda_l = 2,23 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}, \\ \lambda_g &= 3,4 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}, C_w = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}, \\ C_h &= 2,5 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}, C_l = 2,09 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}, C_g = 10^3 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}, \\ q_{hw} &= 3,34 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}, q_{hl} = 1,66 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}. \end{aligned}$$

Характерные распределения давления и температуры представлены на фиг. 1 при  $T_0 = 270 \text{ К}$ ,  $v_0 = 0,6$ ,  $T^* = 333 \text{ К}$ ,  $P^* = 10^6 \text{ Па}$ ,  $k = 10^{-15} \text{ м}^2$  ( $\xi = \xi/2 \sqrt{a_3}$ ,  $\gamma = \beta/2 \sqrt{a_3}$ ,  $P' = P/P^*$ ,  $T' = T \cdot 10^{-2}$ ).

Функция водонасыщенности  $S_w$  в первой области изменяется мало, так как уравнение для  $S_w$  первого порядка и все изменение отнесено на границу плавления

льда. В зависимости от проницаемости значение  $S_-$  может существенно меняться. Для случая, представленного на фиг. 1,  $S_- = 0,615$ , а при  $k = 6 \cdot 10^{-13} \text{ м}^2$   $S_- = 0,4$ .

Минимум температуры на переднем фронте свидетельствует о том, что процесс диссоциации инициируется падением давления и приток тепла к фронту осуществляется как из правой области лед — гидрат, так и из промежуточной области лед — газ. Температура на фронте при этом опускается значительно ниже начальной. Положение задней границы плавления льда в основном определяется подтоком тепла от неподвижной границы  $x = 0$ . При понижении граничной температуры к точке замерзания скорость фронта плавления стремится к нулю и размеры области газ — вода уменьшаются.

Уменьшение проницаемости (или увеличение давления  $P^*$ ) приводит к уменьшению скорости движения передней границы и протяженность промежуточной области стремится к нулю. Так, при  $k = 10^{-16} \text{ м}^2$  (остальные параметры — как на фиг. 1)  $\gamma^* = 0,54$ ,  $\gamma_* = 0,71$ . Критическое значение проницаемости, при котором рассматриваемая структура решения перестает существовать, зависит от начальных и граничных условий и параметров задачи и находится в окрестности  $k = 10^{-16} \text{ м}^2$ . Переход через критическое значение  $k$  соответствует переходу к такому режиму диссоциации, при котором инициирующим фактором является тепловой поток от неподвижной стенки. Давление на фронте разложения гидрата при этом повышается и диссоциация гидрата происходит при положительных температурах. В этом случае естественно предположить, что фронты фазовых переходов меняются местами и вначале будет двигаться фронт плавления льда, а затем — поверхность диссоциации гидрата. Построим математическую модель такой физической конфигурации, имеющей место при малых проницаемостях.

4. Сохраняя предположения разд. 1, рассмотрим случай низкопроницаемого пласта, когда фронт плавления льда движется быстрее фронта диссоциации. В этом случае также существуют три области, разделенные двумя подвижными границами. Первая и третья области совпадают с первой и третьей областями для случая, рассмотренного в предыдущем параграфе, а в промежуточной области существуют вода и гидрат. Тогда в первой области справедлива система (2.1), а в третьей — уравнение (2.3). Область гидрат — вода ограничена фронтами плавления льда и диссоциации гидрата. На правом переднем фронте плавления льда вследствие фазового перехода из-за изменения объема  $\text{H}_2\text{O}$ , давление должно падать, а на фронте диссоциации — возрастать. Изменение давления на фронте плавления льда невелико вследствие сравнительно малого различия плотностей воды и льда. Поэтому в данной задаче с большой степенью точности можно считать, что вода во второй области неподвижна и давление в ней приблизительно равно давлению на фронте диссоциации. Следовательно, в области гидрат — вода уравнения переноса вещества можно не рассматривать, достаточно рассмотреть уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_{22} \Delta T, \quad a_{22} = \frac{\lambda_{22}}{(\rho C)_{22}} \quad (4.1)$$

$$\lambda_{22} = m v_0 \lambda_h + m (1 - v_0) \lambda_w + (1 - m) \lambda_s$$

$$(\rho C)_{22} = m v_0 \rho_h C_h + m (1 - v_0) \rho_w C_w + (1 - m) \rho_s C_s$$

Соотношения на подвижных границах фазовых переходов выводятся, как в предыдущем случае, и после преобразований на границах плавления льда и диссоциации гидрата имеем

$$\lambda_3 (\text{grad } T)_{n+} - \lambda_2 (\text{grad } T)_{n-} = m \rho_w (1 - v_0) V_{*n}$$

$$T_* = 273,15 \text{ К}, \quad P_* = P^* \quad (4.2)$$

$$\lambda_2 (\text{grad } T)_{n+} - \lambda_1 (\text{grad } T)_{n-} = m v_0 \rho_h q_{hw} V_n^*$$

$$\frac{k f_s (S_-)}{\mu_s} (\text{grad } P)_{n-} = m V_n^* \left( v_0 \frac{\rho_{g0}}{\rho_s^*} - 1 + S_- \right) \quad (4.3)$$

$$\frac{k}{\mu_w} f_w (S_-) (\text{grad } P)_{n-} = m V_n^* \left( S_+ - S_- + v_0 \frac{\rho_{0w}}{\rho_w} \right)$$

$$\ln P^* = 49,32 - \frac{9459}{T^*}$$

Последнее уравнение в (4.3) представляет собой связь между давлением и температурой разложения гидрата на газ и воду, а  $q_{hw}$  — теплота диссоциации ( $q_{hw} = 5 \cdot 10^5$  Дж/кг).

Сохраняя предположения разд. 3, рассмотрим автомодельное решение задачи. Тогда в первой области (газ — вода) распределение давления и температуры определяется выражением (3.3). В промежуточной области (гидрат — вода) решение для температуры имеет вид (3.4), с той лишь разницей, что коэффициент температуропроводности  $a_2$  должен быть заменен на коэффициент  $a_{22}$ . В третьей области (лед — гидрат) справедливо выражение (3.5). Системы граничных условий (4.2), (4.3) связаны распределением температуры в промежуточной области и фактически составляют единую систему.

В автомодельном приближении сформулированная задача сводится к решению системы

$$\lambda_3 \left( \frac{dT}{d\xi} \right)_+ - \lambda_2 \left( \frac{dT}{d\xi} \right)_- = \frac{1}{2} m \rho_l q_{hw} (1 - v_0) \beta_*$$

$$T_* = 273,15 \text{ К}, \quad P_* = P^*$$

$$\frac{k f_s (S_-)}{\mu_s} \left( \frac{dP}{d\xi} \right)_- = \frac{1}{2} m \left( v_0 \frac{\rho_{g0}}{\rho_s^*} - 1 + S_- \right) \beta_*$$

$$\frac{k f_w (S_-)}{\mu_w} \left( \frac{dP}{d\xi} \right)_- = \frac{1}{2} m \left( S_+ - S_- + v_0 \frac{\rho_{0w}}{\rho_w} \right) \beta_* \quad (4.4)$$

$$\lambda_2 \left( \frac{dT}{d\xi} \right)_+ - \lambda_1 \left( \frac{dT}{d\xi} \right)_- = \frac{1}{2} m v_0 \rho_h q_{hw} \beta_*$$

$$\ln P^* = 49,32 - \frac{9459}{T^*}$$

В системе (4.4) искомыми функциями являются:  $\beta_*$ ,  $\beta^*$ ,  $P^*$ ,  $T^*$  и  $S_-$ . Система решалась численно при прежних значениях параметров. Характерные распределения давления и температуры приведены на фиг. 2. По сравнению с фиг. 1 начальные и граничные условия не изменялись, а значение проницаемости  $k = 10^{-17}$  м<sup>2</sup>. Это означает, что изменение параметров пласта качественно изменяет процесс диссоциации гидратов в низкотемпературных пластах.

Аналогичным образом меняется режим и при варьировании значения давления на неподвижной границе. Так, в предыдущем разделе был приведен пример решения при  $k = 10^{-16}$  м<sup>2</sup> и  $P^0 = 10^6$  Па. При увеличении давления  $P^0$  интенсивность диссоциации снижается, что выражается в сближении границ. Дальнейший рост  $P^0$  приводит к смене режима и границы меняются местами (впереди находится фронт плавления льда):  $\gamma^* = 0,73$ ,  $\gamma_* = 0,83$ . Снижение интенсивности отбора газа может привести к тому, что рассмотренный здесь режим диссоциации



будет существовать и при достаточно высоких проницаемостях. Например, при  $P^* = 4 \cdot 10^6$  Па,  $k = 10^{-15}$  м<sup>2</sup> (остальные параметры как на фиг. 1) расчеты дают:  $\gamma^* = 0,6$ ,  $\gamma_* = 0,82$ ,  $S_- = 0,76$ ,  $T^* = 277,3$ ,  $P^* = 4,03 \cdot 10^6$  Па.

Рассмотренная задача может представлять интерес для анализа данных, полученных, например, сейсмоакустическим методом диагностики пласта, так как свойства льда и газового гидрата различаются мало и, чтобы различить льдо-насыщенную и гидратонасыщенную области, потребуется привлечь дополнительные соображения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sloan E. D., Jr., Fleyfel F. A molecular mechanism for gas hydrate nucleation from ice//AIChE Journal. 1991. V. 37. № 9. P. 1281—1292.
2. Kamath V. A., Godbole S. P. Evaluation of hot-brine stimulation technique for gas production from natural gas hydrates//J. P. T. 1987. V. 39. № 11. P. 1379—1388.
3. Ершов Э. Д., Лебедеко Ю. П., Чувилин Е. М. и др. Особенности существования газовых гидратов в криолитозоне//Докл. АН СССР. 1991. Т. 321. № 4. С. 788—791.
4. Черский Н. В., Бондарев Э. А. О тепловом методе разработки газогидратных залежей//Докл. АН СССР. 1972. Т. 203. № 3. С. 550—552.
5. Selim M. S., Sloan E. D. Heat and mass transfer during the dissociation of hydrates in porous media//AIChE Journal. 1989. V. 35. № 6. P. 1049—1052.
6. Веригин Н. Н., Хабибуллин И. Л., Халиков Г. А. Линейная задача о разложении гидратов газа в пористой среде//Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 1. С. 174—177.
7. Бондарев Э. А., Максимов А. М., Цыпкин Г. Г. К математическому моделированию диссоциации газовых гидратов//Докл. АН СССР. 1989. Т. 308. № 3. С. 557—577.
8. Максимов А. М., Цыпкин Г. Г. О разложении газовых гидратов, сосуществующих с газом в природных пластах//Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 5. С. 84—87.
9. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1970. 492 с.
10. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 2. М.: Наука, 1987. 359 с.

Москва

Поступила в редакцию  
23.IV.1992