

УДК 532.546

© 1993 г. Э. Н. БЕРЕСЛАВСКИЙ, В. В. МАТВЕЕВ

АНАЛИЗ СИСТЕМАТИЧЕСКОГО ДРЕНАЖА ОРОШАЕМЫХ ЗЕМЕЛЬ ПРИ НАЛИЧИИ СОЛЕННЫХ ПОДПОРНЫХ ВОД

Одним из основных средств борьбы с подтоплением территорий при осушении сельскохозяйственных земель, при промывках засоленных почв и т. п. является систематический горизонтальный дренаж. При изучении последнего используются как точные аналитические [1—6], так и различные приближенные [7—10] и численные [11—13] методы. Названные исследования относятся главным образом к фильтрации в пластах, изолированных снизу непроницаемой границей в виде водоупора. Поэтому решение подобных фильтрационных задач в условиях подпора со стороны нижележащих соленых вод, когда одновременно учитываются орошение и дренаж (что весьма характерно для зон аридного климата), представляется практически важным и актуальным.

1. Постановка задачи и ее решение. Рассматривается плоская установившаяся фильтрация (по закону Дарси) в однородном грунте из системы каналов ширины $2l$ к затопленному систематическому дренажу при условии равномерной и постоянной инфильтрации интенсивности ε на свободную поверхность или испарения с нее (при $\varepsilon < 0$). Дренаж моделируется бесконечной системой равнодебитных трубчатых дрен с диаметром d и заданным значением напора H_0 в их верхней точке M_0 ; все дрены расположены посередине между каналами на расстоянии $2L$ друг от друга и на одной глубине S . Как это принято в задачах подобного рода [14], задается величина H_0 — исходная поверхность соленых вод — и предполагается, что между пресными и солеными водами существует резко выраженная переходная зона, толщиной которой можно пренебречь. Один из полупериодов течения представлен на фигуре.

Исследование описанной модели сводится к построению области течения $z = x + iy$ и двух взаимно сопряженных внутри нее функций φ (потенциал скорости) и ψ (функция тока) при следующих краевых условиях:

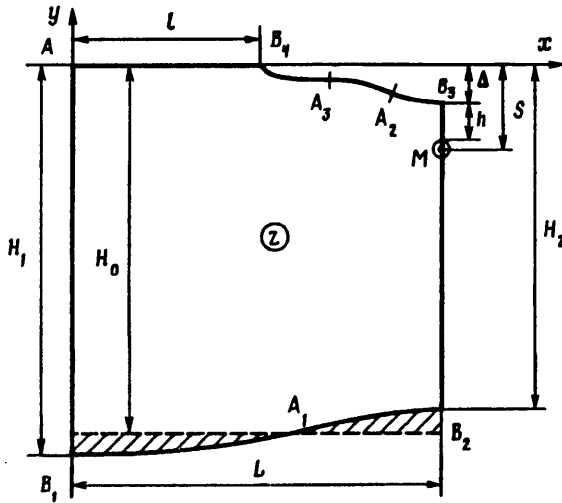
$$AB_1: x = 0, \psi = 0; AB_4: y = 0, \varphi = 0;$$

$$B_1B_2: \psi = 0, \varphi - \rho y = \text{const}; B_2M: x = L, \psi = 0; \quad (1.1)$$

$$MB_3: x = L, \psi = Q_\varepsilon; B_3B_4: \varphi + y = 0, \psi = Q_\varepsilon + \varepsilon(x - L)$$

Здесь $\omega = \varphi + i\psi$ — комплексный потенциал течения, $\rho = \rho_2/\rho_1 - 1$, ρ_1 и ρ_2 — плотности пресных и соленых вод, Q_ε — искомый фильтрационный расход дрены на единицу ее длины в пределах рассматриваемой области. Будем оперировать приведенными величинами z и ω , связанными с фактическими соотношениями $z = z_\phi/H_0$, $\omega = \omega_\phi/(kH_0)$, где k — коэффициент фильтрации грунта.

Решение рассматриваемой многопараметрической задачи получено с приме-



нением аналитической теории линейных дифференциальных уравнений [14] и имеет вид [6]

$$\frac{dz}{d\tau} = \frac{-Ci(1+\rho)}{\varepsilon(1-\varepsilon)\rho} \left[\frac{g_1 e^{\pi i \tau} \vartheta_2(\tau + i\alpha) \vartheta_2(\tau - i\beta) \vartheta_1(\tau + i\gamma)}{\vartheta_4^3(\tau) \Delta_M \sqrt{\Delta_A}} - \frac{g_2 e^{\pi i \tau} \vartheta_2(\tau - i\alpha) \vartheta_2(\tau + i\beta) \vartheta_1(\tau - i\gamma)}{\vartheta_4^3(\tau) \Delta_M \sqrt{\Delta_A}} \right] \quad (1.2)$$

$$\frac{d\omega}{d\tau} = C \left[\frac{e^{\pi i \tau} \vartheta_2(\tau + i\alpha) \vartheta_2(\tau - i\beta) \vartheta_1(\tau + i\gamma)}{\vartheta_4^3(\tau) \Delta_M \sqrt{\Delta_A}} + \frac{e^{-\pi i \tau} \vartheta_2(\tau - i\alpha) \vartheta_2(\tau + i\beta) \vartheta_1(\tau - i\gamma)}{\vartheta_4^3(\tau) \Delta_M \sqrt{\Delta_A}} \right]$$

$$C > 0, \quad \Delta_A = N_A^2 + (1 - N_A^2) \operatorname{sn}^2(2K\tau, k)$$

$$N_A = \operatorname{sn}(2K\tau_A, k'), \quad \Delta_M = 1 - (1 - k'^2 N_M^2) \operatorname{sn}^2(2K\tau, k)$$

$$N_M = \operatorname{sn}(2K\tau_M, k'), \quad g_{1,2} = (1 \pm r)(r \mp \varepsilon), \quad r = \sqrt{\varepsilon(\rho + \varepsilon)/(1 + \rho)}$$

Здесь ϑ_i — известные тета-функции Якоби (см., например, [14]). В качестве вспомогательной области используется прямоугольник области τ со сторонами $1/2$ и $\Lambda/2$, где $\Lambda = K'/K$, $K = K(k)$ — полный эллиптический интеграл первого рода при модуле k .

В уравнениях (1.2) α , β и γ — неизвестные заранее параметры конформного отображения, связанные соотношением и условиями

$$\alpha + \beta - \gamma = \Lambda/2 + \pi^{-1} \operatorname{arth}(\varepsilon/r)$$

$$0 \leq \beta < \gamma = \Lambda/2, \quad 0 \leq \beta < \alpha \leq \Lambda/2 \quad (1.3)$$

Условия (3) регламентируют положения точек перегиба A_1 (линии раздела B_1B_2), A_2 и A_3 (кривой депрессии B_3B_4) и в конечном счете область применимости принятой схемы течения.

В прямой физической постановке параметры C , k , τ_A , τ_M , две из трех величин α , β и γ , а также ордината τ_0 точки M_0 в плоскости τ являются искомыми и

Таблица 1

Параметры	ε			ρ			l		
	0,0005	0,005	0,05	0,08	0,10	0,30	0,2	1,0	1,6
H_1	2,000	2,001	2,007	2,002	2,001	2,000	2,001	2,001	2,001
H_2	1,675	1,678	1,689	1,554	1,678	1,911	1,776	1,678	1,697
h	0,172	0,174	0,189	0,175	0,175	0,175	0,164	0,175	0,200
Q_c	0,122	0,120	0,104	0,118	0,119	0,199	0,060	0,119	0,195

Таблица 2

Параметры	L			S			d		
	1,6	2,0	2,3	0,3	0,4	0,5	0,05	0,3	0,5
H_1	2,001	2,001	2,002	2,001	2,001	2,001	2,001	2,001	2,002
H_2	1,842	1,678	1,522	1,770	1,705	1,650	1,765	1,648	1,624
h	0,185	0,175	0,172	0,073	0,116	0,234	0,294	0,111	0,000
Q_c	0,154	0,119	0,102	0,099	0,114	0,122	0,094	0,126	0,131

Таблица 3

S	H_1	H_2	Q_c	d	H_1	H_2	Q_c
0,3	2,139	1,808	0,157	0,05	2,188	1,700	0,197
	2,001	1,770	0,099		2,001	1,765	0,094
0,4	2,200	1,671	0,214	0,2	2,233	1,562	0,242
	2,001	1,705	0,114		2,001	1,678	0,119
0,5	2,270	1,365	0,270	0,4	2,270	1,410	0,290
	2,002	1,650	0,122		2,002	1,630	0,130

для их нахождения служат величины l , L , S , d , H_0 , H_s , а также условие $\frac{dz}{d\omega} \Big|_{\tau=\tau_M} = 0$.

После нахождения искомым параметров определению подлежат: наибольшее H_1 и наименьшее H_2 расстояния границы раздела от плоскости $y = 0$; превышение кривой депрессии h в створах дрен над их контуром; фильтрационные расходы из канала Q_c и дрены Q_s , связанные соотношением $Q_s = Q + \varepsilon(L - \varepsilon)$, а также координаты точек кривой депрессии и линии раздела. На фигуре изображена правая половина каймы для случая $H_0 = 2,0$; $\varepsilon = 0,01$; $\rho = 0,10$; $l = 1,00$; $S = 0,45$; $d = 0,20$; $H_s = 0,20$; $L = 2,00$.

Рассмотрим частные и предельные случаи.

1) Схема незатопленного открытого дренажа [15]. Решение для этого случая получается из (2) с заменой α на $\alpha - i/2$, β на $-\beta$ и γ на $(-\Lambda/2 + i/2)$. Если к тому же $\tau_A = 1/2$, $\Delta_A = 1$ и $\alpha = \alpha_0 = \Lambda/2$, то имеем течение при отсутствии каналов ($l = 0$), которое впервые исследовано в [16].

2) Модель дренажа при отсутствии инфильтрации или испарения [17]. Решение для этого случая получается из (1.2) предельным переходом при $\varepsilon \rightarrow 0$. Если в (1.2) зафиксировать параметры

отображения, то при $\tau_A = \Lambda/2$, $\Delta_A = 1$ и $\gamma = \Lambda/2$, приходим к случаю, исследованному в [18]. Если, кроме того, $\rho = \infty$, то найдем решение задачи, рассмотренной в [3].

3) Отсутствие дренажа [19, 20]. Этот случай получается из (1.2) при $\tau_B = \Lambda/2$, $N_B = 1$, $Q_x = 0$ заменой ε на $-\varepsilon$, α и β на $\Lambda/2$, γ на $\Lambda/2 + i\alpha$.

2. Сопоставление результатов для дренажа различной конструкции (щелевого и трубчатого). В [15] был проведен анализ численных экспериментов для фильтрационной схемы с незатопленным дренажом. Для сопоставления результатов будем рассматривать фильтрационную схему с теми же параметрами, что и в [15]: $H_0 = 2,00$; $\varepsilon = 0,01$; $\rho = 0,10$; $l = 1,00$; $S = 0,45$; $L = 2,00$; $d = 0,20$; $H_x = 0,20$. В табл. 1 и 2 приведены результаты численных экспериментов для данного случая, когда все физические параметры фиксировались, а один варьировался. Для большей наглядности в табл. 3 помещены результаты при различных значениях глубины заложения и размеров дрены (верхняя строка соответствует незатопленному дренажу).

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы.

Параметры ε мало влияет на размеры каймы (специфические скопления пресных грунтовых вод над покоящимися солеными обычно называются в гидрогеологии каймами). Однако по сравнению с незатопленным дренажом здесь полностью изменяется характер поведения глубины H_1 соленых вод. Последняя теперь увеличивается с ростом ε , хотя и незначительно — всего на 0,35%. Величина H_1 практически не реагирует на изменения всех других физических параметров, оставаясь постоянной и равной 2,001. Параметр ρ (табл. 1) оказывает наибольшее влияние на глубину H_2 соленых вод: возрастание ρ от 0,08 до 0,3 сопутствует увеличению H_2 на 23%. А это больше, чем при варьировании любого другого параметра, но в 2 с лишним раза меньше, чем в случае незатопленного дренажа при том же изменении параметра ρ .

Наибольшее влияние на величину h оказывают параметры, характеризующие дренаж, — диаметр d и напор H_x на ее контуре. Так, при увеличении диаметра от 0,05 до 0,4 расстояние от точки B_3 до контура дрены уменьшается больше чем в 5 раз.

Ширина канала l , как и в случае с незатопленным дренажом, больше остальных параметров влияет на изменение расходов Q_k и Q_x . Так, восьмикратное возрастание ширины канала приводит к увеличению Q_k и Q_x на 221 и 153% соответственно.

Отчетливо выявляются те же закономерности, что и в случае незатопленного дренажа. Во-первых, это увеличение фильтрационных расходов с ростом плотности соленых вод, с расширением канала, уменьшением междренного расстояния, укрупнением и углублением дрены. Во-вторых, увеличение интенсивности инфильтрации способствует уменьшению расхода из канала и увеличению расхода дрены.

Для обоих разделов табл. 3 величина H_1 больше на 7—13,4% в случае незатопленного дренажа. Можно отметить, что при неглубоком залегании дрены от кровли почвенного слоя ($S \leq 0,36$) граница раздела ближе подтягивается к дрене в случае затопленной дрены и, наоборот, при приближении дрены к подошве. При $S = 0,5$ разница между соответствующими значениями H_2 достигает почти 22%. При варьировании размера дрены для фиксированного значения $S = 0,45$ граница раздела всегда ближе к дрене в случае, когда она незатоплена, причем разница между значениями H_2 изменяется от 3,8% при малых размерах дрены до 15,6% — при больших.

3. Критические режимы. Расчеты показали, что для исходной схемы течения возможности понижения напора в конечном счете ограничены определенным значением H_x^* , по достижении которого имеем $\gamma = \gamma_*$. При этом, как следует из

решения (1.2), кривая депрессии в точке B_4 выполаживается, что приводит к слиянию двух точек перегиба в одну и является предупреждением начинающегося подтопления. Так, для значения $H_z = 0,005$ получено $\gamma = 0,6068 \approx \gamma_*$ и, стало быть, $H_z^* = 0,005$. В обсуждаемом варианте отчетливо наблюдается режим течения, предшествующий затоплению: кривая депрессии вот-вот выйдет на поверхность почвы ($\Delta = 0,0061$), а расход из канала совсем близок к нулю ($Q_k = 0,0049$). С учетом изложенного естественно связать уменьшение параметра γ с давлением на дрене, рассматривая этот факт как способствующий появлению на кривой депрессии точек перегиба.

Анализ влияния размера дрены на картину течения показывает, что увеличение диаметра дрены приводит к увеличению отводимого дренажной расходом или снижению кривой депрессии, чему способствует уменьшение параметра α . Однако при увеличении диаметра дрены d до некоторого определенного значения d_* , являющегося максимально допустимым, кривая депрессии опускается до такого положения, при котором над верхней точкой дрены M_0 уже не имеется подпора грунтовых вод и она «упирается» в эту точку. При этом параметр α достигает значения α_* , так что на кривой депрессии в точке B_3 , как следует из (1.2), имеем $dy/dx = -\infty$ — эта точка становится точкой заострения кривой депрессии. Дальнейшее увеличение диаметра дрены может привести к прорыву в нее сверху атмосферного воздуха. Так, для рассматриваемого варианта критическим диаметром дрены, при котором $h = 0$, является значение $d_* = 0,55$. Таким образом, параметр α служит своеобразным индикатором наступления режима, который характеризуется возможной дестабилизацией кривой депрессии.

Еще одна особенность течения — это возможность возникновения критической ситуации, которая связана с нарушением динамического равновесия уже другой свободной границы — линии раздела — и последующим вовлечением в движение соленых вод. Из расчетов следует, что по мере роста диаметра d одновременно с параметром α уменьшается и параметр β , стремясь к нулю. Последнее сопровождается подтягиванием к дрене границы раздела и может привести к прорыву в дренаж снизу гребня соленой воды, образуящегося при $\beta = 0$. При таком значении β в точке B_2 имеем $dy/dx = \infty$, так что эта точка становится точкой заострения уже линии раздела. Естественно поэтому в этом предельном случае связывать уменьшение параметра β с дестабилизацией соленых вод.

Таким образом, найденные в работе зависимости (1.2) и исследование критических режимов дают возможность регулировать динамику уровня грунтовых вод на дренируемых массивах, что имеет практический интерес в вопросах водоснабжения, в задачах по изучению процессов засоления и заболачивания земель. В частности, можно находить в той или иной конкретной ситуации (определяемой заданием величин l, L, H_z и ρ) такую глубину S заложения дрены, которая обеспечивала бы возможность максимального отбора пресных вод без нарушения динамического равновесия подвижных границ каймы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коростелев А. Д., Муфтахов А. Ж. О притоке воды к горизонтальному систематическому дренажу в однородных пластах со свободной поверхностью // Изв. АН СССР. МЖГ. 1973. № 6. С. 163—166.
2. Эмих В. Н. Решение задачи о плоской безнапорной установившейся фильтрации при дренажных промывках с непроницаемым основанием // Докл. АН СССР. 1975. Т. 220. № 6. С. 1289—1292.
3. Нумеров С. Н., Панасенко Л. А. К вопросу о фильтрации грунтовых вод при наличии систематического дренажа // Прикладная математика: Межвуз. темат. сб. тр. Ленинград. инж.-строит. ин-та. Л., 1977. С. 111—139.
4. Нумеров С. Н., Панасенко Л. А. Об одном случае фильтрации грунтовых вод при наличии открытого систематического дренажа // Числ. методы в гидромеханике: Межвуз. темат. сб. тр. Ленинград. инж.-строит. ин-та. Л., 1981. С. 43—53.

5. *Береславский Э. Н.* Расчет фильтрации из системы каналов при наличии систематического горизонтального дренажа//Докл. АН УССР. Сер. А. 1983. № 12. С. 24—27.
6. *Береславский Э. Н.* Задача о фильтрации из каналов к систематическому трубчатому дренажу// Докл. АН УССР. Сер. А. 1984. № 1. С. 33—36.
7. *Аверьянов С. Ф., Цюй Сюн-е.* О расчете дренажа при наличии инфильтрации//Изв. АН СССР. ОТН. 1957. № 3. С. 115—124.
8. *Френкель М. Л.* Некоторые приближенные модели солепереноса при промывках почв с водопором//Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 1. С. 44—51.
9. *Бегматов А. А., Белова Г. П., Шульгин Д. Ф.* Расчет неустановившейся фильтрации при работе конечного числа закрытых горизонтальных дрен//Изв. АН СССР. МЖГ. 1979. № 4. С. 165—170.
10. *Крамаровская И. И., Крамаровский Б. И.* Задача систематического дренажа орошаемых земель, подстилаемых водопором//Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 6. С. 66—71.
11. *Хублярян М. Г., Чурмаев О. М., Юшманов И. О.* Численное решение гидродинамической задачи фильтрации и конвективной диффузии//Водные ресурсы. 1979. № 1. С. 133—143.
12. *Рыбакова С. Т., Сабинин В. И.* Задача неустановившейся насыщенно-ненасыщенной фильтрации к горизонтальным дренам//Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 5. С. 81—87.
13. *Буйкис А. А., Земитис А. А., Шмите М. З.* Решение задачи определения свободной поверхности в почве при работе дренажных систем//Математическое моделирование гидрогеологических процессов: Темат. сб. тр. Ин-та гидродинамики СО АН СССР. Новосибирск, 1984. С. 18—24.
14. *Полубаринова-Кочина П. Я.* Теория движения грунтовых вод. М.: Наука, 1977. 664 с.
15. *Береславский Э. Н., Матеев В. В.* Гидродинамический анализ открытого дренажа в кайме пресных грунтовых вод над солеными//Докл. АН УССР. Сер. А. 1990. № 10. С. 31—33.
16. *Капранов Ю. И.* Языца пресной воды, образованная равномерной инфильтрацией//ПММ. 1974. Т. 38. № 6. С. 1048—1055.
17. *Эмих В. Н.* Гидродинамическая модель дренажа в кайме пресных грунтовых вод над солеными//Докл. АН СССР. 1980. Т. 252. № 4. С. 825—828.
18. *Капранов Ю. И.* О кайме пресных вод в случае периодической системы горизонтальных трубчатых дрен//Красные задачи подземной гидродинамики: Темат. сб. тр. Ин-та математики. АН УССР. Киев, 1975. С. 67—84.
19. *Береславский Э. Н., Эмих В. Н.* Задача о фильтрации из системы каналов в кайме пресных вод над солеными с испарением//ПММ. 1983. Т. 47. № 3. С. 446—454.
20. *Береславский Э. Н., Эмих В. Н.* О критическом режиме фильтрации с испарением в кайме пресных вод над солеными//ПММ. 1988. Т. 52. № 5. С. 867—870.

Санкт-Петербург, Киев

Поступила в редакцию
17.III.1992