

УДК 532.546

© 1993 г. П. Г. БЕДРИКОВЕЦКИЙ, Е. В. МАНЕВИЧ, Р. ЭСЕДУЛАЕВ

ДВУХФАЗНОЕ ВЫТЕСНЕНИЕ СЖИМАЕМЫХ ЖИДКОСТЕЙ ИЗ СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНЫХ ПЛАСТОВ

При вытеснении нефти и воды газом основной вклад в явления неполноты вытеснения из реальных пластов вносит их слоистая неоднородность [1]. Процесс двухфазного вытеснения из тонких пластов несжимаемых жидкостей может быть описан в рамках модели модифицированных фазовых проницаемостей Курбанова — Хирна [1—3].

При закачке газов в нефтяные и водоносные пласты, при внедрении законтурных вод в истощаемые газовые месторождения существенную роль играет сжимаемость газовой фазы [4]. Эффекты сжимаемости при вытеснении нефти и воды газом из однородных пластов были обнаружены и проанализированы [5—7] на основе автомодельных решений одномерных задач вытеснения.

В данной работе выведены уравнения взаимного вытеснения с учетом сжимаемости одной из фаз в рамках модели модифицированных фазовых проницаемостей. Получено автомодельное решение одномерных задач вытеснения. Дан анализ роли сжимаемости при вытеснении из слоисто-неоднородных пластов.

1. Вывод уравнений вытеснения. Рассмотрим процесс вытеснения газа водой. Предполагается, что при вытеснении из слоисто-неоднородных пластов заполнение пропластков вытесняющей фазой происходит в порядке убывания проницаемостей [1, 2]. В непромытой зоне водонасыщенность s равна пределу гидродинамической подвижности s_* , в водонасыщенной зоне насыщенность равна предельному значению s^* . Таким образом, в промытой зоне подвижна только водная фаза, в невозмущенной зоне — только газовая.

Запишем модифицированный закон Дарси для каждой из фаз

$$W_1 = - \frac{k(z) f_1(s^*)}{\mu_1} \frac{\partial p'}{\partial x'} \quad (1.1)$$

$$W_2 = - \frac{k(z) f_2(s_*)}{\mu_2} \frac{\partial p'}{\partial x'}$$

Здесь $k(z)$ — изменение проницаемости по вертикальной координате, W_i — скорости фильтрации по горизонтали, индекс $i=1$ относится к водной фазе, $i=2$ — к газовой, μ_i — вязкости фаз, f_i — относительные фазовые проницаемости. Предполагается, что градиент давления в тонких пластах по вертикали не меняется, $\partial/\partial z(\partial p'/\partial x') = 0$.

Вычислим потоки фаз через поперечное сечение пласта [1]

$$\int_0^1 W_1 dz = - \frac{f_1(s^*)}{\mu_1} \frac{\partial p'}{\partial x'} \int_0^s k(z) dz = - \frac{K_1(S) f_1(s^*)}{\mu_1} \frac{\partial p'}{\partial x'} \quad (1.2)$$

$$\int_0^1 W_2 dz = - \frac{f_2(s_*)}{\mu_2} \frac{\partial p'}{\partial x'} \int_s^1 k(z) dz = - \frac{K_2(S) f_2(s_*)}{\mu_2} \frac{\partial p'}{\partial x'}$$

Здесь S — доля площади поперечного сечения зоны течения воды.
 Введем функцию распределения потоков F как долю потока водной фазы в суммарном потоке

$$\int_0^1 W_1 dz = FW, \quad \int_0^1 W_2 dz = (1 - F) W \quad (1.3)$$

$$F(S) = \left[1 + \left(\frac{f_2(s_*)}{\mu_2} \int_s^1 k(z) dz \right) / \left(\frac{f_1(s^*)}{\mu_1} \int_0^s k(z) dz \right) \right]^{-1} \quad (1.4)$$

$$W = - \left(\frac{f_1(s^*)}{\mu_1} \int_0^s k(z) dz + \frac{f_2(s_*)}{\mu_2} \int_s^1 k(z) dz \right) \frac{\partial p'}{\partial x'} \quad (1.5)$$

С учетом несжимаемости водной фазы уравнение неразрывно принимает вид

$$m \frac{\partial}{\partial t'} [Ss^* + (1 - S) s_*] + \frac{\partial}{\partial x'} [FW] = 0 \quad (1.6)$$

Здесь m — пористость.

Уравнение неразрывности газовой фазы, осредненное по сечению, имеет вид

$$m \frac{\partial}{\partial t'} [\rho_g(p') (S(1 - s^*) + (1 - S)(1 - s_*))] + \frac{\partial}{\partial x'} [(1 - F) \rho_g(p') W] = 0 \quad (1.7)$$

Здесь $\rho_g(p')$ — плотность газа.

Система уравнений (1.5) — (1.7) является замкнутой относительно неизвестных S , p' , W .

Отметим, что процесс вытеснения воды газом в рамках полученной системы (1.5) — (1.7) не описывается. Связано это с предположением о том, что вытесняющая фаза занимает наиболее проницаемые пропластки. В случае закачки газа в водоносный (нефтяной) пласт в зоне S имеем $s = s_*$.

$$\int_0^1 W_1 dz = - \frac{K_2(S) f_1(s^*)}{\mu_1} \frac{\partial p'}{\partial x'}, \quad \int_0^1 W_2 dz = - \frac{K_1(S) f_2(s_*)}{\mu_2} \frac{\partial p'}{\partial x'} \quad (1.8)$$

$$F'(S) = \left(1 + \frac{K_1(S) f_2(s_*) \mu_1}{K_2(S) f_1(s^*) \mu_2} \right)^{-1}$$

Уравнение (1.6) и уравнение неразрывности для газа примут вид

$$m \frac{\partial}{\partial t'} [Ss_* + (1 - S) s^*] + \frac{\partial}{\partial x'} [F'W] = 0 \quad (1.9)$$

$$m \frac{\partial}{\partial t'} [\rho_g(p') (S(1 - s_*) + (1 - S)(1 - s^*))] + \frac{\partial}{\partial x'} [(1 - F') \rho_g(p') W] = 0 \quad (1.10)$$

Закон Дарси для двухфазного потока (1.5) также изменится

$$W = - \left(\frac{f_1(s^*)}{\mu_1} \int_s^1 k(z) dz + \frac{f_2(s_*)}{\mu_2} \int_0^s k(z) dz \right) \frac{\partial p'}{\partial x'} \quad (1.11)$$

Уравнения (1.9) — (1.11) описывают процессы вытеснения воды (нефти) газом.

Обозначим долю сечения, занятого водой (нефтью), через S' . Очевидно, что $S' = (1 - S)$. Тогда уравнения (1.9), (1.10) преобразуются к виду

$$m \frac{\partial}{\partial t'} [S' s^\circ + (1 - S') s_*] + \frac{\partial}{\partial x'} F' (S') W = 0 \quad (1.12)$$

$$m \frac{\partial}{\partial t'} [\rho_x(p') (S' (1 - s^\circ) + (1 - S') (1 - s_*))] + \\ + \frac{\partial}{\partial x'} [(1 - F' (S')) \rho_x(p') W] = 0 \quad (1.13)$$

Уравнения (1.12), (1.13) имеют тот же вид, что и уравнения (1.6), (1.7). Решение будет определяться видом функций $F(S)$ и $F'(S')$. При вытеснении газа водой функция $F(S)$ выпукла, на входе в пласт задается условие $S = 1$. При вытеснении воды (нефти) газом функция $F'(S')$ вогнута, условия на нагнетательном конце $S' = 0$.

2. Одномерная задача вытеснения. Рассмотрим процесс закачки воды в слоисто-неоднородный пласт.

Введем следующие безразмерные переменные:

$$x = \frac{m x'}{\Omega (s^\circ - s_*)}, \quad t = \frac{K_0 m p_0 t'}{\mu_1 \Omega^2 (s^\circ - s_*)^2}, \quad p = \frac{p'}{p_0}$$

$$U' = \frac{\mu_1 \Omega W (s^\circ - s_*)}{K_0 m p_0}, \quad \mu = \frac{\mu_1}{\mu_2}, \quad K_0 = \int_0^1 k(S) dS$$

$$\rho = \frac{\rho_x(p')}{\rho_x(p_0)}$$

Здесь Ω — характерный размер пласта, p_0 — давление на нагнетательных скважинах, K_0 — средняя проницаемость. Предельная насыщенность s° полагается равной единице, а предел гидродинамической подвижности s_* — нулю.

Система уравнений (1.5) — (1.7) принимает следующий вид:

$$S_t + (U' F)_x = 0, \quad [\rho (1 - S)]_t + [\rho U' (1 - F)]_x = 0 \quad (2.1)$$

$$U' = - \left(\frac{K_1(S)}{K_0} + \frac{\mu K_2(S)}{K_0} \right) \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.2)$$

Процессу одномерного вытеснения из полубесконечного пласта отвечают следующие начальные и граничные условия:

$$x = 0: S = S^\circ, \quad p = 1; \quad t = 0: S = S_*, \quad p = p_* < 1 \quad (2.3)$$

Кроме того, начальные условия согласуются с условиями на бесконечности $p(\infty, t) = p_*$. Процессу вытеснения воды газом соответствуют значения насыщенности $S^\circ = 0, S_* = 1$, при вытеснении газа водой

$$S^\circ = 1, S_* = 0.$$

Отметим, что при постановке задачи вытеснения (2.3) вместо давления на бесконечности p_* можно задавать расход вытесняющей фазы на нагнетательных скважинах

$$x = 0: U' = \frac{U^\circ}{\sqrt{2t}} \quad (2.4)$$

Одномерная задача вытеснения (2.1) — (2.4) допускает автомодельное решение

$$S(x, t) = S(\xi), \quad p(x, t) = p(\xi), \quad U'(x, t) = \frac{U(\xi)}{\sqrt{2t}} \quad (2.5)$$

$$\xi = \frac{x}{\sqrt{2t}}$$

$$-\frac{dS}{d\xi} \xi + \frac{d[UF]}{d\xi} = 0, \quad -\frac{d[\rho(1-S)]}{d\xi} \xi + \frac{d[\rho U(1-F)]}{d\xi} = 0 \quad (2.6)$$

$$U(\xi) = - \left(\frac{K_1(S)}{K_0} + \frac{\mu K_2(S)}{K_0} \right) \frac{dp}{d\xi} \quad (2.7)$$

Краевые условия (2.3), (2.4) в автомодельных переменных принимают следующий вид:

$$\xi = 0: S = S^*, \quad p = 1, \quad U = U^* \quad (2.8)$$

$$\xi = \infty: S = S_*$$

Система уравнений (2.1) — (2.2) после подстановки выражения для суммарного расхода фаз U' в уравнения неразрывности (2.1) преобразуется в систему двух уравнений, параболическую по давлению и гиперболическую по насыщенности. Решения этой системы могут содержать разрывы. Условия Гюгонио на разрывах, полученные из дивергентных форм (2.1), имеют смысл баланса массы каждой из фаз на скачке

$$[S]D = [U'F], \quad [\rho(1-S)]D = [\rho U'(1-F)] \quad (2.9)$$

Здесь D — скорость распространения разрыва, $[\]$ — символ скачка.

Из уравнения (2.7) получаем, что давление на скачке меняется непрерывно, $[p] = 0$, поэтому и плотность газовой фазы на скачке меняется непрерывно.

Сокращая обе части второго соотношения (2.9) на величину $\rho(p)$ и складывая оба уравнения (2.9), получим, что $[U'] = 0$. Соотношение (2.9) принимает вид

$$[S]D = U'[F] \quad (2.10)$$

На разрыве меняется скачком только насыщенность S .

Обоснуем условия устойчивости скачка насыщенности. В малой окрестности разрыва ввиду непрерывности функции U' ее можно считать постоянной. Ее значение известно из краевого условия (2.8). Система уравнений (2.1), (2.2) сводится к первому уравнению (2.1) на насыщенность S . Оно имеет гиперболический тип. Условия устойчивости разрыва для одного гиперболического уравнения запишем в виде неравенства О. А. Олейник: скорость скачка со значения S^- в любую точку S из интервала $[S^-, S^+]$ не меньше скорости скачка из S^- в S^+

$$\frac{F(S^-) - F(S)}{S^- - S} \geq \frac{F(S^-) - F(S^+)}{S^- - S^+} = \frac{D}{U'}$$

Полученное условие эквивалентно следующим двум условиям: а) неравенству П. Лакса

$$F'_s(S^+) \leq \frac{D}{U'} = \frac{[F]}{[S]} \leq F'_s(S^-) \quad (2.11)$$

б) на плоскости (S, F) отрезок, соединяющий точки (S^-, F^-) и (S^+, F^+) , не пересекает участок кривой $F = F(S)$, заключенный между этими точками.

Критерий устойчивости скачка (2.11) может быть получен как условие существования структуры и разрыва насыщенности при введении в систему капиллярного скачка давления между фазами. Предполагается, что давления в

воде и в газе по толщине пласта постоянны. Поскольку заполнение пропластков вытесняющей фазой происходит в порядке убывания их проницаемостей, то контакт между фазами достигается в пропластках с проницаемостью $k(S)$. Средний радиус пор в этих пропластках и определяет величину капиллярного давления: $p_1 - p_2 = p_c(S)$. У полученной системы уравнений, аналогичной уравнениям Раппорта — Лиса, ищется стационарное решение в системе отсчета, связанной со скачком. Критерий (2.11) является условием существования этого решения.

3. Критерий смесеобразования. В случае, когда сжимаемость газовой фазы мала (т. е. когда пластовое давление много больше перепада давления, $\Delta p \ll p$), уравнения (1.6), (1.7) приводятся к одному гиперболическому уравнению

$$m \frac{\partial}{\partial t'} ((s^* - s_*) S) + W \frac{\partial}{\partial x'} F(S) = 0$$

При вытеснении газа водой функция $F(S)$ дается формулой (1.4). Наличие выпуклых и вогнутых участков на графике $F(S)$ определяет структуру решения задачи вытеснения.

Из вида модифицированных фазовых проницаемостей (1.2) следует, что

$$\begin{aligned} (K_1(S))_s' &= k(S), \quad K_1(0) = 0, \quad K_1(1) = K_0 \\ (K_2(S))_s' &= -k(S), \quad K_2(0) = K_0, \quad K_2(1) = 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$K_1(S) + K_2(S) = K_0$$

Здесь K_0 — средняя проницаемость. Производная функции $F(S)$ имеет вид

$$F_s'(S) = \frac{f_1(s^*) f_2(s_*) K_0 k(S)}{\mu_1 \mu_2 (K_1(S) f_1(s^*)/\mu_1 + K_2(S) f_2(s_*)/\mu_2)^2}$$

Значения F_s' в нуле и единице равны

$$F_s'(0) = \frac{k(0) \mu_2 f_1(s^*)}{K_0 \mu_1 f_2(s_*)}, \quad F_s'(1) = \frac{k(1) \mu_1 f_2(s_*)}{K_0 \mu_2 f_1(s^*)} \quad (3.2)$$

Задаче вытеснения газа водой соответствуют следующие условия:

$$x = 0: S = 1; \quad \frac{x}{l} = \infty: S = 0 \quad (3.3)$$

В решении задачи о распаде разрыва присутствует простая волна, если $F_s'(0) > 1$, $F_s'(1) < 1$. Согласно (3.2), это соответствует

$$\frac{k(0) \mu_2 f_1(s^*)}{K_0 \mu_1 f_2(s_*)} > 1, \quad \frac{k(1) \mu_1 f_2(s_*)}{K_0 \mu_2 f_1(s^*)} < 1 \quad (3.4)$$

Для фаз вода — газ всегда имеет место $\mu_1/\mu_2 > 1$. Поэтому первое неравенство (3.4) будет выполнено, если отношение максимальной проницаемости к средней много больше единицы, а второе неравенство (3.4) — если отношение минимальной проницаемости к средней много меньше единицы.

При выполнении неравенств (3.4) в зависимости от поведения функции плотности вероятности $f(k)$ при промежуточных значениях проницаемости в решении задачи (3.3) могут присутствовать промежуточные скачки. Однако зона смеси при этом образуется обязательно. Зона смеси образуется и при выполнении одного из неравенств (3.4).

Таким образом, при закачке воды в газовый пласт зона смеси образуется в случае сильной неоднородности пластов. Так, при $p = 30$ МПа $\mu_1/\mu_2 = 40$ для

выполнения условий (3.4) необходимо, чтобы $k(0)/K_0$ было больше 40 и $k(1)/K_0$ меньше 40.

Если оба неравенства (3.4) не выполнены, решение задачи (3.3) почти всегда достигается скачком. Это соответствует поршневому вытеснению и отсутствию заземления газа водой вследствие неполноты охвата.

4. Построение фазового портрета системы. Запишем систему обыкновенных дифференциальных уравнений (2.6), (2.7) в виде Коши

$$\frac{dS}{d\xi} = -\frac{1}{\rho dp} \left(\frac{U(1-F)/(1-S) - \xi}{UF_s' - \xi} \right) \frac{FU(1-S)K_0}{K_1(S) + \mu K_2(S)} \quad (4.1)$$

$$\frac{dU}{d\xi} = \frac{1}{\rho dp} \left(\frac{U(1-F)}{(1-S)} - \xi \right) \frac{U(1-S)K_0}{K_1(S) + \mu K_2(S)} \quad (4.2)$$

$$\frac{dp}{d\xi} = -\frac{UK_0}{K_1(S) + \mu K_2(S)} \quad (4.3)$$

В процессе вытеснения имеем $U' \geq 0$, функция $U'(x, t)$ непрерывна. Из (4.3) следует, что $p(x, t)$ — монотонно убывающая непрерывная функция. Этим свойствам функций $U(\xi)$ и $p(\xi)$ достаточно для построения фазового портрета уравнения (4.1) на плоскости (ξ, S) . В (4.1) при этом считается, что $p(\xi)$, $U(\xi)$ — заданные функции.

Рассмотрим процесс вытеснения газа водой. Устремим ξ к бесконечности и рассмотрим асимптотическое поведение решения. Давление p стремится к p_* . Из (4.2) при $\xi \rightarrow \infty$ имеем

$$p - p_* \sim \frac{2\nu}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi}^{\infty} \exp(-\nu^2 \xi^2), \quad U \sim \frac{2\nu}{\sqrt{\pi}} \mu \exp(-\nu^2 \xi^2)$$

$$\nu = \left(\frac{1}{2\mu} \lim_{p \rightarrow p_*} \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dp} \right)^{1/2}$$

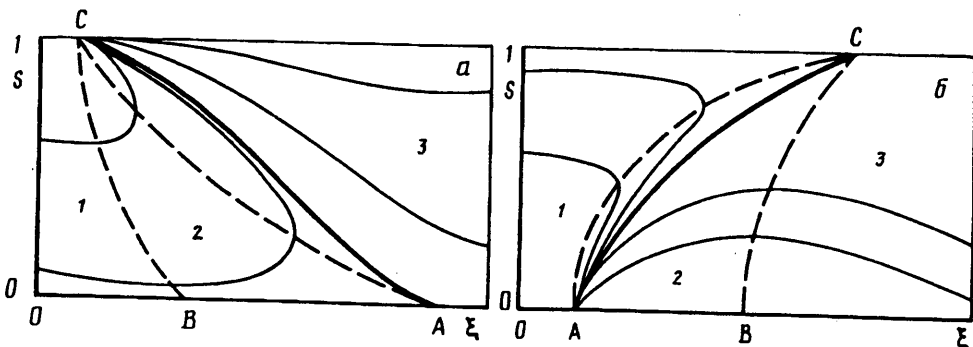
На фиг. 1, а изображен фазовый портрет системы уравнений (4.1) при вытеснении газа водой. Изоклинами нуля являются линии $\xi/U = (1-F)/(1-S)$, $S=0$, $S=1$. Изоклина бесконечности имеет вид $\xi/U = F_s'$. Для рассматриваемого случая взаимного вытеснения газа водой кривая распределения потоков $F(S)$ выпуклая, что соответствует реальному распределению пор по проницаемостям. Точки пересечения изоклин нуля и бесконечности особые: точка A является седлом, точка C — вырожденный узел. Изоклина нуля входит в ось $S=1$ в точке C и в ось ξ в точке B . В области 1 знак $dS/d\xi$ отрицателен. В области 2 он положителен; в 3 — снова отрицателен. На фиг. 1, а приведен вид фазовых траекторий. При ξ , стремящемся к бесконечности, $S(\xi)$ стремится к предельному значению $S(\infty)$. Из портрета видно, что существует единственная сепаратриса, соединяющая точки A и C . Она соответствует решению $S = S(\xi)$ задачи о вытеснении газа водой

$$S(\xi) = \begin{cases} 1; & 0 < \xi < U(\xi_c) F_s'(1) \\ S(\xi); & U(\xi_c) F_s'(1) < \xi < U(\xi_A) F_s'(0) \\ 0; & U(\xi_A) F_s'(0) < \xi < \infty \end{cases} \quad (4.4)$$

Решение гиперболического уравнения (2.1) с краевыми условиями $S^* = 1$, $S_* = 0$, $U(\xi) = U^* = \text{const}$ имеет вид

$$S = \begin{cases} 1; & 0 < \xi < U^* F_s'(1) \\ \xi = F_s' U^*; & U^* F_s'(1) < \xi < U^* F_s'(0) \\ 0; & U^* F_s'(0) < \xi < \infty \end{cases} \quad (4.5)$$

Это соответствует решению задачи о вытеснении газа водой в случае несжимаемого газа. Полученные результаты позволяют сделать вывод о роли сжимаемости газа при вытеснении воды (нефти) из слоисто-неоднородных пластов. Сжимаемость газа приводит к замедлению движения фронта вытеснения по наиболее проницаемости пропластку.



Фиг. 1

На фиг. 1, б изображен фазовый портрет системы уравнений (4.1) для случая вытеснения воды газом.

Изоклинами нуля являются линии $\xi/U = (1 - F)/(1 - S)$, $S = 0$, $S = 1$. Изоклины бесконечности имеют вид $\xi/U = F'_i$. В этом случае кривая распределения потоков $F(S)$ — вогнутая. Точки пересечения изоклины нуля и бесконечности — особые. Точка А является узлом. Изоклина бесконечности входит в ось ξ в точке А под прямым углом и совпадает по направлению с собственным вектором. Изоклина нуля касается оси $S = 1$ в точке С и совпадает по направлению с собственным вектором линеаризованной системы в окрестности точки С. Изоклина нуля входит в ось ξ в точке В. В области 1 знак $dS/d\xi$ отрицателен, в области 2 — положителен и в области 3 — снова отрицателен. На фиг. 1, б приведен вид фазовых траекторий. При ξ , стремящемся к бесконечности, $S(\xi)$ убывает и стремится к пределу $S(\infty)$.

Из портрета видно, что существует единственная сепаратриса, соединяющая точки А и С, она соответствует решению $S = S(\xi)$ задачи о вытеснении воды газом.

$$S(\xi) = \begin{cases} 0; & 0 < \xi < U(\xi_A) F'_i(0) \\ S(\xi); & U(\xi_A) F'_i(0) < \xi < U(\xi_C) F'_i(1) \\ 1; & U(\xi_C) F'_i(1) < \xi < \infty \end{cases} \quad (4.6)$$

Решение гиперболического уравнения (2.1) с краевыми условиями $S^* = 0$, $S_s = 1$, $U = U^* = \text{const}$ имеет вид

$$S = \begin{cases} 0; & 0 < \xi < U^* F'_i(0) \\ \xi = F'_i U^*; & U^* F'_i(0) < \xi < U^* F'_i(1) \\ 1; & U^* F'_i(1) < \xi < \infty \end{cases} \quad (4.7)$$

что соответствует решению задачи о вытеснении воды несжимаемым газом.

5. Вычисление показателей процесса вытеснения. Рассмотрим процесс вытеснения воды газом. Координата $x = 1$ соответствует галерее добывающих скважин. Интегрируя значение скорости фильтрации воды (нефти) по времени при $x = 1$, получим коэффициент вытеснения воды η_w . Для автомодельной переменной получим выражение

$$\eta_w = \int_{\xi}^{\infty} \frac{U(\lambda) F(S(\lambda))}{\lambda^2} d\lambda \quad (5.1)$$

В соответствии с (2.5) время t определяется по формуле

$$t = \frac{1}{2 \xi^{\tau}} \quad (5.2)$$

Интегрируя значение скорости фильтрации U' по времени при $x = 1$, получим объем добытой смеси к моменту t

$$V_1 = \int_{\xi}^{\infty} \frac{U(\lambda)}{\lambda^2} d\lambda \quad (5.3)$$

Аналогично объем закачанной фазы V_2 составит к моменту t

$$V_2 = \frac{U^*}{\xi} \quad (5.4)$$

Связь между временем t и переменной ξ в (5.3), (5.4) дается формулой (5.2). Соответствующие параметры для несжимаемого случая H_w — коэффициент охвата, v_1 — объем добытой смеси, v_2 — объем закачанной вытесняющей фазы определяются по формулам

$$H_w = U^* \int_{\xi}^{\infty} \frac{F(S(\lambda))}{\lambda^2} d\lambda \quad (5.5)$$

$$v_1 = v_2 = \frac{U^*}{\xi} \quad (5.6)$$

Время t и переменная ξ связаны по формуле (5.2). Рассмотрим вытеснение газа водой. Коэффициент охвата η_g вытеснения газа будем искать как отношение массы добытого газа к массе газа, первоначально находившегося в пласте. Координата x галереи добывающих скважин принимается равной единице. Тогда имеем

$$\eta_g(t) = \int_0^t \frac{U^* [1 - F(S)] \rho(p)}{\rho(p_*)} dt$$

Для автомодельной переменной в предположении, что плотность газа пропорциональна давлению, получим

$$\eta_g(\xi) = \frac{1}{p_*} \int_{\xi}^{\infty} \frac{U(\lambda) [1 - F(S(\lambda))] \rho(\lambda)}{\lambda^2} d\lambda \quad (5.7)$$

Для несжимаемого случая коэффициент охвата вытеснения газа определяется по формуле

$$H_g(\xi) = U^* \int_{\xi}^{\infty} \frac{1 - F(S(\lambda))}{\lambda^2} d\lambda \quad (5.8)$$

Выражения для объема закачанной и добытой смеси к моменту t остаются прежними. Связь между t и ξ в (5.7), (5.8) дается в (5.2).

Вычислим перепад давлений в предположении несжимаемости газовой фазы в зависимости от скорости U^* . Предположим, что в зоне смеси вытесняемая фаза является несжимаемой жидкостью, а в допрорывной зоне подчиняется уравнению состояния слабосжимаемой жидкости. Согласно (4.3), перепад давлений вычисляется по формуле

$$\Delta p = - \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{U(\xi) K_0}{K_1(S(\xi)) + \mu K_2(S(\xi))} d\xi$$

Здесь $S(\xi)$, $U(\xi)$ определяются из решения (4.7).

Для перепада давлений в зоне смеси получим

$$\Delta p = - (U^*)^2 \int_0^1 \frac{F_s'' K_0}{K_1(S) + \mu K_2(S)} dS \quad (5.9)$$

Решая задачу движения слабосжимаемой жидкости, получим, что перепад давлений $\Delta p_w = p(\xi_f) - p(\infty)$ определяется по формуле

$$\Delta p_w = p(\xi_f) - p(\infty) = \frac{U(\xi_f)}{(2\beta p_0/\pi)^{1/2}} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{t}} \exp(-t^2) dt \right) \exp\left(\frac{\xi_f^2 \beta p_0}{2}\right)$$

$$v = \frac{\xi_f \sqrt{\beta p_0}}{\sqrt{2}} \quad (5.10)$$

Здесь ξ_f — значение автомодельной переменной на фронте вытеснения, $p(\xi_f)$, $U(\xi_f)$ — значения давления и скорости соответственно, β — коэффициент сжимаемости газа, p_0 — давление на нагнетательных скважинах. В силу решения (4.7) $U(\xi_f) = U^*$, $\xi_f = U^* F_s' (1)$.

Итак, для $\xi \rightarrow \infty$ полный перепад давлений есть

$$1 - p_* = (U^*)^2 \int_0^1 \frac{F_s'' K_0}{K_1(S) + \mu K_2(S)} dS + \Delta p_w \quad (5.11)$$

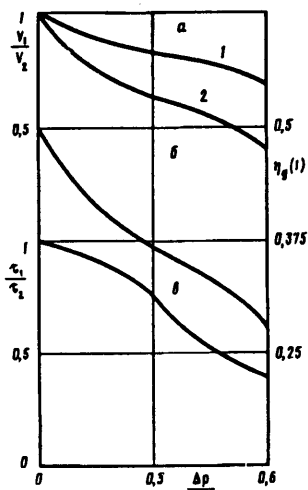
Таким образом, задавая в (5.11) перепад давления, определяем значение U^* , которое будет зависеть от характеристик пласта и фильтрационных свойств газа и жидкости.

6. Количественные эффекты сжимаемости. Рассмотрим процесс вытеснения газа водой. Вязкость воды полагается равной 1 сП, вязкость газа 0,025 сП. Согласно (5.8), (5.6), (4.5), коэффициент охвата при прокачке одного порового объема жидкости в несжимаемом случае есть функция распределения потоков и, следовательно, функция распределения пропластков по проницаемостям. Прямой зависимости $H_g(\xi = U^*)$ от разброса проницаемостей нет, однако при условии отсутствия скачков следует ожидать, что чем больше неоднородность пласта, тем меньше коэффициент охвата при прокачке одного порового объема. Рассматриваются пласты, для которых выполняются неравенства (3.4). Проведены расчеты для пластов с $H_g(\xi = U^*) = 0,5, 0,4, 0,3$. Для каждого из пластов рассмотрено вытеснение с различной репрессией. Приведем результаты для пласта с разбросом 200. Коэффициент охвата для несжимаемого газа при прокачке порового объема равен 0,5. Сжимаемость газа приводит к тому, что объем закачанной воды (нефти) V_2 больше объема добытой смеси V_1 . При увеличении репрессии отношение V_1 и V_2 при прокачке одного порового объема уменьшается: $V_1/V_2 = 0,87$ при $\Delta p = 0,2$; 0,8 при $\Delta p = 0,4$ и 0,71 при $\Delta p = 0,6$.

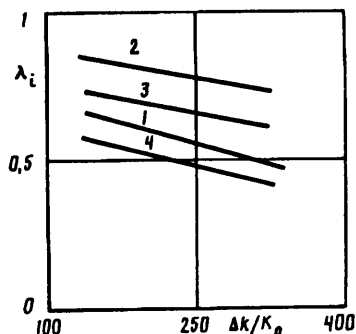
На фиг. 2, а кривая 1 отвечает зависимости отношения V_1/V_2 от репрессии. Таким образом, при увеличении репрессии становится существеннее сжимаемость газа. Кривая 2 на фиг. 2, а отвечает зависимости отношения V_1 и V_2 при прорыве вытесняющей фазы от репрессии, при $\Delta p = 0,2$ $V_1/V_2 = 0,70$, $\Delta p = 0,4$ $V_1/V_2 = 0,59$, при $\Delta p = 0,6$ $V_1/V_2 = 0,43$.

Сравним параметры взаимного вытеснения газа водой в случае сжимаемого и несжимаемого газа (4.4) и (4.5). Краевые условия в обоих случаях дополним: $p(\infty) = p_*$, т. е. рассмотрим одинаковый перепад давлений для задачи вытеснения газа водой в предположении сжимаемости и несжимаемости газа. Коэффициент охвата при прокачке одного порового объема в случае сжимаемого газа $\eta_g(\xi = U^*)$ меньше, чем в несжимаемом случае, при этом чем больше задаваемый перепад давлений, тем меньше $\eta_g(\xi = U^*)$.

Вид зависимости $\eta_g(\xi = U^*)$ от репрессии для того же пласта представлен на фиг. 2, б. При $\Delta p = 0,2$ $\eta_g(\xi = U^*) = 0,392$, при $\Delta p = 0,4$ $\eta_g(\xi = U^*) = 0,347$, $\Delta p = 0,6$ $\eta_g(\xi = U^*) = 0,275$. Скорость в сжимаемом случае $U(\xi_f)$, здесь ξ_f — значение автомодельной переменной на фронте вытеснения, всегда меньше скорости вытеснения в несжимаемом случае. Согласно (4.4), (4.5) и (2.5), величина $(U(\xi_f)/U^*)^2$ есть отношение времен прихода фронта вытеснения в несжимаемом случае τ_1 и в случае сжимаемого газа τ_2 . На фиг. 2, в изображена зависимость отношения τ_1 и τ_2 от репрессии. При увеличении репрессии отношение τ_1/τ_2 уменьшается, т. е. сжимаемость газа становится существеннее. Наконец, скорость



Фиг. 2



Фиг. 3

$U(0)$ в сжимаемом случае больше U° в случае несжимаемого газа. $U(0)$ увеличивается при увеличении репрессии. Если рассмотреть распределение проницаемостей с большим разбросом, то при одинаковых репрессиях коэффициент охвата в сжимаемом и несжимаемом случаях уменьшается. При этом отношение $\eta_c (\xi = U(0)) / H_g (\xi = U^\circ)$ также уменьшается с увеличением неоднородности пласта. На фиг. 3 приведены указанные отношения при репрессии $\Delta p = 0,4$ для $(k(0) - k(1)) / K_0$, равном 200 и 300. Линия 1 соответствует отношениям закачанного и добытого объема при прокачке одного порового объема. Линия 2 — отношение объемов при прорыве вытесняющей фазы. Отношение времен прорыва в сжимаемом и несжимаемом случаях — линия 4 и отношение коэффициентов охвата в сжимаемом и несжимаемом случаях — линия 3. Из графика видно, что при увеличении неоднородности пласта все отношения уменьшаются, т. е. сжимаемость газа становится существеннее. Так, например, отношение объемов добытой и закачанной смеси при прорыве вытесняющей фазы при $\Delta k / K_0 = 200$ равно 0,587, а при $\Delta k / K_0 = 300 - 0,480$.

Для процесса вытеснения воды газом сжимаемость газа приводит к незначительному ускорению движения фронта вытеснения (по наиболее проницаемому пропластку) и ускорению фронта полного вытеснения (по наименее проницаемому пропластку). Все количественные эффекты сжимаемости газа по сравнению с вытеснением несжимаемым газом составляют менее 1%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Курбанов А. К., Атанов Г. А. К вопросу о вытеснении нефти водой из неоднородного пласта // Нефть и газ Тюмени. 1972. № 13. С. 36—38.
2. Hearn C. L. Simulation of stratified waterflooding by pseudo relative permeability curves // J. Petrol. Technol. 1971. V. 28. № 7. P. 805—813.
3. Каневская Р. Д. Асимптотический анализ влияния капиллярных и гравитационных сил на двумерный фильтрационный перенос двухфазных систем // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 4. С. 88—95.
4. Закиров С. Н., Латук Б. Б. Проектирование и разработка газовых месторождений. М.: Недра, 1974. 374 с.
5. Филинов М. В., Марон В. И., Рохлин И. М. Об учете сжимаемости при фильтрации многофазной жидкости // Тр. Моск. ин-та нефтехим. и газовой пром-сти. 1969. Вып. 79. С. 37—45.
6. Бедриковецкий П. Г., Каневская Р. Д., Лурье М. В. Эффекты сжимаемости при вытеснении воды и нефти газом // Докл. АН СССР. 1984. Т. 276. № 2. С. 319—324.
7. Осипова Г. А., Рассохин Г. В., Цибульский Г. П. Одномерная задача о непоршневом вытеснении газа водой с учетом капиллярных сил // Изв. АН СССР. МЖГ. 1972. № 1. С. 68—73.